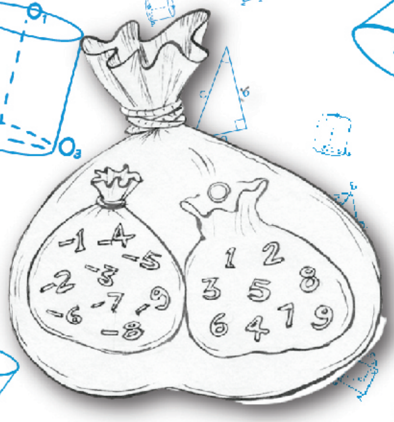


7

State Council of Educational Research and Training
Telangana, Hyderabad

CLASS VII

MATHEMATICS

గణితం

CLASS
7
తరగతి

MATHEMATICS
గణితం

PART 1
భాగం

Published by
The Government of Telangana

Government's Gift for Students' Progress

W4X4D9

D4P1C3

SCERT, TELANGANA

MATHEMATICS

Class VII (Part-1)

SCERT, TELANGANA

Published by

The Government of Telangana, Hyderabad

Respect the Law **Grow by Education**

Get the Rights **Behave Humbly**

© Government of Telangana, Hyderabad.

First Published 2013
New Impressions 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana

This Book has been printed on 90 G.S.M. Maplitho
Title Page 250 G.S.M. White Art Card

Government's Gift for Students' Progress 2023-24

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

SCERT, TELANGANA

Foreword

Education is a process of human enlightenment and empowerment. Recognizing the enormous potential of education, all progressive societies have committed to the Universalization of Elementary Education with an explicit aim of providing quality education to all. As the next step, universalization of Secondary Education has gained momentum.

The secondary stage marks the beginning of the transition from functional mathematics studied upto the upper primary stage to the study of mathematics as a discipline. The logical proofs of propositions, theorems etc. are introduced at this stage. Apart from being a specific subject, it is to be treated as a concomitant to every subject involving analysis as reasoning.

I am confident that the children in our state of Telangana learn to enjoy mathematics, make mathematics a part of their life experience, pose and solve meaningful problems, understand the basic structure of mathematics by reading this text book.

For teachers, to understand and absorb critical issues on curricular and pedagogic perspectives duly focusing on learning rather than of marks, is the need of the hour. Also coping with a mixed class room environment is essentially required for effective transaction of curriculum in teaching learning process. Nurturing class room culture to inculcate positive interest among children with difference in opinions and presumptions of life style, to infuse life in to knowledge is a thrust in the teaching job.

The afore said vision of mathematics teaching presented in State Curriculum Frame work (SCF -2011) has been elaborated in its mathematics position paper which also clearly lays down the academic standards of mathematics teaching in the state. The text books make an attempt to concretize all the sentiments. In the endeavor to continuously improve the quality of our work, we welcome comments and suggestions in this regard.

With an intention to help the students to improve their understanding skills in both the languages i.e. English and Telugu, the Government of Telangana has redesigned this book as bilingual textbook in two parts. Part-1 comprises 1 to 8 lessons/ chapters and Part-2 comprises 9 to 15 lessons/ chapters.

The State Council for Education Research and Training, Telangana appreciates the hard work of the text book development committee and several teachers from all over the state who have contributed to the development of this text book at different levels. I am thankful to the District Educational Officers, Mandal Educational Officers and Head teachers for making this mission possible. I also thank the institutions and organizations which have given their time in the development of this text book. I am grateful to the office of the Commissioner & Director of School Education, (T.S.) and Vidya Bhawan Society, Udaipur, Rajasthan for extending cooperation in developing this text book. Our special thanks to Faculty of School of Education Tata Institute of Social Sciences (TISS), Hyderabad and Sri Ramesh Khade, Communication Officer, CETE, TISS-Mumbai and Designers identified by SCERT for their technical support in redesigning of the textbooks.

Place : Hyderabad
Date : 07 December 2022

Director
SCERT, Hyderabad

SCERT, TELANGANA

NATIONAL ANTHEM

Jana-gana-mana-adhinayaka, jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Punjab-Sindh-Gujarat-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
Uchchhala-jaladhi-taranga.
Tava shubha name jage,
Tava shubha asisa mage,
Gahe tava jaya gatha,
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he! jaya he! jaya he!
Jaya jaya jaya, jaya he!!

- Rabindranath Tagore

SCERT, TELANGANA

PLEDGE

"India is my country; all Indians are my brothers and sisters.
I love my country, and I am proud of its rich and varied heritage.

I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion.

In their well-being and prosperity alone, lies my happiness."

- Pydimarri Venkata Subba Rao

INDEX
విషయసూచిక

S. No. క్ర.సం.	Name of the chapter పాఠం పేరు	Month మాసం	Page No. పేజి నెం.
1.	Integers పూర్ణ సంఖ్యలు	June జూన్	2 3
2.	Fractions, Decimals and Rational Numbers భిన్నాలు, దశాంశాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు	July జూలై	52 53
3.	Simple Equations సామాన్య సమీకరణాలు	July జూలై	122 123
4.	Lines and Angles రేఖలు – కోణములు	August ఆగష్టు	142 143
5.	Triangle and Its Properties త్రిభుజము ధర్మాలు	August ఆగష్టు	178 179
6.	Ratio - Applications నిష్పత్తి – ఉపయోగాలు	September సెప్టెంబర్	222 223
7.	Data Handling దత్తాంశ నిర్వహణ	September సెప్టెంబర్	286 287
8.	Congruency of Triangles త్రిభుజాల సర్వసమానత్వం	October అక్టోబర్	328 329

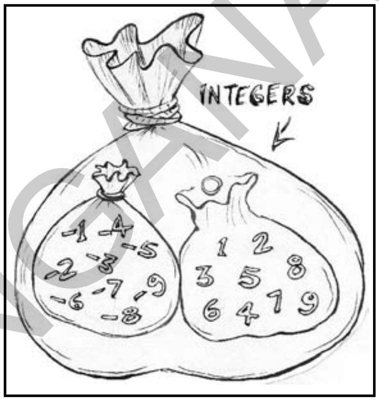
SCERT, TELANGANA

Chapter

1 Integers

U6K2C6

1.0 Introduction



We start learning numbers like 1,2,3,4.... for counting objects around us. These numbers are called counting numbers or natural numbers.

(i) Which is the smallest natural number?

(ii) Write any five natural numbers between 100 and 10000.

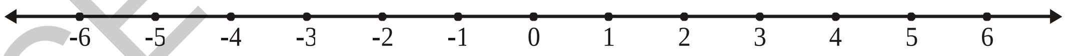
(iii) Can you tell the last number in the sequence of natural numbers ?

(iv) What is the difference between any two consecutive natural numbers?

By including '0' to the collection of natural numbers, we get a new collection of numbers called whole numbers i.e., 0, 1, 2, 3, 4, ...

In class VI we also learnt about negative numbers. If we put whole number and negative numbers together we get a bigger collection of numbers called integers. In this chapter, we will learn more about integers, their operations and properties.

Let us observe how to represent some integers on a number line.



(i) Which is the biggest integer represented on the above number line?

(ii) Which is the smallest integer represented on the above number line?

(iii) Is 1 bigger than –3? Why?

(iv) Is –6 bigger than –3? Why?

(v) Arrange 4, 6, –2, 0 and –5 in ascending order.

(vi) Compare the difference between (0, 1) and (0, –1) using the number line.

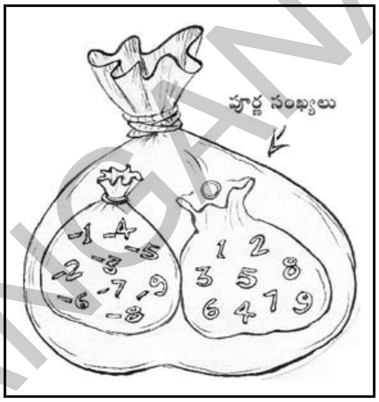
SCERT, TELANGANA

అధ్యాయము

1 పూర్ణ సంఖ్యలు

V8D7D2

1.0 పరిచయం



మన చుట్టూ ఉండే పరిసరాలలోని వస్తువులను 1,2,3 ... అంటూ లెక్కిస్తాం కదా! అలా లెక్కించడానికి ఉపయోగించే సంఖ్యలను లెక్కించే సంఖ్యలు లేదా సహజ సంఖ్యలు అంటారు.

(i) కనిష్ఠ సహజ సంఖ్య ఏది?

(ii) 100, 10000 ల మధ్య ఏవైనా ఐదు సహజ సంఖ్యలను తెలపండి.

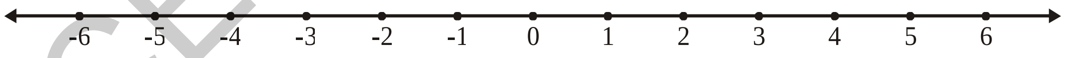
(iii) సహజ సంఖ్యల వరుసలో చివరి సంఖ్యను చెప్పగలరా?

(iv) ఏవైనా రెండు వరుస సహజ సంఖ్యల మధ్య భేదమెంత?

సహజ సంఖ్యల సముదాయానికి ‘0’ (పూర్ణము లేదా సున్నా) ను చేరిస్తే మనకు కొత్తగా వచ్చే సంఖ్యల సముదాయాన్ని పూర్ణాంకాలు అని అంటారు. అవి 0, 1, 2, 3, 4, ...

6వ తరగతిలో ఋణ సంఖ్యల కూడా గురించి నేర్చుకొని ఉన్నాం. ఈ ఋణ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలను కలుపగా పెద్ద సంఖ్యల సముదాయం ఏర్పడుతుంది. వీటిని ‘పూర్ణసంఖ్యలు’ అంటారు. ఈ అధ్యాయంలో మనమిప్పుడు పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలను, పూర్ణసంఖ్యలతో వివిధ ప్రక్రియల గురించి నేర్చుకుందాం.

మొదటగా కొన్ని పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై ఎలా చూపవచ్చో పరిశీలిద్దాం.



(i) పై సంఖ్యారేఖపై గుర్తించిన సంఖ్యలలో గరిష్ఠ పూర్ణసంఖ్య ఏది?

(ii) పై సంఖ్యారేఖపై గుర్తించిన సంఖ్యలలో కనిష్ఠ పూర్ణసంఖ్య ఏది?

(iii) –3 కన్నా 1 పెద్దదేనా? ఎందుకు?

(iv) –3 కన్నా –6 పెద్దదేనా? ఎందుకు?

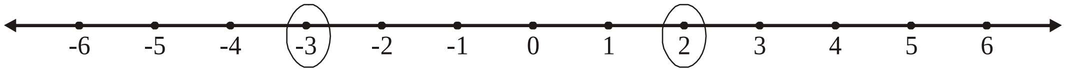
(v) 4, 6, –2, 0, –5 లను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి.

(vi) (0, 1) మరియు (0, –1) ల మధ్య భేదమెంతో సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి పోల్చండి.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 1.1

1. Some integers are circled on the number line. Write the biggest and the smallest numbers?



2. Write all the integers between the pairs of integers given below. Also, choose the biggest and smallest intergers from them.

   (i) –5, –10 (ii) 3, –2 (iii) –8, 5

3. Write the following integers in ascending order (smallest to biggest).

   (i) –5, 2, 1, –8 (ii) –4, –3, –5, 2 (iii) –10, –15, –7

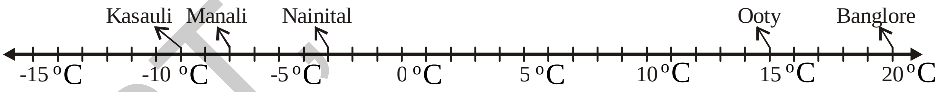
4. Write the following integers in descending order (biggest to smallest).

   (i) –2, –3, –5 (ii) –8, –2, –1 (iii) 5, 8, –2

5. Represent 6, –4, 0 and 4 on a number line.

6. Fill the missing integers on the number line given below

7. The temperatures (in degrees celsius/centigrade) of 5 cities in India on a particular day are shown on the number line below.



   Write the answers for the following questions based on the above number line.

   (i) Write the temperatures of the cities marked on it?

   (ii) Which city has the highest temperature?

   (iii) Which city has the lowest temperature?

   (iv) Which cities have temperature less than 0°C?

   (v) Which cities have temperature more than 0°C?

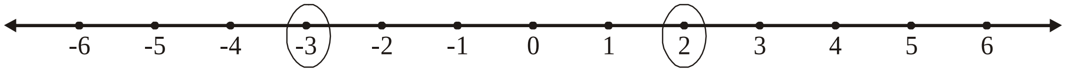
1.1 Operations of integers

We have learnt about addition and subtraction of integers in class VI. First we will review our understanding of the same and then learn about multiplication and division of integers.

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 1.1

1. కింది సంఖ్యారేఖపై '0' చుట్టబడిన సంఖ్యలలో పెద్ద, చిన్న సంఖ్యలను రాయండి.



2. కింది ఇచ్చిన పూర్ణసంఖ్యల జతల మధ్యగల అన్ని పూర్ణసంఖ్యలను రాసి, వాటిలో కనిష్ఠ, గరిష్ఠ సంఖ్యలను తెల్పండి.

   (i) –5, –10 (ii) 3, –2 (iii) –8, 5

3. కింది పూర్ణసంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి. (చిన్న సంఖ్య నుండి పెద్ద సంఖ్యకు)

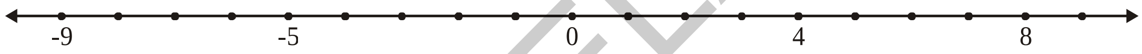
   (i) –5, 2, 1, –8 (ii) –4, –3, –5, 2 (iii) –10, –15, –7

4. కింది పూర్ణసంఖ్యలను అవరోహణ క్రమములో రాయండి. (పెద్ద సంఖ్య నుండి చిన్న సంఖ్యకు)

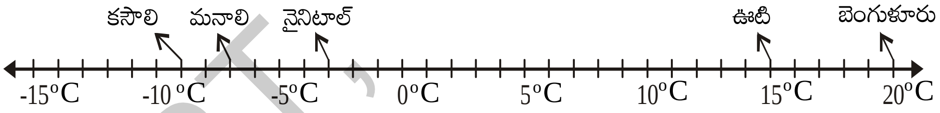
   (i) –2, –3, –5 (ii) –8, –2, –1 (iii) 5, 8, –2

5. 6, –4, 0 మరియు 4 లను సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.

6. కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యారేఖపై లోపించిన పూర్ణ సంఖ్యలను రాయండి.



7. కింది సంఖ్యారేఖపై భారతదేశంలోని వివిధ ప్రాంతాలలోని ఐదు నగరాల యొక్క ఒక రోజు ఉష్ణోగ్రతలు (సెంటీగ్రేడ్‌లలో) గుర్తించబడ్డాయి.



పై సంఖ్యారేఖ ఆధారంగా కింది ప్రశ్నలకు జవాబులు రాయండి.

(i) గుర్తించబడిన నగరాల ఉష్ణోగ్రతలు తెల్పండి.

(ii) ఏ నగరం యొక్క ఉష్ణోగ్రత గరిష్ఠంగా ఉంది?

(iii) ఏ నగరం యొక్క ఉష్ణోగ్రత కనిష్ఠంగా ఉంది?

(iv) ఏయే నగరాల ఉష్ణోగ్రతలు $0^{o}C$ కన్నా తక్కువగా ఉన్నాయి?

(v) ఏయే నగరాల ఉష్ణోగ్రతలు $0^{o}C$ కన్నా ఎక్కువగా ఉన్నాయి?

1.1 పూర్ణసంఖ్యలు - చతుర్విధ ప్రక్రియలు

6వ తరగతిలో పూర్ణసంఖ్యలతో సంకలన, వ్యవకలన ప్రక్రియల గురించి నేర్చుకున్నాము. పూర్ణసంఖ్యలతో గుణకార, భాగాహారాల గురించి తెలుసుకోబోయే ముందు మరొకసారి సంకలన, వ్యవకలనాల ప్రక్రియలను పరిశీలిద్దాం.

SCERT, TELANGANA

1.1.1 Addition of integers

Observe the additions given below.

$4 + 3 = 7$

$4 + 2 = 6$

$4 + 1 = 5$

$4 + 0 = 4$

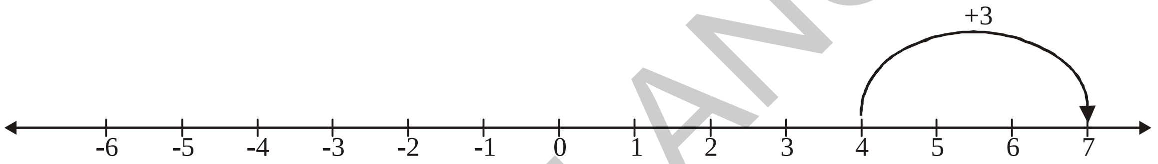
$4 + (-1) = 3$

$4 + (-2) = 2$

$4 + (-3) = 1$

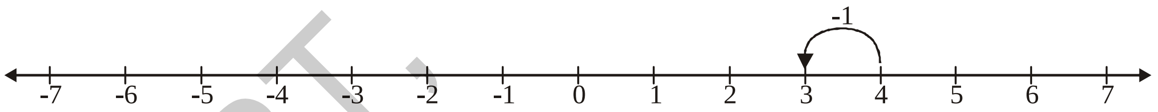
Do you find any pattern in the answers? You will find that when the number being added to 4 is decreased by one (3, 2, 1, 0, –1, –2, –3) then the value of the sum also decreases by 1.

On the number line, when you add 3 to 4 you move 3 steps right from 4 on the number line.



Similarly, what will happen if you add 2 and 1 to 4 on the number line drawn above? You will find that in each case you have moved right on the number line.

Now, let us see what is happening when we add –1 to 4. From the above pattern, 4+(-1)=3. We understand that we have to move one step left on the number line.



Similarly, what will happen if you add –2 and –3 to 4 on the number line drawn above? You will find that in each case you are moving left on the number line.

Thus, each time you add a positive integer you move right on the number line. On the other hand, each time you add a negative number you move left on the number line.

Try This

1.

9 + 7	=	16	9 + 1	=	
9 + 6	=	15	9 + 0	=	
9 + 5	=		9 + (–1)	=	
9 + 4	=		9 + (–2)	=	
9 + 3	=		9 + (–3)	=	
9 + 2	=				

SCERT, TELANGANA

1.1.1 పూర్ణసంఖ్యల సంకలనం

కింది సంకలనాలను పరిశీలించండి.

$4 + 3 = 7$

$4 + 2 = 6$

$4 + 1 = 5$

$4 + 0 = 4$

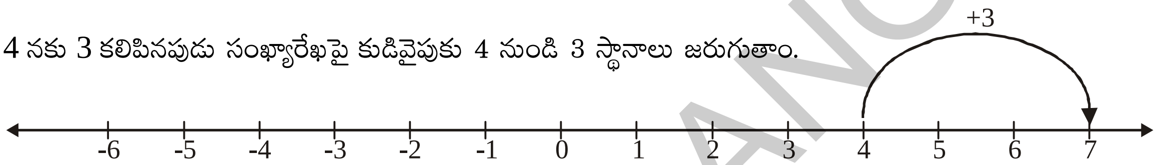
$4 + (-1) = 3$

$4 + (-2) = 2$

$4 + (-3) = 1$

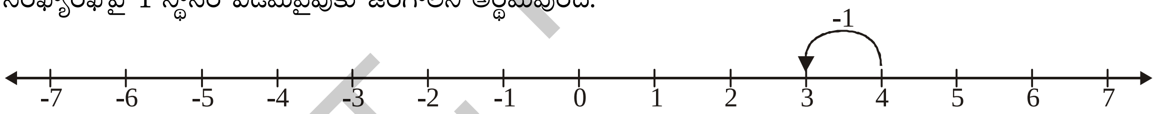
పై సంకలనాల అమరికలో ఉన్న ఏదైనా క్రమాన్ని గమనించారా? 4 తో కూడే సంఖ్యలు క్రమంగా 1 చొప్పున తగ్గుతున్నప్పుడు (3, 2, 1, 0, –1, –2, –3) ఫలితం కూడా క్రమంగా 1 చొప్పున తగ్గడం గమనించండి.

4 నకు 3 కలిపినపుడు సంఖ్యారేఖపై కుడివైపుకు 4 నుండి 3 స్థానాలు జరుగుతాం.



ఇదేవిధంగా 4 నకు 2 మరియు 1 లను కలిపినపుడు ఏమి జరుగుతుంది? ప్రతీ సందర్భంలో కూడా సంఖ్యారేఖపై కుడివైపునకు జరగడం మీరు గమనించవచ్చు.

ఇప్పుడు 4 కి –1 కలిపితే ఏమౌతుందో గమనించండి. పై అమరిక నుండి 4+(–1) = 3 అని గమనించవచ్చు. కావున సంఖ్యారేఖపై 1 స్థానం ఎడమవైపుకు జరగాలని అర్థమవుంది.



ఇదేవిధంగా 4 నకు –2 మరియు –3 లను కలిపినపుడు ఏమి జరుగుతుంది? ప్రతీ సందర్భంలో కూడా సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపుకు జరగడం మీరు గమనించవచ్చు.

ఒక సంఖ్యకు ధన పూర్ణసంఖ్యను కలిపినప్పుడు సంఖ్యారేఖపై కుడివైపునకు, ఋణపూర్ణసంఖ్యను కలిపినపుడు సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపునకు జరుగుతాము.

ప్రయత్నించండి

1. $9 + 7 = 16$	$9 + 1 =$
$9 + 6 = 15$	$9 + 0 =$
$9 + 5 =$	$9 + (-1) =$
$9 + 4 =$	$9 + (-2) =$
$9 + 3 =$	$9 + (-3) =$
$9 + 2 =$	

SCERT, TELANGANA

(i) Represent the additions 9 + 2, 9 + (–1), 9 + (–3), (–1) + 2, (–3) –5 on the number line.

(ii) When you add a positive integer to a number, in which direction did you move on the number line?

(iii) When you add a negative integer to a number, in which direction did you move on the number line?

2. Sangeetha said that each time you add two integers, the value of the sum is greater than the numbers. Do you agree with her? Give reasons for your answer.

Exercise - 1.2

1. Represent the following additions on a number line.

   (i) 5 + 7   (ii) 5 + 2   (iii) 5 + (–2)   (iv) 5 + (–7)

2. Compute the following.

(i) 7 + 4	(ii) 8 + (–3)	(iii) 11 + 3
(iv) 14 + (–6)	(v) 9 + (–7)	(vi) 14 + (–10)
(vii) 13 + (–15)	(viii) 4 + (–4)	(ix) 10 + (–2)
(x) 100 + (–80)	(xi) 225 + (–145)	(xii) (– 5) + 7
(xiii) (–15) – (1)	(xiv) (–5) + (–3)	

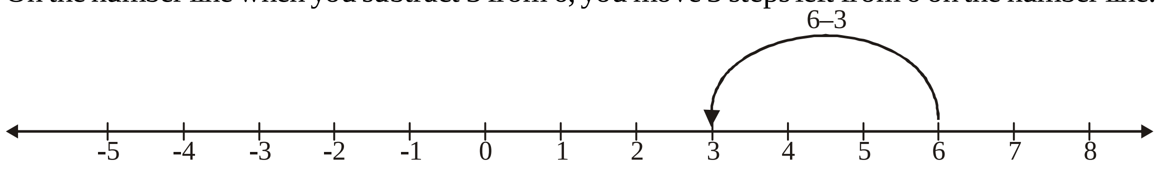
1.1.2 Subtraction of integers

Now let us observe the subtractions given below.

6 – 3 = 3
6 – 2 = 4
6 – 1 = 5
6 – 0 = 6
6 – (–1) = 7
6 – (–2) = 8
6 – (–3) = 9
6 – (–4) = 10

Do you find any pattern in the answers? You will find that when the number being subtracted from 6 is decreased by one (3, 2, 1, 0, –1, –2, –3, –4) the value of the difference increased by 1.

On the number line when you subtract 3 from 6, you move 3 steps left from 6 on the number line.



SCERT, TELANGANA

(i) 9 + 2, 9 + (–1), 9 + (–3), (–1) + (2) మరియు (–3)–5 సంకలనాలను సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.

(ii) ఒక సంఖ్యకు ధనపూర్ణసంఖ్యను సంకలనం చేసినపుడు సంఖ్యారేఖపై ఎటువైపు జరుగుతాం?

(iii) ఒక సంఖ్యకు ఋణపూర్ణసంఖ్యను సంకలనం చేసినపుడు సంఖ్యారేఖపై ఎటువైపు జరుగుతాం?

2. 'ఏ రెండు పూర్ణసంఖ్యల మొత్తమైనా ఆ సంఖ్యలకన్నా ఎక్కువ' అని సంగీత అన్నది. మీరు ఆమెతో ఏకీభవిస్తారా? నీ సమాధానాన్ని సమర్థించు కారణాలు రాయండి.

అభ్యాసం - 1.2

1. కింది సంకలనాలను సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.

(i) 5 + 7 (ii) 5 + 2 (iii) 5 + (–2) (iv) 5 + (–7)

2. కింది వానిని గణించండి.

(i) 7 + 4 (ii) 8 + (–3) (iii) 11 + 3

(iv) 14 + (–6) (v) 9 + (–7) (vi) 14 + (–10)

(vii) 13 + (–15) (viii) 4 + (–4) (ix) 10 + (–2)

(x) 100 + (–80) (xi) 225 + (–145) (xii) –5 + 7

(xiii) (–15) – (1) (xiv) (–5) + (–3)

1.1.2. పూర్ణసంఖ్యల వ్యవకలనం

కింద ఇవ్వబడిన వ్యవకలనాలను పరిశీలించండి.

6 – 3 = 3

6 – 2 = 4

6 – 1 = 5

6 – 0 = 6

6 – (–1) = 7

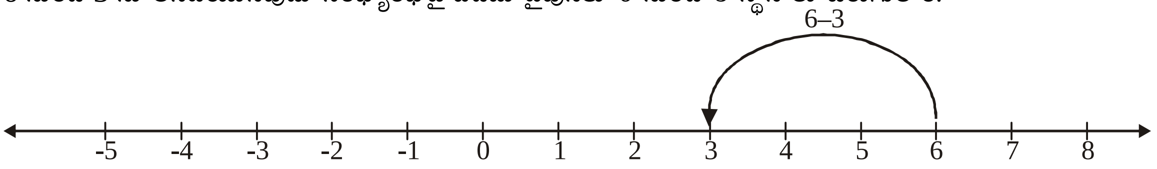
6 – (–2) = 8

6 – (–3) = 9

6 – (–4) = 10

పై వ్యవకలనాల అమరికలో ఏదైనా క్రమాన్ని గమనించారా? 6 నుంచి వ్యవకలనం చేయబడు సంఖ్యలు క్రమంగా 1 చొప్పున తగ్గుతున్నప్పుడు ఫలితం క్రమంగా 1 చొప్పున పెరగడం గమనించండి. దీనిని సంఖ్యారేఖపై పరిశీలిద్దాం.

6 నుండి 3 ను తీసివేయునపుడు సంఖ్యారేఖపై ఎడమ వైపునకు 6 నుండి 3 స్థానాలు జరుగుతాం.

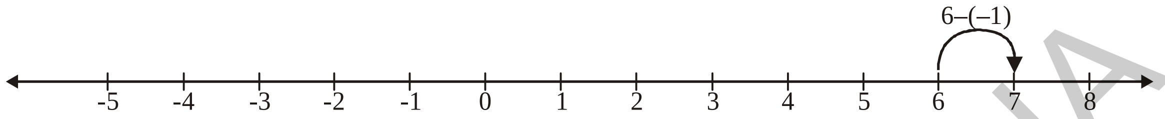


SCERT, TELANGANA

Similarly, if you subtract 2, 1 from 6 on the number line. You will observe that in each case you have moved left on the number line.

Now, let us see what is happening when we subtract –1 from 6. As seen from the above pattern we get 6– (–1) = 7.

Thus, we have moved one step right on the number line .



Similarly, what will happen if you subtract –2, –3, –4 from 6? You will find that in each case you are moving right on the number line.

Thus, each time you subtract a positive integer, you move left on the number line and each time you subtract a negative integer, you move right on the number line.

Try This

Complete the pattern given below.

1. 8 – 6 = 2
   8 – 5 = 3
   8 – 4 =
   8 – 3 =
   8 – 2 =
   8 – 1 =
   8 – 0 =
   8 – (–1) =
   8 – (–2) =
   8 – (–3) =
   8 – (–4) =

   (i) Represent 8–6, 8–1, 8–0, 8–(–2), 8–(–4) on the number line.

   (ii) When you subtract a positive integer in which direction do you move on the number line?

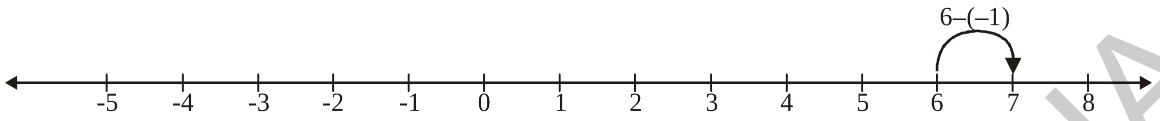
   (iii) When you subtract a negative integer, in which direction do you move on the number line?

2. Richa felt that each time you subtract an integer from another integer, the value of the difference is less than the given two numbers. Do you agree with her? Give reasons for your answer.

SCERT, TELANGANA

ఇదే విధంగా 6 నుండి 2, 1 లను వ్యవకలనం చేయడాన్ని సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి. ప్రతిసారి మీరు ఎడమవైపు జరగడాన్ని గమనించవచ్చు.

సంఖ్యారేఖపై 6 నుంచి –1 ని వ్యవకలనం చేయగా ఏమిజరుగుతుంది? పై వ్యవకలనాల అమరికల నుండి 6– (–1) = 7 అవుతుందని గమనించవచ్చు. అందువల్ల సంఖ్యారేఖపై ఒక స్థానం కుడివైపుకు జరగాలని అర్థమైతుంది.



ఇదేవిధంగా 6 నుండి –2, –3, –4 లను వ్యవకలనం చేసినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది? ప్రతీ సందర్భంలో కూడా సంఖ్యారేఖపై మీరు కుడివైపునకు జరగడం గమనించవచ్చు.

ఒక సంఖ్య నుండి ధనపూర్ణసంఖ్యను వ్యవకలనం చేసినప్పుడు సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపునకు, ఋణపూర్ణసంఖ్యను వ్యవకలనం చేసినప్పుడు సంఖ్యరేఖపై కుడివైపునకు జరుగుతాం.

ప్రయత్నించండి

కింది అమరికను పూర్తి చేయండి.

1. 8 – 6 = 2
   8 – 5 = 3
   8 – 4 =
   8 – 3 =
   8 – 2 =
   8 – 1 =
   8 – 0 =
   8 – (–1) =
   8 – (–2) =
   8 – (–3) =
   8 – (–4) =

   (i) 8 –6, 8–1, 8–0, 8–(–2), 8–(–4) లను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి.

   (ii) ఒక సంఖ్య నుండి ధనపూర్ణసంఖ్యను తీసివేసినపుడు సంఖ్యారేఖపై మీరు ఎటువైపు జరుగుతారు?

   (iii) ఒక సంఖ్య నుండి ఋణపూర్ణసంఖ్యను తీసివేసినపుడు సంఖ్యారేఖపై మీరు ఎటువైపు జరగుతారు?

2. 'ఒక పూర్ణసంఖ్య నుండి మరొక పూర్ణసంఖ్యను తీసివేసినపుడు ఫలితం ఆ సంఖ్యలకన్నా చిన్నది' అని రిచా భావించింది. ఆమె భావనతో నీవు ఏకీభవిస్తావా? నీ జవాబును సమర్థించు కారణాలు రాయండి.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 1.3

1. Represent the following subtractions on the number line and write the result.

(i)	7 – 2	(ii)	8 – (– 7)	(iii)	3 – 7
(iv)	15 – 14	(v)	5 – (– 8)	(vi)	(–2) - (–1)

2. Compute the following.

(i)	17 – (–14)	(ii)	13 – (– 8)	(iii)	19 – (– 5)
(iv)	15 – 28	(v)	25 – 33	(vi)	80 – (– 50)
(vii)	150 – 75	(viii)	32 – (– 18)	(ix)	(–30) – (–25)

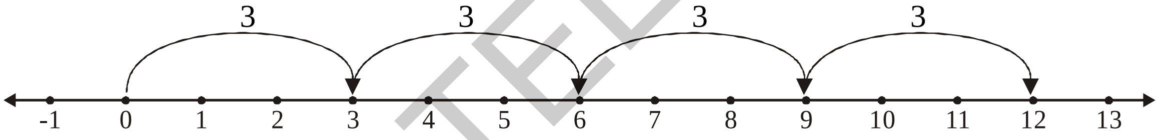
3. Express '–6' as the sum of a negative integer and a whole number.

1.1.3 Multiplication of integers

Now, let us multiply integers.

We know that 3 + 3 + 3 + 3 = 4 × 3 (4 times 3)

This can be represented on the number line as follows:

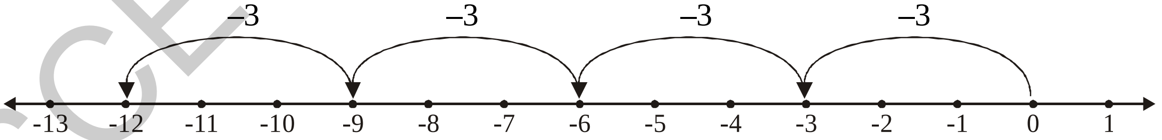


Thus, 4 × 3 means 4 jumps each of 3 steps from zero towards right on the number line and therefore 4 × 3 = 12.

Now let us discuss 4 × (–3) i.e., 4 times (–3)

4 × (–3) = (–3) + (–3) + (–3) + (–3) = –12

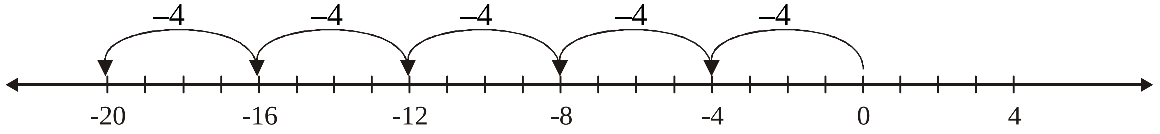
This can be represented on the number line as follows:



Thus, 4 × (–3) means 4 jumps each of 3 steps from zero towards left on the number line and therefore 4 × (–3) = -12

Similarly, 5 × (–4) = (–4) + (–4) + (–4) + (–4) + (–4) = –20

This can be represented on the number line as follows:



SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 1.3

1. కింది వ్యవకలనాలను సంఖ్యారేఖపై సూచించండి. ఫలితాన్ని రాయండి.

   (i) 7 – 2 (ii) 8 – (– 7) (iii) 3 – 7

   (iv) 15 – 14 (v) 5 – (– 8) (vi) (– 2) – (– 1)

2. కింది వానిని గణించండి.

   (i) 17 – (–14) (ii) 13 – (– 8) (iii) 19 – (– 5)

   (iv) 15 – 28 (v) 25 – 33 (vi) 80 – (– 50)

   (vii) 150 – 75 (viii) 32 – (– 18) (ix) (–30) – (–25)

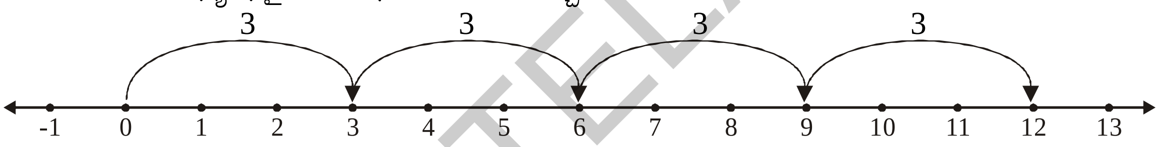
3. '–6' ను ఒక ఋణ పూర్ణసంఖ్య మరియు ఒక పూర్ణాంకంల మొత్తంగా వ్యక్తపరచండి.

1.1.3 పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం

ఇప్పుడు పూర్ణ సంఖ్యలను గుణిద్దాం.

3 + 3 + 3 + 3 = 4 × 3 (4 మార్లు 3) అని మనకు తెలుసు.

దీనిని సంఖ్యారేఖపై కింది విధంగా సూచించవచ్చు.

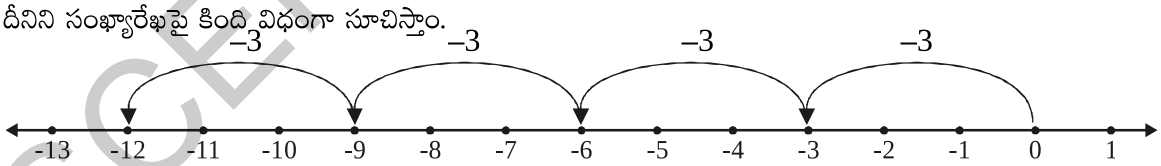


4 × 3 అనగా 0 నుండి ప్రారంభించి ఒక్కొక్క సారికి 3 చొప్పున 4 గెంతులు సంఖ్యారేఖపై కుడివైపుకు జరుగగా 4 × 3 = 12 అవుతుంది.

మనమిప్పుడు 4 × (–3) ను సంఖ్యారేఖపై ఎట్లు సూచించవచ్చో చర్చిద్దాం.

4 × –3 = (–3) + (–3) + (–3) + (–3) = –12

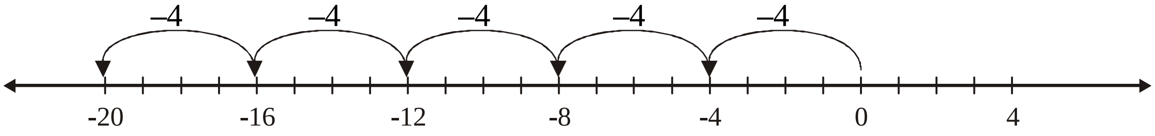
దీనిని సంఖ్యారేఖపై కింది విధంగా సూచిస్తాం.



4 × (–3) అనగా 0 నుండి ప్రారంభించి 3 చొప్పున 4 గెంతులు సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపుకి జరుగగా 4 × (–3) =–12 అవుతుంది.

ఇదేవిధంగా 5 × –4 = (–4) + (–4) + (–4) + (–4) + (–4) = –20

దీనిని సంఖ్యారేఖపై కింది విధంగా సూచిస్తాం.



SCERT, TELANGANA

Thus, 5×-4 means 5 jumps each of 4 steps from zero towards left on the number line and therefore $5 \times -4 = -20$

Similarly, $2 \times -5 = (-5) + (-5) = -10$

$3 \times -6 = (-6) + (-6) + (-6) = -18$

$4 \times -8 = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$

Do This

1. Compute the following.

   (i) 2×-6 (ii) 5×-4 (iii) 9×-4

Now, let us multiply -4×3

Observe the following pattern.

$4 \times 3 = 12$

$3 \times 3 = 9$

$2 \times 3 = 6$

$1 \times 3 = 3$

$0 \times 3 = 0$

$-1 \times 3 = -3$

$-2 \times 3 = -6$

$-3 \times 3 = -9$

$-4 \times 3 = -12$

You see that as the multiplier decreases by 1, the product decreases by 3.

Thus, based on this pattern $-4 \times 3 = -12$.

We already know that $4 \times -3 = -12$

Thus, $-4 \times 3 = 4 \times -3 = -12$

Using this pattern we can say that

$4 \times (-5) = (-4) \times 5 = -20$

$2 \times (-5) = (-2) \times 5 = -10$

$3 \times (-2) =$

$8 \times (-4) =$

$6 \times (-5) =$

From the above examples you would have noticed that product of positive integer and a negative integer is always a negative integer.

SCERT, TELANGANA

5 × (–4) అనగా 4 చొప్పున 5 గెంతులు సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపుకు జరుగగా 5 × (–4) = –20 అవుతుంది.

అట్లే $2 \times -5 = (-5) + (-5) = -10$

$3 \times -6 = (-6) + (-6) + (-6) = -18$

$4 \times -8 = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$

ఇవి చేయండి

1. కింది వానిని గణించండి.

(i) 2 × –6 (ii) 5 × –4 (iii) 9 × –4

ఇప్పుడు –4 × 3 లను గుణిద్దాం.

కింది అమరికలోని క్రమాన్ని పరిశీలించండి.

4 × 3	=	12
3 × 3	=	9
2 × 3	=	6
1 × 3	=	3
0 × 3	=	0
–1 × 3	=	–3
–2 × 3	=	–6
–3 × 3	=	–9
–4 × 3	=	–12

పై గుణకారాల అమరికలో గుణకము క్రమంగా 1 చొప్పున తగ్గేకొలది లబ్ధం క్రమంగా 3 చొప్పున తగ్గుతుందని గమనించవచ్చు.

ఈ క్రమంను అనుసరించి –4 × 3 = –12 అని తెలుస్తుంది.

కానీ = 4 × (–3) = –12 అని మనకు తెలుసు.

కావున –4 × 3 = 4 × –3 = –12

పై అమరికను ఉపయోగించి

4 × (–5) = (–4)× 5 = –20

2 × (–5) = (–2)× 5 = –10 అని చెప్పవచ్చు

3 × (–2) =

8 × (–4) =

6 × (–5) =

పై ఉదాహరణలను గమనించినపుడు 'ఒక ధన పూర్ణసంఖ్య, ఒక ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్ధము ఎల్లప్పుడు ఋణపూర్ణసంఖ్య' అవుతుంది.

SCERT, TELANGANA

1.1.3(a) Multiplication of two negative integers

Let us see what we will get on multiplying –3 and –4.

Observe the following pattern.

$-3 \times 4 = -12$

$-3 \times 3 = -9$

$-3 \times 2 = -6$

$-3 \times 1 = -3$

$-3 \times 0 = 0$

$-3 \times -1 = 3$

$-3 \times -2 = 6$

$-3 \times -3 = 9$

$-3 \times -4 = 12$

Do you observe any a pattern? You will see that as we multiply –3 by 4, 3, 2, 1, 0, –1, –2, –3, –4 the product increases by 3.

Now let us multiply –4 and –3.

Observe the following products and fill the blanks.

$-4 \times 4 = -16$

$-4 \times 3 = -12$

$-4 \times 2 = -8$

$-4 \times 1 = -4$

$-4 \times 0 = 0$

$-4 \times -1 = $ ______

$-4 \times -2 = $ ______

$-4 \times -3 = $ ______

You will see that as we multiply –4 by 4, 3, 2, 1, 0, –1, –2, –3, the product increases by 4.

According to the two patterns given above, $(-3) \times (-4) = (-4) \times (-3) = 12$

SCERT, TELANGANA

1.1.3 (అ) రెండు ఋణపూర్ణసంఖ్యలతో గుణకారం

−3 మరియు −4 లను గుణిస్తే లబ్దం ఏమొస్తుందో చూద్దాం!

కింది గుణకారాల అమరికలోని క్రమాన్ని పరిశీలిద్దాం.

$-3 \times 4 = -12$

$-3 \times 3 = -9$

$-3 \times 2 = -6$

$-3 \times 1 = -3$

$-3 \times 0 = 0$

$-3 \times -1 = 3$

$-3 \times -2 = 6$

$-3 \times -3 = 9$

$-3 \times -4 = 12$

పై గుణకారాల్లో ఏదేని అమరికను గుర్తించారా? −3 ను 4, 3, 2, 1, 0, −1, −2, −3, −4 లచే గుణించేకొద్దీ వచ్చే లబ్దం క్రమంగా 3 చొప్పున పెరుగుతున్నట్లుగా గమనించవచ్చును.

ఇప్పుడు $-4 \times (-3)$ ను గుణిద్దాం.

కింది గుణకారాల లబ్దాల అమరికను పరిశీలించి, ఖాళీలను పూరించండి.

$-4 \times 4 = -16$

$-4 \times 3 = -12$

$-4 \times 2 = -8$

$-4 \times 1 = -4$

$-4 \times 0 = 0$

$-4 \times -1 = ____$

$-4 \times -2 = ____$

$-4 \times -3 = ____$

−4ను 4, 3, 2, 1, 0, −1, −2, −3 లచే గుణించేకొద్దీ వచ్చే లబ్దం క్రమంగా 4 చొప్పున పెరుగుతున్నట్లుగా గమనించవచ్చును.

పై రెండు గుణకార అమరికల నుండి $(-3) \times (-4) = (-4) \times (-3) = 12$

SCERT, TELANGANA

You have also observed that.

–3 × (–1) = 3   –4 × (–1) = 4

–3 × (–2) = 6   –4 × (–2) = 8

–3 × (–3) = 9   –4 × (–3) = 12

Thus, every time if we multiply two negative integers, the product is always a positive integer.

Activity 1

Fill the grid by multiplying each number in the first column with each number in the first row.

×	3	2	1	0	–1	–2	–3
3	9	6	3	0	–3	–6	–9
2	6	4	2	0			
1							
0							
–1	–3	–2	–1	0	1	2	3
–2							
–3							

(i) Is the product of two positive integers always a positive integer?

(ii) Is the product of two negative integers always a positive integer?

(iii) Is the product of a negative and positive integer always a negative integer?

SCERT, TELANGANA

1.1.3(b) Multiplication of more than two negative integers

We noticed that the product of two negative integers is a positive integer. What will be the product of three negative integers? Four negative integers? and so on .....

Let us observe the following examples.

(i) (–2) × (–3) = 6

(ii) (–2) × (–3) × (–4) = [(–2) × (–3)] × (–4) = 6 × (–4) = – 24

(iii) (–2) × (–3) × (–4) × (–5) = [(–2) × (–3) × (–4)] × (–5) = (–24) × (–5) = 120

(iv) [(–2) × (–3) × (–4) × (–5) × (–6)] = 120 × (–6) = –720

మీరు కింది విధంగా గమనించవచ్చు.

$-3 \times (-1) = 3$ $\quad\quad$ $-4 \times (-1) = 4$

$-3 \times (-2) = 6$ $\quad\quad$ $-4 \times (-2) = 8$

$-3 \times (-3) = 9$ $\quad\quad$ $-4 \times (-3) = 12$

అందుచేత, ప్రతి సందర్భంలో కూడా రెండు ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్ధం ధనపూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది.

కృత్యం 1

కింది పట్టికలో మొదటి నిలువు వరుసలో ప్రతి సంఖ్యను, మొదటి అడ్డువరుసలోని ప్రతి సంఖ్యచే గుణిస్తూ పట్టికను పూరించండి.

×	3	2	1	0	–1	–2	–3
3	9	6	3	0	–3	–6	–9
2	6	4	2	0			
1							
0							
–1	–3	–2	–1	0	1	2	3
–2							
–3							

(i) రెండు ధన పూర్ణసంఖ్యల లబ్ధం ఎల్లపుడు ధన పూర్ణసంఖ్యేనా?

(ii) రెండు ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్ధం ఎల్లపుడు ధన పూర్ణసంఖ్యేనా?

(iii) ఒక ఋణ పూర్ణసంఖ్య, ఒక ధన పూర్ణసంఖ్యల లబ్ధం ఎల్లప్పుడు ఋణ సంఖ్యయేనా?

1.1.3 (అ) రెండుకన్నా ఎక్కువ ఋణ పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం

రెండు ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్ధం ధనపూర్ణ సంఖ్య అని తెలుసుకొన్నాం. ఇప్పుడు మూడు, ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్ధాలు ఏమౌతాయి? అలాగే నాలుగు ...

కింది వాటిని పరిశీలించండి.

(i) $(-2) \times (-3) = 6$

(ii) $(-2) \times (-3) \times (-4) = [(-2) \times (-3)] \times (-4) = 6 \times (-4) = -24$

(iii) $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) = [(-2) \times (-3) \times (-4)] \times (-5) = (-24) \times (-5) = 120$

(iv) $[(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5)] \times (-6) = 120 \times (-6) = -720$

SCERT, TELANGANA

From the above products, we observe that

(i) The product of two negative integers is a positive integer.

(ii) The product of three negative integers is a negative integer.

(iii) The product of four negative integers is a positive integer.

(iv) The product of five negative integers is a negative integer.

Is the product of six negative integers be positive or negative? State reasons.

Try This

(a) (–1) × (–1) = ——

(b) (–1) × (–1) × (–1) = ——

(c) (–1) × (–1) × (–1) × (–1) = ——

(d) (–1) × (–1) × (–1) × (–1) × (–1) = ——

We further see that in (a) and (c) above, the number of negative integers that are multiplied are even number of times and their products are positive integers. The number of negative integers that are multiplied in (b) and (d) are odd number of times and their products are negative integers.

Thus, we find that if the number of negative integers being multiplied is even, then the product is a positive integer. And if the number of negative integers being multiplied is odd, the product is a negative integer.

Exercise - 1.4

1. Fill in the blanks.

(i)	(–100)	× (–6)		=	....
(ii)	(–3)	×	....	=	3
(iii)	100	×	(–6)	=	....
(iv)	(–20)	×	(–10)	=	....
(v)	15	×	(–3)	=	....

SCERT, TELANGANA

పై లబ్దాల నుండి ఏఏ అంశాలను మనం గమనించవచ్చు.

(i) రెండు ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్దం ధన పూర్ణసంఖ్య

(ii) మూడు ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్దం ఋణ పూర్ణసంఖ్య.

(iii) నాలుగు ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్దం ధన పూర్ణసంఖ్య.

(iv) ఐదు ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్దం ఋణ పూర్ణసంఖ్య

ఇలాగే ఆరు ఋణ పూర్ణసంఖ్యల లబ్దం ధన పూర్ణసంఖ్యనా? లేక ఋణ పూర్ణసంఖ్యనా? కారణం తెల్పండి.

ప్రయత్నించండి

అ) $(-1) \times (-1) =$ ——

ఆ) $(-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

ఇ) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

ఈ) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

పై వాటిని పరిశీలిస్తే (అ) మరియు (ఇ) గుణకారాలలో గుణించాల్సిన ఋణ పూర్ణసంఖ్యల సంఖ్య సరిపర్యాయములు ఉంటే వాటి లబ్ధం ధన పూర్ణసంఖ్య అయినది. (ఆ) మరియు (ఈ) గుణకారాలలో ఋణ పూర్ణసంఖ్యల సంఖ్య 'బేసి సంఖ్య' గుణించాల్సిన ఋణ పూర్ణసంఖ్యల సంఖ్య బేసి పర్యాయములలో ఉంటే వాటి లబ్ధం ఋణ పూర్ణసంఖ్య అయినది.

కాబట్టి, గుణకారాలలో ఋణ పూర్ణసంఖ్యల సంఖ్య 'సరిసంఖ్య' ఐతే లబ్దం ధనపూర్ణసంఖ్య. అట్లే ఋణ పూర్ణసంఖ్యల సంఖ్య బేసి సంఖ్య ఐతే లబ్దం ఋణ పూర్ణసంఖ్య అని తెలుసుకుంటాము.

అభ్యాసం - 1.4

1. ఖాళీలను పూరించండి.

(i) $(-100) \times (-6) =$ ....

(ii) $(-3) \times$ .... $= 3$

(iii) $100 \times (-6) =$ ....

(iv) $(-20) \times (-10) =$ ....

(v) $15 \times (-3) =$ ....

SCERT, TELANGANA

2. Find each of the following products.

(i) $3 \times (-1)$	(ii) $(-1) \times 225$
(iii) $(-21) \times (-30)$	(iv) $(-316) \times (-1)$
(v) $(-15) \times 0 \times (-18)$	(vi) $(-12) \times (-11) \times (10)$
(vii) $9 \times (-3) \times (-6)$	(viii) $(-18) \times (-5) \times (-4)$
(ix) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$	(x) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

3. A certain freezing process requires that the room temperature be lowered from 40ºC at the rate of 5ºC every hour. What will be the room temperature 10 hours after the process begins?

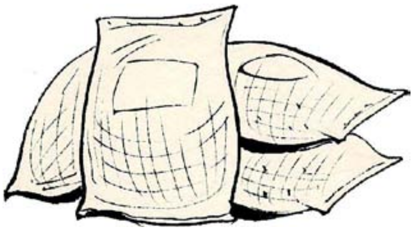
4. In a class test containing 10 questions, '3' marks are awarded for every correct answer and (–1) mark is for every incorrect answer and '0' for questions not attempted.

   (i) Gopi gets 5 correct and 5 incorrect answers. What is his score?

   (ii) Reshma gets 7 correct answers and 3 incorrect answers. What is her score?

   (iii) Rashmi gets 3 correct and 4 incorrect answers out of seven questions she attempts. What is her score?

5. A merchant on selling rice earns a profit of `10 per bag of basmati rice sold and a loss of `5 per bag of non-basmati rice.



   (i) He sells 3,000 bags of basmati rice and 5,000 bags of non-basmati rice in a month. What is his profit or loss in a month?

   (ii) If we sell 6,400 non-basmati rice, how many basmati rice bags are to be sold to get neither profit nor loss?

6. Fill in the blanks.

(i) $(-3) \times$ ______________ $= 27$	(ii) $5 \times$ ______________ $= -35$
(iii) ______________ $\times (-8) = -56$	(iv) ______________ $\times (-12) = 132$

1.1.4 Division of integers

We know that division is the inverse operation of multiplication. Let us observe some examples for natural numbers.

SCERT, TELANGANA

2. కింది వాటికి లబ్ధాలను కనుగొనండి.

(i) $3 \times (-1)$ (ii) $(-1) \times 225$

(iii) $(-21) \times (-30)$ (iv) $(-316) \times (-1)$

(v) $(-15) \times 0 \times (-18)$ (vi) $(-12) \times (-11) \times (10)$

(vii) $9 \times (-3) \times (-6)$ (viii) $(-18) \times (-5) \times (-4)$

(ix) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$ (x) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

3. శీతలీకరణ ద్వారా $40^{o}C$ వద్ద గల గది ఉష్ణోగ్రతను ప్రతి గంటకు $5^{o}C$ చొప్పున చల్లబరచ (తగ్గించ) బడుతుంది. శీతలీకరణం ప్రారంభించిన 10 గంటల తరువాత గది ఉష్ణోగ్రత ఎంత ఉంటుంది?

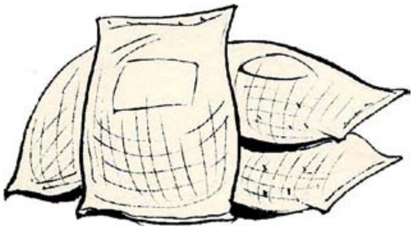
4. ఒక తరగతికి పరీక్షలో 10 ప్రశ్నలు ఇవ్వబడినవి. పరీక్షలో రాయబడిన సరైన జవాబుకు '3' మార్కులు, సరిగాని జవాబుకు (–1) మార్కు. జవాబు రాయనిచో '0' మార్కులు కేటాయించడం జరిగినది.

(i) గోపి రాసిన జవాబులలో 5 సరైనవి, 5 తప్పయిన, అతనికి వచ్చిన మొత్తం మార్కులెన్ని?

(ii) రేష్మ రాసిన 10 జవాబులలో 7 సరైనచో ఆమె పొందిన మార్కులెన్ని?

(iii) రశ్మి రాసిన 7 జవాబులలో 4 తప్పు 3 సరైనచో ఆమె పొందిన మార్కులెన్ని?

5. ఒక వర్తకుడు బియ్యం అమ్మడం ద్వారా ప్రతి బస్తా బాసుమతి బియ్యం పై ` 10 లాభం. బాసుమతి కాని బియ్యంపై ` 5 నష్టాన్ని పొందుతున్నాడు.



(i) ఒక నెలలో వర్తకుడు 3,000 బస్తాలు బాసుమతి బియ్యం, 5,000 బస్తాలు బాసుమతి కాని బియ్యం అమ్మాడు. ఆ నెలలో అతనికి వచ్చిన లాభం లేదా నష్టం ఎంత?

(ii) బాసుమతి కాని బియ్యం 6,400 బస్తాలు అమ్మినపుడు లాభం కానీ, నష్టం కానీ రాకుండా ఉండాలంటే ఎన్ని బస్తాలు బాసుమతి బియ్యం అమ్మాలి?

6. ఖాళీలను పూరించండి.

(i) $(-3) \times$ ____________ $= 27$ (ii) $5 \times$ ____________ $= -35$

(iii) ____________ $\times (-8) = -56$ (iv) ____________ $\times (-12) = 132$

1.1.4 పూర్ణసంఖ్యల భాగహారం

భాగహారం, గుణకారంనకు విలోమ ప్రక్రియ అని మనకు తెలుసు. సహజ సంఖ్యలలో భాగహార ప్రక్రియకు చెందిన మరికొన్ని ఉదాహరణలు పరిశీలిద్దాం.

SCERT TELANGANA

We know that   3 × 5 = 15

Therefore, 15 ÷ 5 = 3 or 15 ÷ 3 = 5

Similarly, 4 × 3 = 12

Therefore, 12 ÷ 4 = 3 or 12 ÷ 3 = 4

Thus, we can say that for each multiplication statement of natural numbers there are two corresponding division statements.

We can also write a multiplication statement and its corresponding division statements for integers?

Observe the following and complete the table.

Multiplication statement	Division statements		
2 × (–6) = (–12)	(–12) ÷ (–6) = 2	,	(–12) ÷ 2 = (–6)
(–4) × 5 = (–20)	(–20) ÷ (5) = (–4)	,	(–20) ÷ (–4) = 5
(–8) × (–9) = 72	72 ÷ (–8) = (–9)	,	72 ÷ (–9) = (–8)
(–3) × (–7) = ________	______ ÷ (–3) = ______	,	____________________
(–8) × 4 = ___________	____________________	,	____________________
5 × (–9) = ___________	____________________	,	____________________
(–10) × (–5) =	____________________	,	____________________

We can infer from the above table that when we divide a negative integer by a positive integer or a positive integer by a negative integer, we divide them as whole numbers and then put a negative (–) sign for the quotient. We thus, get a negative integer as the quotient.

Do This

1. Compute the following.

(i) (–100) ÷ 5 (ii) (–81) ÷ 9 (iii) (–75) ÷ 5 (iv) (–32) ÷ 2

(v) 125 ÷ (–25) (vi) 80 ÷ (–5) (vii) 64 ÷ (–16)

Try This

Can we say that (–48) ÷ 8 = 48 ÷ (–8)?

Check whether the following are true or not?

(i) 90 ÷ (–45) and (–90) ÷ 45 (ii) (–136) ÷ 4 and 136 ÷ (–4)

We also observe that

(–12) ÷ (–6) = 2; (–20) ÷ (–4) = 5; (–32) ÷ (–8) = 4; (–45) ÷ (–9) = 5

So, we can say that when we divide a negative integer by a negative integer, we get a positive number as the quotient.

SCERT, TELANGANA

$3 \times 5 = 15$ అని మనకు తెలుసు.

కావున $15 \div 5 = 3$ లేక $15 \div 3 = 5$

ఇదే విధంగా, $4 \times 3 = 12$

కావున $12 \div 4 = 3$, $12 \div 3 = 4$ అవుతుంది.

అంటే సహజ సంఖ్యలలో ప్రతి గుణకారానికి రెండు సంబంధిత భాగహార వాక్యాలు ఉంటాయని చెప్పవచ్చు.

పూర్ణసంఖ్యలలో కూడా ప్రతి గుణకార వాక్యానికి రెండు సంబంధిత భాగహార వాక్యాలు రాయవచ్చు.

కింది పట్టికను పరిశీలించి మిగిలిన ఖాళీలను పూరించండి.

గుణకార వాక్యాలు	భాగహార వాక్యాలు	
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2$,	$(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div (5) = (-4)$,	$(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	$72 \div (-8) = (-9)$,	$72 \div (-9) = (-8)$
$(-3) \times (-7) =$ ________	______ $\div (-3) =$ _____ ,	________________
$(-8) \times 4 =$ __________	________________ ,	________________
$5 \times (-9) =$ __________	________________ ,	________________
$(-10) \times (-5) =$	________________ ,	________________

ఒక ధన పూర్ణసంఖ్యను ఋణ పూర్ణసంఖ్యచే గాని, ఒక ఋణ పూర్ణసంఖ్యను ధన పూర్ణసంఖ్యచే గాని భాగించినపుడు భాగఫలం ఒక ఋణ సంఖ్య పూర్ణాంకాలను భాగించునట్లే భాగించి, ఋణ గుర్తు (–) నుంచుతాము. అలా భాగఫలం ఋణ పూర్ణసంఖ్య అవుతుంది.

ఇవి చేయండి

1. కింది వాటిని గణించండి.

(i) $(-100) \div 5$ (ii) $(-81) \div 9$ (iii) $(-75) \div 5$ (iv) $(-32) \div 2$

(v) $125 \div (-25)$ (vi) $80 \div (-5)$ (vii) $64 \div (-16)$

ప్రయత్నించండి

$(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$ అవుతుందా?

ఈ కింద నీయబడినవి సత్యమేనా? తెలుపండి.

(i) $90 \div (-45) = (-90) \div 45$ (ii) $(-136) \div 4 = 136 \div (-4)$

కింది భాగహారాలను కూడా గమనించండి.

$(-12) \div (-6) = 2$; $(-20) \div (-4) = 5$; $(-32) \div (-8) = 4$; $(-45) \div (-9) = 5$

కావున ఒక ఋణ పూర్ణసంఖ్యను మరొక ఋణ పూర్ణసంఖ్యచే భాగించగా భాగఫలం ఒక ధన సంఖ్య వస్తుందని చెప్పవచ్చు.

SCERT, TELANGANA

Do This

1. Compute the following.

(i) –36 ÷ (–4) (ii) (–201) ÷ (–3) (iii) (–325) ÷ (–13)

1.2 Properties of integers

In class VI we have learnt the properties of whole numbers. Here we will learn the properties of integers.

1.2.1 Properties of integers under addition

(i) Closure property

Observe the following additions and complete the table.

Statement	Conclusion
5 + 8 = 13	The sum is a whole number
6 + 3 =	
13 + 5 =	
10 + 2 =	
2 + 6 = 8	The sum is a whole number

Is the sum of two whole numbers always a whole number? You will find this to be true. Thus, we say that whole numbers follow the closure property of addition.

Do integers satisfy closure property of addition? Observe the following additions and complete the blanks.

Statement	Conclusion
6 + 3 = 9	The sum is an integer
–10 + 2 =	
–3 + 0 =	
–5 + 6 = 1	
(–2) + (–3) = –5	
7 + (–6) =	The sum is an integer

Is the sum of two integers always an integer?

Can you give an example of a pair of integers whose sum is not an integer? You will not be able to find such a pair. **Therefore, integers are also closed under addition.**

In general, for any two integers a and b, a + b is also an integer.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. కింది భాగాహారాలను గణించండి.

(i) –36 ÷ (–4) (ii) (–201) ÷ (–3) (iii) (–325) ÷ (–13)

1.2 పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలు

6వ తరగతిలో పూర్ణాంకాల ధర్మాలు గురించి నేర్చుకొన్నాం. ఈ తరగతిలో పూర్ణసంఖ్యల యొక్క ధర్మాల గురించి చర్చిద్దాం.

1.2.1 పూర్ణసంఖ్యలలో సంకలన ధర్మాలు

(i) సంవృత ధర్మం

కింది పట్టికలో సంకలనాలను పరిశీలించి పట్టికను పూరించండి.

ప్రవచనం	సారాంశం
5 + 8 = 13	మొత్తం ఒక పూర్ణాంకం
6 + 3 =	
13 + 5 =	
10 + 2 =	
2 + 6 = 8	మొత్తం ఒక పూర్ణాంకము

రెండు పూర్ణాంకాల మొత్తం ఎల్లప్పుడు పూర్ణాంకమే అవుతుందా? ఇది సత్యమని మీరు గ్రహించగలరు. కావున పూర్ణాంకాల సంకలనంకు సంవృత ధర్మం వర్తిస్తుంది.

అయితే పూర్ణసంఖ్యల సంకలనంనకు కూడా సంవృత ధర్మం వర్తిస్తుందా లేదా? కింది పట్టికలో సంకలనాలు పరిశీలించి పూరించండి.

ప్రవచనం	సారాంశం
6 + 3 = 9	మొత్తం ఒక పూర్ణసంఖ్య
–10 + 2 =	
–3 + 0 =	
–5 + 6 = 1	
(–2) + (–3) = –5	
7 + (–6) =	మొత్తం ఒక పూర్ణసంఖ్య

రెండు పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ పూర్ణ సంఖ్యే అవుతుందా?

రెండు పూర్ణసంఖ్యల మొత్తం పూర్ణసంఖ్య కాని ఉదాహరణ చెప్పగలవా? ఇది అసాధ్యం. **కావున పూర్ణసంఖ్యల సంకలనాలకు కూడా సంవృత ధర్మం వర్తిస్తుంది.**

సాధారణంగా a మరియు b, లు ఏవైనా రెండు పూర్ణసంఖ్యలైన a + b కూడా పూర్ణసంఖ్య.

SCERT, TELANGANA

(ii) Commutative property

Observe the following and fill in the blanks.

Statement 1	Statement 2	Conclusion
4 + 3 = 7	3 + 4 = 7	4 + 3 = 3 + 4 = 7
3 + 5 =	5 + 3 =	
3 + 1 =	1 + 3 =	

Do you observe any pair of whole numbers for which the sum is different, when the order of numbers is interchanged? You will not find such a pair. Thus, we say that the addition of whole numbers is commutative.

Is addition of integers commutative? Study the following and fill in the blanks.

Statement 1	Statement 2	Conclusion
5 + (–6) = –1	(–6) + 5 = –1	5 + (–6) = (–6) + 5 = –1
–9 + 2 =	2 + (–9) =	
–4 + (–5) =	(–5) + (–4) =	

Do you observe any pair of integers for which the sum is different when the order is interchanged? You would have not. **Therefore, addition is commutative for integers.**

In general, for any two integers a and b, a + b = b + a

(iii) Associative property

Let us observe the following examples.

(i) (2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9   2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9

(ii) (–2 + 3) + 5 = 1 + 5 = 6   –2 + (3 + 5) = –2 + 8 = 6

(iii) (–2 + 3) + (–5) = 1 + (–5) = –4   (- 2) + [3 + (–5)] = (- 2) + (-2) = –4

(iv) [(–2) + (–3)] + (-5) = –5 + (–5) = –10   –2 + [(–3) + (–5)] = –2 + (–8) = –10

SCERT, TELANGANA

(ii) స్థిత్యంతర ధర్మం (వినిమయన్యాయం)

కింది ఉదాహరణలను గమనించి పట్టికను పూరించండి.

ప్రవచనం 1	ప్రవచనం 2	సారాంశం
4 + 3 = 7	3 + 4 = 7	4 + 3 = 3 + 4 = 7
3 + 5 =	5 + 3 =	
3 + 1 =	1 + 3 =	

రెండు పూర్ణాంకాలను కూడే క్రమంలో సంఖ్యలను పరస్పరం మార్చినపుడు వాటి మొత్తాలలో ఏమైనా తేడాను గమనించారా? తేడా ఉండే పూర్ణాంకాల కూడిక జతలను రాయలేము. కావున పూర్ణాంకాల సంకలనాలకు స్థిత్యంతర ధర్మం వర్తిస్తుంది.

పూర్ణసంఖ్యల సంకలనం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? కింది ఉదాహరణలను గమనించి పట్టికను పూరించండి.

ప్రవచనం 1	ప్రవచనం 2	సారాంశం
5 + (–6) = –1	(–6) + 5 = –1	5 + (–6) = (–6) + 5 = –1
–9 + 2 =	2 + (–9) =	
–4 + (–5) =	(–5) + (–4) =	

రెండు పూర్ణసంఖ్యల సంకలనంలో వాటి క్రమంను పరస్పరం మార్చినప్పుడు వాటి మొత్తాలలో ఏమైనా తేడా ఉందా? తేడా ఉండే పూర్ణసంఖ్యల జతలను రాయలేము. **కావున పూర్ణసంఖ్యల సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మం వర్తిస్తుంది.**

సాధారణంగా a మరియు b లు ఏవైనా రెండు పూర్ణసంఖ్యలు ఐన a + b = b + a

(iii) సహచర ధర్మం

కింది ఉదాహరణలను పరిశీలించండి.

(i)	(2 + 3) + 4	2 + (3 + 4)
	= 5 + 4	= 2 + 7
	= 9	= 9
(ii)	(–2 + 3) + 5	–2 + (3 + 5)
	= 1 + 5	= –2 + 8
	= 6	= 6
(iii)	(–2 + 3) + (–5)	(–2) + [3 + (–5)]
	= 1 + (–5)	= (–2) + (-2)
	= –4	= –4
(iv)	[(–2) + (–3)] + (-5)	–2 + [(–3) + (–5)]
	= –5 + (–5)	= –2 + (–8)
	= –10	= –10

SCERT, TELANGANA

Is the sum in each case equal? You will find this to be true.

Therefore, integers follow the associative property under addition.

Try This

1. Check whether the following are true or false?

   (i) $(2 + 5) + 4 = 2 + (5 + 4)$

   (ii) $(2 + 0) + 4 = 2 + (0 + 4)$

2. Does the associative property hold for whole numbers? Explain with two more examples.

In general, for any three integers a, b and c, (a + b) + c = a + (b + c)

(iv) Additive identity

Observe the following additions.

$-2 + 0 = -2$

$5 + 0 = 5$

$8 + 0 =$

$-10 + 0 =$

On adding '0' to integers, do you get the same integer? Yes, we get the same integer.

Therefore, '0' is the additive identity for integers.

In general, for any integer a, a+0 = 0 + a= a

Try This

1. Compute the following.

   (i) $2 + 0 =$

   (ii) $0 + 3 =$

   (iii) $5 + 0 =$

2. Similarly, add '0' to as many whole numbers as possible.

   Is '0' the additive identity for whole numbers?

SCERT, TELANGANA

ప్రతి సందర్భంలో సంకలనాల మొత్తాలు సమానమేనా? ఇది సత్యమని గ్రహిస్తాం. **కావున పూర్ణసంఖ్యల సంకలనాలకు సహచర ధర్మం వర్తిస్తుంది.**

ప్రయత్నించండి

1. కింది వాటిని సత్యాలో, కాదో పరీక్షించండి.

   (i) $(2 + 5) + 4 = 2 + (5 + 4)$

   (ii) $(2 + 0) + 4 = 2 + (0 + 4)$

2. పూర్ణాంకాల సంకలనాలకు సహచ రధర్మం వర్తిస్తుందా? మరో రెండు ఉదాహరణలతో వివరించండి.

సాధారణంగా a, b మరియు c లు ఏవైనా మూడు పూర్ణసంఖ్యలైన $(a + b) + c = a + (b + c)$

(iv) సంకలన తత్సమాంశం

కింది సంకలనాలను పరిశీలించండి.

$-2 + 0 = -2$

$5 + 0 = 5$

$8 + 0 =$

$-10 + 0 =$

పూర్ణసంఖ్యకు **‘0’** ను కూడితే అదే పూర్ణ సంఖ్య వస్తుందా? అవును, అదే పూర్ణసంఖ్య వస్తుంది.

కావున ‘0’ ను పూర్ణసంఖ్యలకు సంకలన తత్సమాంశం అంటారు.

సాధారణంగా a ఏదైనా పూర్ణసంఖ్య ఐన $a+0 = 0 + a= a$

ప్రయత్నించండి

1. కింది వాటిని గణించండి.

   (i) $2 + 0 =$

   (ii) $0 + 3 =$

   (iii) $5 + 0 =$

2. వీలైనన్ని పూర్ణాంకాలకు ‘0’ ను కూడండి.

   పూర్ణాంకాలకు కూడా ‘0’ సంకలన తత్సమాంశమేనా?

SCERT, TELANGANA

(v) Additive Inverse

What should be added to 3 to get its additive identity '0'?

Observe the following-

$3 + (-3) = 0$

$7 + (-7) = 0$

$(-10) + 10 = 0$

Can we get similar pairs for all integers as above?

In each pair given above, one integer is called the additive inverse of the other integer.

In general, for any integer 'a' there exists an integer (–a) such that a + (–a) = 0.

a and (–a) are additive inverse of each other.

1.2.2 Properties of integers under multiplication

(i) Closure property

Observe the following and complete the table.

Statement	Conclusion
$9 \times 8 = 72$	The product is an integer
$10 \times 0 =$	
$-15 \times 2 =$	
$-15 \times 3 = -45$	
$-11 \times (-8) =$	
$10 \times 10 =$	
$5 \times (-3) =$	

Is it possible to find pairs of integers whose product is not an integer? You will not find this to be possible. **Therefore, integers follow the closure property of multiplication.**

In general, if a and b are two integers, a × b is also an integer.

SCERT, TELANGANA

(v) సంకలన విలోమం

3 నకు ఏ పూర్ణసంఖ్యను కూడగా ఫలితం సంకలన తత్సమాంశం '0' అవుతుంది?

కింది వాటిని పరిశీలిద్దాం.

$3 + (-3) = 0$

$7 + (-7) = 0$

$(-10) + 10 = 0$

పై విధంగా అన్ని పూర్ణసంఖ్యలకు ఇలాంటి జతలను ఏర్పరచగలమా?

పై జతలలో ప్రతీ సంఖ్యను రెండవ సంఖ్యకు సంకలన విలోమం అంటారు.

సాధారణంగా 'a' ఒక పూర్ణసంఖ్య అయిన a + (–a) = 0 అగునట్లుగా (–a) అను ఒక పూర్ణసంఖ్య ఉంటుంది. 'a' మరియు (–a) లు ఒకదానికొకటి సంకలన విలోమాలు.

1.2.2 పూర్ణసంఖ్యలలో గుణకారధర్మాలు

(i) సంవృత ధర్మం

కింది గుణకారాలను పరిశీలించి పూరించండి.

ప్రవచనం	సారాంశం
$9 \times 8 = 72$	లబ్ధం ఒక పూర్ణసంఖ్యయే
$10 \times 0 =$	
$-15 \times 2 =$	
$-15 \times 3 = -45$	
$-11 \times (-8) =$	
$10 \times 10 =$	
$5 \times (-3) =$	

రెండు పూర్ణసంఖ్యల లబ్ధం పూర్ణసంఖ్య కానటువంటి పూర్ణసంఖ్యల జతలను రాయగలవా? వీటిని రాయడం సాధ్యం కాదు. **కావున పూర్ణసంఖ్యలలో గుణకారాలకు సంవృత ధర్మం వర్తిస్తుంది.**

సాధారణంగా a మరియు b లు ఏవైనా రెండు పూర్ణసంఖ్యలు అయిన a × b కూడా పూర్ణసంఖ్యయే.

SCERT, TELANGANA

Try This

(i) 2 × 3 = ________

(ii) 5 × 4 = ________

(iii) 3 × 6 = ________

(iv) Is the product of any two whole numbers always a whole number?

(ii) Commutative property

We know that multiplication is commutative for whole numbers. Is it also commutative for integers?

Statement 1	Statement 2	Conclusion
5 × (–2) = –10;	(–2) × 5 = –10	5 × (–2) = (–2) × 5 = –10
(–3) × 6 =	6 × (–3) =	
–20 × 10 =	10 × (–20) =	

It is true for all the above cases? Can you give one example such that product of two integers is not an integer? Impossible. **Therefore, multiplication of integers follows the commutative property.**

In general, for any two integers a and b, a × b = b × a

(iii) Associative property

Consider the multiplication of 2, –3, –4 grouped as follows.

[2 × (–3)] × (–4) and 2 × [(–3) × (–4)]

We see that-

[2 × (–3)] × (–4) and 2 × [(–3) × (–4)]

= (–6) × (–4) = 2 × 12

= 24 = 24

In first case 2, –3 are grouped together and in the second –3, –4 are grouped together. In both cases the product is the same.

Thus, [2 × (–3)] × [(–4)] = 2 × [(–3) × (–4)]

Does the grouping of integers affect the product of integers? No, it does not.

The product of three integers does not depend upon the grouping of integers. Therefore, the multiplication of integers is associative.

In general, for any integers, a, b and c, (a × b) × c = a × (b × c)

SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

(i) 2 × 3 = ________

(ii) 5 × 4 = ________

(iii) 3 × 6 = ________

(iv) అదే విధంగా ఏవేని రెండు పూర్ణాంకాలను గుణించగా వచ్చు లబ్ధం ఎల్లప్పుడూ పూర్ణాంకమేనా?

(ii) స్థిత్యంతర ధర్మం

పూర్ణాంకాలలో గుణకారానికి స్థిత్యంతర ధర్మం వర్తిస్తుందని తెలుసుకదా. పూర్ణసంఖ్యలకు కూడా ఈ ధర్మం ఉందా?

ప్రవచనం 1	ప్రవచనం 2	సారాంశం
5 × (–2) = –10;	(–2) × 5 = –10	5 × (–2) = (–2) × 5 = –10
(–3) × 6 =	6 × (–3) =	
–20 × 10 =	10 × (–20) =	

పై సందర్భాలన్నింటిలో ఇది సత్యం అగునా? రెండు పూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధం పూర్ణ సంఖ్య కాకుండా ఉండే ఉదాహరణ చెప్పగలరా? సాధ్యం కాదు. **కావున పూర్ణసంఖ్యల గుణకారానికి స్థిత్యంతర ధర్మం వర్తిస్తుంది.**

సాధారణంగా a మరియు b లు ఏవైనా రెండు పూర్ణసంఖ్యలైన a × b = b × a

(iii) సహచర ధర్మం

2, –3, –4 లతో గుణకారాలను చేద్దాం.

వీటిని కింది విధాలుగా గుణిద్దాం.

[2 × (–3)] × (–4)	2 × [(–3) × (–4)]
= (–6) × (–4)	= 2 × 12
= 24	= 24

మొదటి సందర్భంలో 2, –3 లను కలిపి ఒక సమూహంగా మరియు రెండవ సందర్భంలో –3, –4లను కలిపి ఒక సమూహంగా తీసుకోవడం జరిగింది. ఈ రెండు సందర్భాలలో కూడా చివరగా లబ్ధం సమానమే.

అందుచేత [2 × (–3)] × [(–4)] = 2 × [(–3) × (–4)]

పూర్ణ సంఖ్యలను సమూహాలుగా చేసి గుణించినపుడు లబ్ధపూర్ణ సంఖ్యలపై ఏదైనా ప్రభావం చూపిందా? లేదు.

మూడు పూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధం అనునది పూర్ణ సంఖ్యలు సమూహాలుగా చేసి గుణించడంపై ఆధారపడదు. కావున పూర్ణసంఖ్యల గుణకారానికి సహచర ధర్మం వర్తిస్తుంది.

సాధారణంగా a, b, c లు ఏవైనా మూడు పూర్ణసంఖ్యలు ఐన (a × b) × c = a × (b × c)

SCERT, TELANGANA

Do This

1. Is $[(-5) \times 2)] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$?

2. Is $[(-2) \times 6] \times 4 = (-2) \times [(6 \times 4)]$?

Try This

1. $(5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$

2. Is the associative property true for whole numbers? Take many more examples and verify.

(iv) Distributive property

We know that, $9 \times (10 + 2) = (9 \times 10) + (9 \times 2)$

Thus, multiplication distributes over addition is true for whole numbers.

Let us see, is this true for integers-

(i) $-2 \times (1 + 3) = [(-2) \times 1] + [(-2) \times 3]$

$-2 \times 4 = -2 + (-6)$

$-8 = -8$

(ii) $-1 \times [3 + (-5)] = [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)]$

$-1 \times (-2) = -3 + (+5)$

$2 = 2$

Verify $-3 \times (-4+2) = [(-3) \times (-4)] + [-3 \times (2)]$

You will find that in each case, the left hand side is equal to the right hand side.

Thus, multiplication distributes over addition of integers too.

In general, for any integers a, b and c, $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి.

1. $[(-5) \times 2)] \times 3 = (-5) \times [2 \times 3]$ అవుతుందా?

2. $[(-2) \times 6] \times (-4) = (-2) \times [6 \times -4]$ అవుతుందా?

ప్రయత్నించండి

1. $(5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$

2. పూర్ణాంకాలలో గుణకారానికి సహచరధర్మం వర్తిస్తుందా? మరికొన్ని ఉదాహరణలతో సరిచూడండి.

(iv) విభాగ న్యాయం

$9 \times (10 + 2) = (9 \times 10) + (9 \times 2)$ అని మనకు తెలుసు.

అందుచే, పూర్ణాంకాలలో గుణకారం సంకలనంపై విభాగన్యాయం పాటిస్తుందనడం సత్యం.

కావున పూర్ణసంఖ్యలకు కూడ ఈ ధర్మం ఉందా పరిశీలిద్దాం.

(i) $-2 \times (1 + 3) = [(-2) \times 1] + [(-2) \times 3]$

$-2 \times 4 = -2 + (-6)$

$-8 = -8$

(ii) $-1 \times [3 + (-5)] = [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)]$

$-1 \times (-2) = -3 + (+5)$

$2 = 2$

$-3 \times (-4+2) = [(-3) \times (-4)] + [-3 \times (2)]$ ను సరిచూడండి.

పై రెండు సందర్భాలలో ఎడమవైపు ఉన్న విలువ. కుడివైపు ఉన్న విలువకు సమానమని గమనించవచ్చు.

కావున పూర్ణసంఖ్యలలో గుణకారం సంకలనంపై విభాగన్యాయం పాటిస్తుంది.

సాధారణంగా a, b మరియు c, లు ఏవైనా మూడు పూర్ణసంఖ్యలు ఐన $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

SCERT, TELANGANA

(v) Multiplicative identity

Observe the following multiplications and fill in the blanks.

$2 \times 1 = 2$

$-5 \times 1 = -5$

$-3 \times 1 =$ ______

$-8 \times 1 =$ ______

$1 \times (-5) =$ ______

> 1 is the multiplicative identity of integers

You will find that multiplying an integer by 1 does not change the integer. Thus, 1 is called the multiplicative identity for integers.

> **In general, for any integer 'a', $a \times 1 = 1 \times a = a$**

(vi) Multiplication by zero

We know that any whole number when multiplied by zero gives zero. What happens in case of integers? Observe the following.

$(-3) \times 0 = 0$

$0 \times (-8) =$ ______

$9 \times 0 =$ ______

This shows that the product of an integer and zero is zero.

> **In general for any integer a, $a \times 0 = 0 \times a = 0$**

Exercise - 1.5

1. Verify the following.
   (i) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$
   (ii) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$
2. (i) For any integer a, what is $(-1) \times a$ equal to?
   (ii) Determine the integer whose product with (-1) is 5
3. Compute the following products using suitable properties.
   (i) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$
   (ii) $8 \times 53 \times (-125)$
   (iii) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$
   (iv) $(-41) \times 102$
   (v) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$
   (vi) $7 \times (50 - 2)$
   (vii) $(-17) \times (-29)$
   (viii) $(-57) \times (-19) + 57$

SCERT, TELANGANA

(v) గుణకార తత్సమాంశం

కింది గుణకారాలను పరిశీలించి, ఖాళీలను పూరించండి.

> పూర్ణ సంఖ్యలలో గుణకార తత్సమాంశము '1'

$2 \times 1 = 2$

$-5 \times 1 = -5$

$-3 \times 1 =$ ______

$-8 \times 1 =$ ______

$1 \times (-5) =$ ______

పై ఉదాహరణలను బట్టి పూర్ణసంఖ్యను 1తో గుణించినపుడు పూర్ణసంఖ్యలో ఎటువంటి మార్పులేదు. కావున 1 ని పూర్ణసంఖ్యలలో గుణకార తత్సమాంశం అంటారు.

> **సాధారణంగా 'a' ఒక పూర్ణసంఖ్య అయిన $a \times 1 = 1 \times a = a$**

(vi) 0 (సున్న) తో గుణకారం

ఏ పూర్ణాంకాన్నైనా '0' తో గుణించినపుడు, వాని లబ్ధం కూడా సున్న అవుతుంది. అయితే పూర్ణసంఖ్యల విషయంలో ఇది సత్యమా? పరిశీలించండి.

$(-3) \times 0 = 0$

$0 \times (-8) =$ ______

$9 \times 0 =$ ______

పై వాటిని పరిశీలించినపుడు పూర్ణసంఖ్య, సున్నాల లబ్ధం సున్నాయే.

> **సాధారణంగా a, ఏదయిన ఒక పూర్ణసంఖ్య అయిన $a \times 0 = 0 \times a = 0$**

అభ్యాసం - 1.5

1. కింది వానిని సరిచూడండి.

   (i) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

   (ii) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

2. (i) a, ఒక పూర్ణసంఖ్య అయిన $(-1) \times a$ యొక్క విలువ ఎంత?

   (ii) (-1) తో ఏ పూర్ణసంఖ్య యొక్క లబ్ధము 5 అగును.

3. సరైన ధర్మాలను ఉపయోగించి కింది వానిని గణన చేయండి.

   (i) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$

   (ii) $8 \times 53 \times (-125)$

   (iii) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$

   (iv) $(-41) \times 102$

   (v) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$

   (vi) $7 \times (50 - 2)$

   (vii) $(-17) \times (-29)$

   (viii) $(-57) \times (-19) + 57$

SCERT, TELANGANA

1.2.3 Properties of integers under subtraction

(i) Closure under subtraction

Do we always get an integer, when subtracting an integer from an integer?

Do the following.

9 – 7 = ______

7 – 10 = ______

2 – 3 = ______

–2 – 3 = ______

–2 – (–5) = ______

0 – 4 = ______

What did you find? Can we say that integers follow the closure property for subtraction?

In general for any integers a and b, a – b is also an integer.

(ii) Commutativity under subtraction

Let us take an example.

Consider the integers 6 and –4

$6 - (-4) = 6 + 4 = 10$ and

$-4 - (6) = -4 - 6 = -10$

Therefore, $6 - (-4) \neq -4 - (6)$

Thus, subtraction is not commutative for integers.

Try This

Take atleast 5 different pairs of integers and verify commutative property on them.

1.2.4 Properties of integers under division

(i) Closure Property

Observe the following table and complete it.

Statement	Inference	Statement	Inference
$(-8) \div (-4) = 2$	Result is an integer	$(-8) \div 4 = \frac{-8}{4} = -2$	
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$	Result is not an integer	$4 \div (-8) = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$	

What do you observe from table? You will observe that integers are not closed under division.

SCERT TELANGANA

1.2.3 పూర్ణసంఖ్యలలో వ్యవకలన ధర్మాలు

(i) సంవృత ధర్మం

కింది ఒక పూర్ణసంఖ్య నుండి మరొక పూర్ణసంఖ్యను తీసివేసిన ఎల్లప్పుడు పూర్ణసంఖ్యనే వస్తుందా?

వీటిని చేయండి.

$9 - 7 =$ ______

$7 - 10 =$ ______

$2 - 3 =$ ______

$-2 - 3 =$ ______

$-2 - (-5) =$ ______

$0 - 4 =$ ______

ఏమి గమనించారు? పూర్ణసంఖ్యలలో వ్యవకలనానికి సంవృతధర్మం వర్తిస్తుందని చెప్పవచ్చునా?

> **సాధారణంగా a మరియు b, లు ఏవైనా పూర్ణసంఖ్యలైన a – b కూడా పూర్ణసంఖ్యయే.**

(ii) స్థిత్యంతర ధర్మం

ఒక ఉదాహరణ పరిశీలిద్దాం!

6, –4 పూర్ణసంఖ్యలను తీసుకుందాం.

$6 - (-4) = 6 + 4 = 10$ మరియు

$-4 - (6) = -4 - 6 = -10$

అనగా $6 - (-4) \neq -4 - (6)$

పూర్ణసంఖ్యలలో వ్యవకలనానికి స్థిత్యంతర ధర్మం వర్తించదు.

ప్రయత్నించండి

ఏవైనా ఐదు జతల పూర్ణసంఖ్యలను తీసుకొని వాటిపై స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని సరిచూడండి.

1.2.4 పూర్ణసంఖ్యల భాగహార ధర్మాలు

(i) సంవృత ధర్మం

కింది పట్టికను పరిశీలించి, పూరించండి.

ప్రవచనం	సారాంశం	ప్రవచనం	సారాంశం
$(-8) \div (-4) = 2$	ఫలితం పూర్ణసంఖ్య	$(-8) \div 4 = \frac{-8}{4} = -2$	
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$	ఫలితం పూర్ణసంఖ్య కాదు	$4 \div (-8) = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$	

పట్టిక నుంచి ఏమి గమనించారు? పూర్ణసంఖ్యలలో భాగహారానికి సంవృత ధర్మం వర్తించదని మనం గమనించవచ్చు.

SCERT, TELANGANA

Try This

Take atleast five pairs of integers and check whether they are closed under division.

(ii) Commutative Property

We know that division is not commutative for whole numbers. Let us check it for integers also.

You can see from the table given above that $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$.

Is $(-9) \div 3$ equal to $3 \div (-9)$?

Is $(-30) \div (6)$ equal to $(-6) \div (-30)$?

Thus, we can say that **division of integers is not commutative.**

Try This

Take atleast 5 pairs of integers and observe whether the division of integers is commutative or not?

(iii) Division by Zero

We can divide anything into 2 parts, 3 parts, ... but not zero parts. Therefore, any integer divided by zero is meaningless and zero divided by a non-zero integer is equal to zero.

For any integer a, a ÷ 0 is not defined but 0 ÷ a = 0 for a ≠ 0.

(iv) Division by 1

Observe the following-

$(-8) \div 1 = (-8)$ $(11) \div 1 = +11$ $(-13) \div 1 =$ _____ $(-25) \div 1 =$ ________

Thus, from the above examples a negative integer or a positive integer divided by 1 gives the same integer as quotient.

In general, for any integer a, a ÷ 1 = a.

What happens when we divide any integer by (–1)? Complete the following table-

$(-8) \div (-1) = 8$ $11 \div (-1) = -11$ $13 \div (-1) =$ _____ $(-25) \div (-1) =$ _____

We can say that if any integer is divided by (–1) it does not give the same integer, but gives its additive identity.

SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

ఏవైనా కనీసం ఐదు పూర్ణసంఖ్యల జతలను తీసుకొని భాగహారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని సరిచూడండి.

(ii) స్థిత్యంతర ధర్మం

పూర్ణాంకాలలో భాగహారానికి స్థిత్యంతర ధర్మం లేదు. పూర్ణసంఖ్యలలో ఈ ధర్మాన్ని పరిశీలిద్దాం. పట్టికలోని ఉదాహరణ ఆధారంగా $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$ అని తెలియుచున్నది.

ఇంకనూ $(-9) \div 3$, $3 \div (-9)$ లు సమానమేనా?

$(-30) \div (-6)$, $(-6) \div (-30)$ లు సమానమేనా?

అందుచే, పూర్ణసంఖ్యలలో భాగహారంనకు స్థిత్యంతర ధర్మం వర్తించదు.

ప్రయత్నించండి

ఏవైనా కనీసం ఐదు పూర్ణ సంఖ్యల జతలను తీసుకొని భాగహారంలో స్థిత్యంతర ధర్మంను సరిచూడండి.

(iii) సున్నతో భాగహారం

ఒక దానిని రెండు భాగములు, మూడు భాగములు... చేయవచ్చును. కానీ సున్న భాగములుగా విభజించడం అనేది అర్థం లేనిది. సున్నను శూన్యేతర పూర్ణ సంఖ్యచే భాగించగా భాగఫలం '0' అవుతుంది.

a, ఒక పూర్ణసంఖ్య ఐన $a \div 0$ నిర్వచింపబడదు. a ఒక శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య ఐన $0 \div a = 0$

(iv) 1 తో భాగాహారం

కింది భాగహారాలను పరిశీలించి, పూరించండి.

$(-8) \div 1 = -8$ $(-11) \div 1 = -11$ $(-13) \div 1 =$ _____ $(-25) \div 1 =$ _______

పై ఉదాహరణలనుండి ఒక ధన లేదా ఋణ పూర్ణసంఖ్యను 1 చే భాగించగా ఫలితం అదే పూర్ణసంఖ్య అవుతుంది.

సాధారణంగా a, ఏదైన ఒక పూర్ణసంఖ్య అయిన $a \div 1 = a$.

ఏవైన ఒకపూర్ణసంఖ్యను (–1) చే భాగిస్తే ఏమొస్తుంది. కింది వాటిని చేసి తెల్పండి.

$(-8) \div (-1) = 8$ $11 \div (-1) = -11$ $13 \div (-1) =$ _____ $(-25) \div (-1) =$ _____

ఏదేని ఒక పూర్ణసంఖ్యను (–1) చే భాగించునపుడు ఫలితం అదే పూర్ణసంఖ్య కాదు. కాని దాని యొక్క సంకలన తత్సమాంశం వస్తుంది.

SCERT, TELANGANA

Try This

1. For any integer a, is

   (i) a ÷ 1 = 1?

   (ii) a ÷ (–1) = –a?

   Take different values of 'a' and check.

(v) Associative property

Consider the integers –16, 4, –2

Is [(–16) ÷ 4] ÷ (–2) = (–16) ÷ [4 ÷ (–2)]?

[(–16) ÷ 4] ÷ (–2) = (–4) ÷ (–2) = 2

(–16) ÷ [4 ÷ (–2)] = (–16) ÷ (–2) = 8

Therefore,[(–16) ÷ 4] ÷ (–2) $\neq$ (–16) ÷ [4 ÷ (–2)]

Thus, division of integers is not associative.

Try This

Take atleast five more examples and check whether division is associative for integers.

Exercise - 1.6

1. Fill the following blanks.

   (i) –25 ÷ .... = 25

   (ii) .... ÷ 1 = –49

   (iii) 50 ÷ 0 = ...

   (iv) 0 ÷ 1 = ...

1.3 Some problems using negative numbers

Example 1 : In a test (+5) marks are given for every correct answer and (–2) marks are given for every incorrect answer. (i) Radhika answered all the questions and scored 30 marks through 10 correct answers. (ii) Jaya also answered all the questions and scored (–12) marks through 4 correct answers. How many incorrect answers had both Radhika and Jaya attempted?

Solution : (i) Marks given for one correct answer = 5

So marks given for 10 correct answers = 5 × 10 = 50

Radhika's score = 30

Marks obtained for incorrect answers = 30 – 50 = –20

Marks given for one incorrect answer = (–2)

Therefore, Radhika had number of incorrect answers = (–20) ÷ (–2) = 10

SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

1. a, ఏదైన ఒక పూర్ణసంఖ్య అయిన

   (i) $a \div 1 = 1$

   (ii) $a \div (-1) = -a$ అగునా?

   'a'కు వేరువేరు విలువలు తీసుకొని సరిచూడండి.

(v) సహచర ధర్మం

$-16, 4, -2$ పూర్ణసంఖ్యలను తీసుకొంటే

$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-16) \div [4 \div (-2)]$ అగునా?

$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$

$(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8$

అందుకే $[(-16) \div 4] \div (-2) \neq (-16) \div [4 \div (-2)]$

కనుక పూర్ణసంఖ్యలలో భాగహారానికి సహచర ధర్మం వర్తించదు.

ప్రయత్నించండి

ఏవైనా కనీసం ఐదు ఉదాహరణలను తీసుకొని పూర్ణసంఖ్యలలో భాగహారానికి సహచర ధర్మాన్ని సరిచూడండి.

అభ్యాసం - 1.6

1. కింది ఖాళీలను పూరించండి.

   (i) $-25 \div$ .... = 25
   (ii) .... $\div 1$ = -49
   (iii) $50 \div 0$ = ...
   (iv) $0 \div 1$ = ...

1.3 ఋణ పూర్ణసంఖ్యలపై కొన్ని సమస్యలు

ఉదాహరణ 1 : ఒక పరీక్షలో ప్రతి సరైన జవాబుకు (+5) మార్కులు. తప్పు జవాబుకు (–2) ఇవ్వబడ్డాయి.
(i) రాధిక అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు రాయగా 10 సరైనవి. 30 మార్కులు పొందింది.
(ii) జయ కూడా అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు రాయగా, 4 సరైనవి కానీ, (–12) మార్కులు పొందినది.
ఐన పరీక్షలలో రాధిక, జయలు ఎన్ని ప్రశ్నలకు తప్పు జవాబులు రాసారు?

సాధన : (i) ఒక్కొక్క సరైన జవాబుకు మార్కులు $= 5$

10 సరైన జవాబులకు మొత్తం మార్కులు $= 5 \times 10 = 50$

రాధికకు వచ్చిన మార్కులు $= 30$

తప్పు జవాబులకు ఇవ్వబడిన మార్కులు $= 30 - 50 = -20$

ఒక్కొక్క తప్పు జవాబుకు మార్కులు $= (-2)$

కాబట్టి రాధిక తప్పు జవాబుల సంఖ్య $= (-20) \div (-2) = 10$

SCERT, TELANGANA

(ii) Marks given for 4 correct answers = 5 × 4 = 20

Jaya's score = –12

Marks obtained for incorrect answers = –12 – 20 = –32

Marks given for one incorrect answer = (–2)

Therefore, Jaya had number of incorrect answers = (–32) ÷ (–2) = 16

Example 2 : A shopkeeper earns a profit of ₹ 1 by selling one pen and incurs a loss of 40 paise per pencil while selling pencils of his old stock.

(i) In a particular month he incurs a loss of ₹ 5. In this period, he sold 45 pens. How many pencils did he sell in this period?

(ii) In the next month he earns neither profit nor loss. If he sold 70 pens, how many pencils did he sell?

Solution : (i) Profit earned by selling one pen ₹ 1

Profit earned by selling 45 pens = ₹ 1 × 45 = ₹ 45, which we denote by 45

Total loss given = ₹ 5 i.e. –5.

Profit earned on pens + Loss incurred on pencils = Total loss (In this question)

Therefore, Loss incurred on pencils = Total loss – Profit earned on pens

= –5 – (45) = (–50) = – ₹ 50 = – 5000 paise

Loss incurred by selling one pencil = 40 paise which we write as –40 paise

So, number of pencils sold = (–5000) ÷ (–40) = 125 pencils.

(ii) In the next month there is neither profit nor loss.

So, Profit earned on pens + Loss incurred on pencils = 0

i.e., Profit earned on pens = – Loss incurred on pencils.

Now, profit earned by selling 70 pens = ₹ 70

Hence, loss incurred by selling pencils = – ₹ 70 or –7000 paise.

Total number of pencils sold = (–7000) ÷ (–40) = 175 pencils.

Exercise - 1.7

1. In a class test containing 15 questions, 4 marks are given for every correct answer and (–2) marks are given for every incorrect answer. (i) Bharathi attempts all questions but only 9 answers are correct. What is her total score? (ii) One of her friends Hema attempts only 5 questions and all are correct. How many marks did they score?

SCERT, TELANGANA

(ii) 4 సరైన జవాబులకు మార్కులు = 5 × 4 = 20

జయకు వచ్చిన మార్కులు = –12

తప్పు జవాబులకు ఇవ్వబడిన మార్కులు = –12 – 20 = –32

ఒక్కొక్క తప్పు జవాబుకు మార్కులు = (–2)

కాబట్టి జయ తప్పు జవాబుల సంఖ్య = (–32) ÷ (–2) = 16

ఉదాహరణ 2 : ఒక దుకాణాదారుడు ఒక్కొక్క పెన్ను అమ్మడం వలన ₹ 1 లాభాన్ని ఒక్కొక్క పాత పెన్సిలు అమ్మడం వలన 40 పైసల నష్టాన్ని పొందుతున్నాడు.

(i) ₹ 5. నష్టం పొందిన నెలలో అమ్మిన పెన్నుల సంఖ్య 45 ఐన ఎన్ని పెన్సిళ్లు అమ్మినాడు?

(ii) తరువాత నెలలో ఎటువంటి లాభం గాని నష్టం గాని లేదు. 70 పెన్నులను అమ్మిఉంటే, ఎన్ని పెన్సిళ్లు అమ్మినాడు?

సాధన : (i) ఒక్కొక్క పెన్ను అమ్మకం వలన లాభం ₹ 1

45 పెన్నుల అమ్మకం వలన లాభం = ₹ 1 × 45 = ₹ 45, అనగా 45

మొత్తం నష్టము = ₹ 5, అనగా –5.

పెన్నులపై లాభం + పెన్సిళ్లపై నష్టం = మొత్తం నష్టం (ఈ సమస్యలో)

కాబట్టి పెన్సిళ్లపై నష్టం = మొత్తం నష్టం - పెన్నులపై లాభం

= –5 – (45) = (–50) = – ₹ 50 = – 5000 పైసలు

ఒక్కొక్క పెన్సిల్ అమ్మకంపై నష్టం = 40 పై. అనగా –40 పైసలు

కాబట్టి అమ్మిన పెన్సిళ్ల సంఖ్య = (–5000) ÷ (–40) = 125 పెన్సిళ్లు

(ii) తరవాత నెలలో ఎటువంటి లాభం గాని, నష్టం గాని లేదు.

కావున, పెన్నులపై లాభం + పెన్సిళ్లపై నష్టం = 0.

అనగా పెన్నులపై లాభం = – పెన్సిళ్లపై నష్టం

70 పెన్నుల అమ్మకం పై వచ్చిన లాభం = ₹ 70

కావున, పెన్సిళ్లపై నష్టం = – ₹ 70 అనగా –7000 పైసలు

అమ్మిన పెన్సిళ్ల సంఖ్య = (–7000) ÷ (–40)

= 175 పెన్సిళ్లు.

అభ్యాసం - 1.7

1. ఒక తరగతికి ఇవ్వబడ్డ ప్రశ్నాపత్రంలో 15 ప్రశ్నలున్నవి. ప్రతి సరైన జవాబుకు 4 మార్కులు, ప్రతి తప్పు జవాబుకు (–2) మార్కులు కేటాయిస్తారు. (i) భారతి అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు రాస్తే 9 మాత్రమే సరైనవి. (ii) ఆమె స్నేహితురాలు హేమ 5 ప్రశ్నలకు సరైన జవాబులు రాయగా అన్ని సరైనవి. అయితే వారికి వచ్చిన మార్కులు ఎన్ని?

SCERT TELANGANA

2. A cement company earns a profit of ` 9 per bag of white cement sold and a loss of ` 5 per bag of grey cement sold.

   (i) The company sells 7000 bags of white cement and 6000 bags of grey cement in a month. What is its profit or loss?

   (ii) What is the number of white cement bags it must sell to have neither profit nor loss, if the number of grey bags sold is 5400.

3. The temperature at 12 noon was 10° C. If it decreases at the rate of 2°C per hour (i) at what time would the temperature be 8°C below 0° C? (ii) what would be the temperature at 12 midnight?

4. In a class test (+3) marks are given for every correct answer and (–2) marks are given for every incorrect answer and no marks for not attempting any question. (i) Radhika scored 20 marks. If she has got 12 correct answers, how many questions has she attempted incorrectly? (ii) Mohini scores (–5) marks in this test, though she has got 7 correct answers. How many questions has she attempted incorrectly?

5. An elevator descends into a mine shaft at the rate of 6 meters per minute. If the descent starts from 10 m above the ground level, how long will it take to reach – 350 m.

Looking Back

X5Q9I5

1. **N** (natural numbers) = {1, 2, 3, 4, 5 ...}

   W (whole numbers) = {0, 1, 2, 3, 4, 5 ...}

   Z (Integers) = {...... –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4 ....}

   also we can write Z = {0, ±1, ±2, ±3 .....}. Set of integers also represented as I.

2. (i) Each time you add a positive integer, you move right on the number line.

   (ii) Each time you add a negative integer, you move left on the number line.

3. (i) Each time you subtract a positivie integer, you move left on the number line.

   (ii) Each time you subtract a negative integer, you move right on the number line.

4. (i) Each time you multiply a negative integer by a positive integer or a positive integer by a negative integer, the product is a negative integer.

   (ii) Each time you multiply two negative integers, the product is a positive integer.

   (iii) Product of even number of negative integers is positive (+ve), product of odd number of negative integers is negative (–ve).

SCERT, TELANGANA

2. ఒక సిమెంటు కంపెనీ ఒక్కొక్క బస్తా తెల్ల సిమెంటు పై ` 9 లాభం, బూడిదరంగు సిమెంటుపై ` 5 నష్టం చొప్పున అమ్మింది.

   (i) ఒక నెలలో 7000 బస్తాల తెల్ల సిమెంటు, 6000 బస్తాల బూడిద రంగు సిమెంటు అమ్మినట్లయిన ఆ నెలలో పొందిన లాభమా లేదా నష్టమా ఎంత?

   (ii) 5400 బస్తాల బూడిద రంగు సిమెంటు అమ్మిన నెలలో ఎటువంటి లాభం కానీ నష్టం కానీ రాని పక్షంలో ఎన్ని బస్తాల తెల్ల సిమెంటు అమ్మి ఉండాలి.

3. మధ్యాహ్నం 12 గంటల సమయంలో ఉష్ణోగ్రత 10° C అని గుర్తించబడినది. ప్రతి గంటకు 2^oC చొప్పున ఉష్ణోగ్రత తగ్గుతూ ఉంటే (i) ఎన్ని గంటల సమయంలో ఉష్ణోగ్రత 0° C కన్నా 8^oC తక్కువగా ఉంటుంది? (ii) అర్ధరాత్రి 12 గంటల సమయంలో ఉష్ణోగ్రత ఎంత ఉంటుంది?

4. ఒక పరీక్షలో ప్రతి సరైన జవాబుకు (+3) మార్కులు, తప్పు జవాబుకు (–2) మార్కులు, జవాబు రాయకపోతే 0 మార్కులు కేటాయించబడ్డాయి. (i) రాధిక రాసిన జవాబులలో 12 సరైనవి అప్పుడు ఆమె మార్కులు 20 ఐన ఆమె రాసిన తప్పు జవాబులెన్ని? (ii) మోహినికి (–5) మార్కులు వచ్చినవి. ఆమె రాసిన జవాబులలో 7 ఒప్పు జవాబులు ఐన సరికాని జవాబులెన్ని?

5. ఒక గనిలో ఏర్పాటు చేయబడిన ఎలివేటరు నిమిషానికి 6 మీ. వేగంతో కిందికి దిగుతుంది. భూమట్టం కన్నా 10 మీ. ఎత్తునుండి బయలు దేరిన ఎలివేటరు –350 మీ. వరకు ప్రయాణించుటకు ఎంత సమయం పడుతుంది.

మనం నేర్చుకున్నవి

H1E5E9

1. సహజ సంఖ్యలు N = {1, 2, 3, 4, 5 ...}

   పూర్ణాంకములు W = {0, 1, 2, 3, 4, 5 ...}

   పూర్ణసంఖ్యలు Z = {...... –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4 ....}

   Z = {0, ±1, ±2, ±3 .....} అని కూడా రాస్తారు. పూర్ణసంఖ్యల సమితిని I తో కూడా సూచిస్తారు.

2 (i) సంఖ్యారేఖపై ఒక సంఖ్యకు ధనపూర్ణసంఖ్యను కూడినపుడు కుడివైపుకు జరుగుతారు.

  (ii) సంఖ్యారేఖపై ఋణపూర్ణసంఖ్యను కూడినపుడు ఎడమ వైపుకు జరుగుతారు.

3 (i) సంఖ్యారేఖపై ఒక సంఖ్యనుండి ధనపూర్ణసంఖ్యను తీసివేస్తే ఎడమ వైపుకు జరుగుతారు.

  (ii) సంఖ్యారేఖపై ఋణపూర్ణసంఖ్యను తీసివేస్తే కుడివైపునకు జరుగుతారు.

4 (i) ధనపూర్ణసంఖ్యను ఋణపూర్ణసంఖ్యచే లేక ఋణపూర్ణసంఖ్యను ధనపూర్ణ సంఖ్యచే గుణించగా లబ్ధం ఋణపూర్ణసంఖ్య.

  (ii) రెండు ఋణపూర్ణసంఖ్యల లబ్ధం ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య.

  (iii) ఒక గుణకారంనందలి ఋణపూర్ణసంఖ్యల సంఖ్య సరిసంఖ్య అయిన లబ్ధం ధనపూర్ణసంఖ్య. అట్లే ఋణపూర్ణ సంఖ్యల సంఖ్య బేసిసంఖ్య అయిన లబ్ధం ఋణపూర్ణ సంఖ్య అగును.

SCERT, TELANGANA

5. (i) Each time you divide a negative integer by a positive integer or a positive integer by a negative integer the quotient is negative integer.

(ii) Each time you divide negative integer by a negative integer the quotient is positive integer.

(iii) When you multiply or divide two integers of same sign the result is always positive; if they are of opposite signs the result is negative.

6. Propeties of Integers

Property	Addition (+)	Subtraction(–)	Multiplication(×)	Division (÷)
Closure	3	3	3	×
Commutative	3	×	3	×
Associative	3	×	3	×
Identity	3	–	3	–
Inverse	3	–	×	–

7. In integers multiplication distributes over addition. i.e., $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ for any three integers a, b and c.

8. (i) For any integer a, $a \div 0$ is not defined or meaningless

(ii) For any non zero integer a, $0 \div a = 0$ (for $a \neq 0$)

(iii) $a \div 1 = a$

SCERT, TELANGANA

5 (i) ధనపూర్ణసంఖ్యను ఋణపూర్ణసంఖ్యచే గాని లేక ఋణపూర్ణ సంఖ్యను ధనపూర్ణ సంఖ్యచే గాని భాగించగా వచ్చే భాగఫలం ఋణసంఖ్య.

(ii) ఒక ఋణపూర్ణసంఖ్యను మరొక ఋణపూర్ణ సంఖ్యచే భాగించగా వచ్చే భాగఫలం ధనసంఖ్య.

(iii) ఒకే గుర్తు గల రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను గుణించినా లేదా భాగించినా ఫలితం ధనసంఖ్య. వేర్వేరు గుర్తులైతే ఋణ సంఖ్య.

6. పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలు

ధర్మం	సంకలనం(+)	వ్యవకలనం(–)	గుణకారం(×)	భాగహారం (÷)
సంవృత ధర్మం	3	3	3	×
స్థిత్యంతర ధర్మం	3	×	3	×
సహచర ధర్మం	3	×	3	×
తత్సమాంశం	3	–	3	–
విలోమం	3	–	×	–

7. పూర్ణసంఖ్యలందు గుణకారం సంకలనం పై విభాగిస్తుంది. a, b, పూర్ణ సంఖ్యలు ఐన

$$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$$

8. (i) a ఒక పూర్ణసంఖ్య అయిన $a \div 0$ నిర్వచింపబడదు మరియు అర్ధరహితం.

(ii) a ఒక శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య అయిన $0 \div a = 0$

(iii) $a \div 1 = a$

SCERT, TELANGANA

Chapter

2 Fractions, Decimals and Rational Numbers

T7C7H6

2.0 Introduction

We come across many examples in our day-to-day life where we use fractions. Just try to recall them. We have learnt how to represent proper and improper fractions and their addition and subtraction in the previous class. Let us review what we have already learnt and then go further to multiplication and division of fractional numbers as well as of decimal fractions. We will conclude by an introduction to a bigger set of numbers called rational numbers.

The shaded portion of the figures given below have been represented using fractions. Which of these are correct?

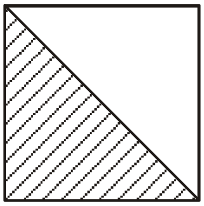


Figure 1

$\frac{1}{2}$

Y/N

Reason ....

Figure 2

$\frac{1}{2}$

Y/N

Reason ....

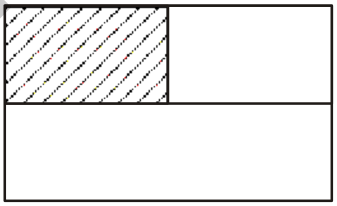


Figure 3

$\frac{1}{3}$

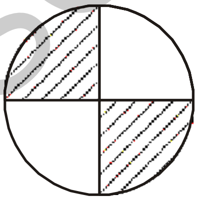
Y/N

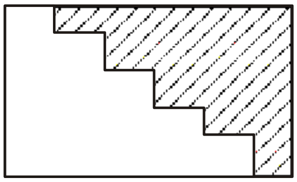
Reason ....

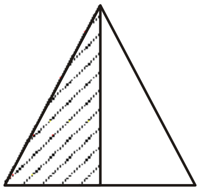
While observing the above figures, you have already identified the figures which have equal parts.

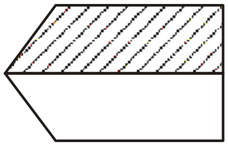
Make 5 more such examples and give them to your friends to verify.

Observe, Neha's representation of $\frac{1}{2}$ in different figures in the following.









Do you think that the shaded portions correctly represent $\frac{1}{2}$? Then what fractions are represented by unshaded portions?

SCERT, TELANGANA

అధ్యాయము

2

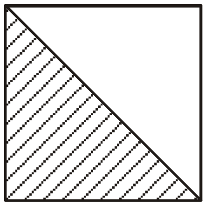
భిన్నాలు, దశాంశాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు

A9V7B7

2.0 పరిచయం

భిన్నాలను ఉపయోగించి అనేక నిత్యజీవిత సమస్యలు సాధించడం మనకు తెలుసు. క్రమ, అపక్రమ భిన్నాలను ఏ విధంగా గుర్తించాలో, వాటి సంకలన వ్యవకలనాలు ఎలా చేయాలో కింది తరగతులలో నేర్చుకున్నాం. మనం వాటిని మరొకసారి పునశ్చరణ చేసుకొని భిన్నాల గుణకారం, భాగహారం నేర్చుకోవడంతో పాటు దశాంశ భిన్నాలను గురించి కూడా తెలుసుకుందాం. అదే విధంగా అకరణీయ సంఖ్యలను పరిచయం చేసుకుందాం.

దిగువనివ్వబడిన పటాలలో షేడ్ చేసిన భాగాలు భిన్నాలలో సూచింపబడ్డాయి. ఇందులో ఏ భాగాలు సరైనవో తెల్పండి.



పటం 1

$\frac{1}{2}$

అవును/కాదు

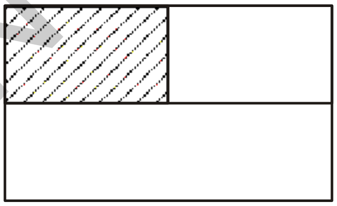
కారణం : ....

పటం 2

$\frac{1}{2}$

అవును/కాదు

కారణం : ....



పటం 3

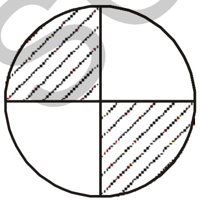
$\frac{1}{3}$

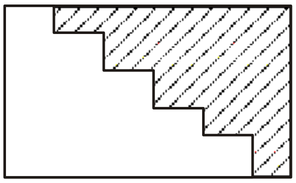
అవును/కాదు

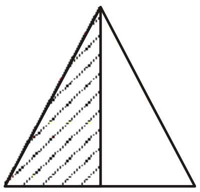
కారణం : ....

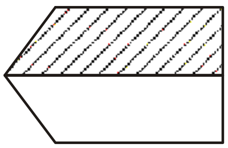
పై పటాలను పరిశీలించే క్రమంలో సమానభాగాలు గల పటాలను గుర్తించే ఉంటారు. అటువంటి ఐదు ఉదాహరణలను రాసి నీ స్నేహితులకు ఇచ్చి, సరిచూడమనండి.

'నేహ' $\frac{1}{2}$ ను వివిధ పటాలలో కింద ఏ విధంగా చూపిందో గమనించండి.









అన్ని పటాలలో షేడ్ చేసిన భాగాలు ఆ పటాలలో $\frac{1}{2}$ ను సూచిస్తాయని నీవు భావిస్తున్నావా? షేడ్ చేయని భాగం ఏ భిన్నాన్ని సూచిస్తుంది.

SCERT, TELANGANA

Try This

Represent $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ in different ways by drawing different figures. Justify your representation by checking with your friends.

Proper and Improper fractions

You have learnt about proper and improper fractions. A proper fraction is a fraction that represents a part of a whole. Give five examples of proper fractions.

Is $\frac{3}{2}$ a proper fraction? How do you check it as a proper fraction or not?

What are the properties of improper fractions? One of them is that in improper fractions the numerator is more than or equal to the denominator. What else do we know about these fractions. We can see that all improper fractions can be written as mixed fractions. For example, the improper fraction $\frac{3}{2}$ can be written as $1\frac{1}{2}$. This is a mixed fraction. This contains an integral part and a fractional part. The fractional part should be a proper fraction.

Do This

1. Write any five examples, each of proper, improper and mixed fractions?

Try This

Represent $2\frac{1}{4}$ pictorially. How many units are needed for this?

Comparison of fractions

Do you remember how to compare like fractions? For example in fractions $\frac{1}{5}$ and $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{5}$ is bigger than $\frac{1}{5}$. Why? Can you recall how to compare two unlike fractions, for e.g. $\frac{5}{7}$ and $\frac{3}{4}$?

We convert these into like fractions and then compare them.

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{28} \quad \text{and} \quad \frac{3}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{28}$$

$$\frac{20}{28} < \frac{21}{28}$$

SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

వివిధ రకాల పటాలు గీచి, వాటిలో $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}$ భిన్నాలను షేడ్ చేయండి. వీటిని నీవు ఏ విధంగా సూచించావో నీ స్నేహితులతో పరిశీలింపచేసి, సరిచూడండి.

క్రమ, అపక్రమ భిన్నాలు

మీరు గతంలో క్రమ, అపక్రమ భిన్నాల గూర్చి తెలుసుకున్నారు. క్రమభిన్నం అనేది మొత్తంలో ఒక భాగంగా గుర్తించాం. క్రమ భిన్నాలకు ఐదు ఉదాహరణలివ్వండి.

$\frac{3}{2}$ అనేది క్రమభిన్నమా? ఇది క్రమ భిన్నం అవునో, కాదో ఏ విధంగా సరిచూస్తావు?

అపక్రమ భిన్నాల ధర్మాలు ఏవి? అందులో ఒక ధర్మం సమానంగా ఉంటుంది. ఈ భిన్నాల గురించి మనకు ఇంకా ఏమి తెలుసు? అపక్రమ భిన్నంలో లవం, హారం కన్నా ఎక్కువగా లేదా ప్రతి అపక్రమ భిన్నాన్ని ఒక మిశ్రమ భిన్నంగా రాయవచ్చు. ఉదాహరణకు $\frac{3}{2}$ అనే అపక్రమ భిన్నాన్ని $1\frac{1}{2}$ అని రాయవచ్చు. ఇది ఒక మిశ్రమ భిన్నం. ఇందులో పూర్ణాంకభాగం, భిన్న భాగాలు ఉంటాయి. భిన్న భాగం తప్పనిసరిగా క్రమభిన్నమవుతుంది.

ఇవి చేయండి

1. క్రమ, అపక్రమ, మిశ్రమ భిన్నాలకు ఏవేని ఐదు చొప్పున ఉదాహరణలు రాయండి.

ప్రయత్నించండి

$2\frac{1}{4}$ భిన్నాన్ని పటాలలో చూపండి. దీనిని చూపడానికి ఎన్ని యూనిట్ పటాలు అవసరం?

భిన్నాల పోలిక

సజాతి భిన్నాలను ఏ విధంగా పోల్చుతారో గుర్తుందా? ఉదాహరణకు $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$ భిన్నాలలో $\frac{3}{5}$ పెద్దది. ఎందుకు? అదే విధంగా రెండు విజాతి భిన్నాలను ఏ విధంగా పోల్చారో జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోండి. ఉదాహరణకు $\frac{5}{7}$ మరియు $\frac{3}{4}$ లను తీసుకోండి.

$\frac{5}{7}, \frac{3}{4}$ లను సజాతిభిన్నాలుగా మార్చి పోల్చుదాం.

$\frac{5}{7}\times\frac{4}{4}=\frac{20}{28}$ మరియు $\frac{3}{4}\times\frac{7}{7}=\frac{21}{28}$

$\frac{20}{28}<\frac{21}{28}$

SCERT, TELANGANA

$\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$ and $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$

Thus, $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$

Do These

1. Write five equivalent fractions for (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{7}$.
2. Which is bigger $\frac{5}{8}$ or $\frac{3}{5}$?
3. Determine which of the following pairs are equal by writing each in their simplest form.

(i) $\frac{3}{8}, \frac{375}{1000}$ (ii) $\frac{18}{54}, \frac{23}{69}$

(iii) $\frac{6}{10}, \frac{600}{1000}$ (iv) $\frac{17}{27}, \frac{25}{45}$

You have already learnt about addition and subtraction of fractions in class VI. Let us solve some problems now.

Example 1 : Razia completes $\frac{3}{7}$ part of her homework, while Rekha completed $\frac{4}{9}$ of it. Who has completed the least part of homework?

Solution : To find this we have to compare $\frac{3}{7}$ and $\frac{4}{9}$.

Converting them to like fractions we have

$\frac{3}{7} = \frac{27}{63}, \quad \frac{4}{9} = \frac{28}{63}$

where, $\frac{27}{63} < \frac{28}{63}$ and so $\frac{3}{7} < \frac{4}{9}$

From this, we say that Razia has completed a least part of her homework.

Example 2 : Shankar's family consumed $3\frac{1}{2}$ kg sugar in the first 15 days of a month. For the next 15 days they consumed $3\frac{3}{4}$ kg sugar. How much sugar did they consume for the whole month?

SCERT, TELANGANA

$\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$ మరియు $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$

కావున $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$

ఇవి చేయండి

1. (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{7}$ భిన్నాలకు ఐదేసి సమాన భిన్నాలను రాయండి.

2. $\frac{5}{8}, \frac{3}{5}$ లలో ఏది పెద్దది?

3. కింది జతల ప్రతి భిన్నాలను సూక్ష్మరూపంలో రాసి, ఏ జతలు సమానమో తెలపండి.

(i) $\frac{3}{8}, \frac{375}{1000}$ (ii) $\frac{18}{54}, \frac{23}{69}$

(iii) $\frac{6}{10}, \frac{600}{1000}$ (iv) $\frac{17}{27}, \frac{25}{45}$

మీరు 6వ తరగతిలో భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం గురించి నేర్చుకున్నారు. ఇప్పుడు మనం కొన్ని సమస్యలు సాధిద్దాం.

ఉదా 1 : రజియా ఇంటి పనిలో $\frac{3}{7}$ భాగం పూర్తిచేసింది. రేఖ $\frac{4}{9}$ భాగం పూర్తి చేసింది. ఎవరు తక్కువ భాగం ఇంటి పని పూర్తి చేసారు?

సాధన : సమస్య సాధనకు $\frac{3}{7}$ ను $\frac{4}{9}$ తో పోల్చాలి

ఈ భిన్నాలను సజాతి భిన్నాలుగా మార్చిన

$\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$, $\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$ అగును.

ఇచ్చట $\frac{27}{63} < \frac{28}{63}$, కావున $\frac{3}{7} < \frac{4}{9}$ అవుతుంది.

దీనిని బట్టి రజియా తక్కువ భాగం ఇంటిపని పూర్తి చేసిందని చెప్పవచ్చు.

ఉదా 2 : ఒక నెలలో శంకర్ కుటుంబం $3\frac{1}{2}$ కి.గ్రా పంచదారను పక్షం రోజులలో వాడారు. తరవాత పక్షం రోజులకు $3\frac{3}{4}$ కి.గ్రా పంచదార వాడారు. అయిన ఆ నెలలో వారు వాడిన మొత్తం పంచదార ఎంత?

SCERT, TELANGANA

Solution : The total weight of the sugar for the whole month

$$= \left(3\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}\right) \text{ kg}$$

$$= \left(\frac{7}{2} + \frac{15}{4}\right) \text{kg} = \left(\frac{7\times 2}{2\times 2} + \frac{15}{4}\right) \text{kg} = \left(\frac{14}{4} + \frac{15}{4}\right) \text{kg}$$

$$= \frac{29}{4} \text{ kg} = 7\frac{1}{4} \text{ kg.}$$

Example 3 : At Ahmed's birthday party, $\frac{5}{7}$ part of the total cake was distributed. Find how much cake is left?

Solution : Total cake = 1 or $\frac{1}{1}$

Part of cake distributed $= \frac{5}{7}$

Part of cake left $= \frac{1}{1} - \frac{5}{7}$

$$= \frac{1\times 7}{1\times 7} - \frac{5}{7}$$

$$= \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

Thus, $\frac{2}{7}$ part of the total cake is left now.

Exercise - 2.1

1. Compute and express the following results as a mixed fraction?

(i) $2 + \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{9} + \frac{1}{3}$ (iii) $1 - \frac{4}{7}$

(iv) $2\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ (v) $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$ (vi) $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}$

2. Arrange the following in ascending order.

(i) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$

SCERT, TELANGANA

సాధన : నెలలో వాడిన పంచదార మొత్తం బరువు

$$= \left(3\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}\right) \text{ కి.గ్రా}$$

$$= \left(\frac{7}{2}+\frac{15}{4}\right) \text{ కి.గ్రా} = \left(\frac{7\times 2}{2\times 2}+\frac{15}{4}\right) \text{కి.గ్రా} = \left(\frac{14}{4}+\frac{15}{4}\right) \text{కి.గ్రా}$$

$$= \frac{29}{4} \text{ కి.గ్రా} = 7\frac{1}{4} \text{ కి.గ్రా}$$

ఉదా 3 : అహ్మద్ పుట్టినరోజున కోసిన కేకులో $\frac{5}{7}$ భాగం పంచాడు. ఇంకా ఎంత భాగం కేకు మిగిలి ఉంది?

సాధన : మొత్తం కేకు = 1 లేదా $\frac{1}{1}$

పంచిన కేకు భాగం $= \frac{5}{7}$

మిగిలిన కేకు భాగం $= \frac{1}{1}-\frac{5}{7}$

$$= \frac{1\times 7}{1\times 7}-\frac{5}{7}$$

$$= \frac{7}{7}-\frac{5}{7} = \frac{7-5}{7} = \frac{2}{7}$$

అందుచే మొత్తం కేకులో $\frac{2}{7}$ భాగం ఇంకా మిగిలి ఉంది.

అభ్యాసం - 2.1

1. కింది వానిని గణించి, ఫలితాన్ని మిశ్రమ భిన్నాలలో వ్యక్తపరచండి.

(i) $2+\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{9}+\frac{1}{3}$ (iii) $1-\frac{4}{7}$

(iv) $2\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$ (v) $\frac{5}{8}-\frac{1}{6}$ (vi) $2\frac{2}{3}+3\frac{1}{2}$

2. కింది భిన్నాలను ఆరోహణ క్రమంలో ఉంచండి.

(i) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$

SCERT TELANGANA

3. Check in the following square, whether in this square the sum of the numbers in each row and in each column and along the diagonals is the same.

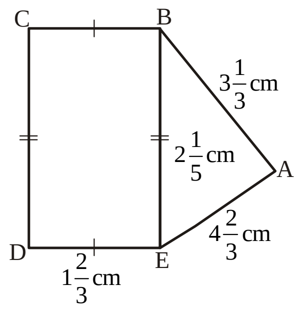
$\frac{6}{13}$	$\frac{13}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{11}{13}$
$\frac{12}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{8}{13}$

4. A rectangular sheet of paper is $5\frac{2}{3}$ cm long and $3\frac{1}{5}$ cm wide. Find its perimeter.

5. The recipe requires $3\frac{1}{4}$ cups of flour. Radha has $1\frac{3}{8}$ cups of flour. How many more cups of flour does she need?

6. Abdul is preparing for his final exam. He has completed $\frac{5}{12}$ part of his course content. Find out how much course content is left?

7. Find the perimeters of (i) ΔABE (ii) the rectangle BCDE in this figure. Which figure has greater perimeter and how much?



2.1 Multiplication of fractions

2.1.1 Multiplication of a fraction by a whole number

In multiplication of whole numbers, while finding as product we repeatedly adding a number. For example 5 x 4 means adding 5 groups of 4 each or 5 times 4.

Thus, when we say $2\times\frac{1}{4}$ it means adding $\frac{1}{4}$ twice or 2 times $\frac{1}{4}$.

Let us represent this pictorially. Look at Figure 1. Each shaded part is $\frac{1}{4}$ part of a square. The two shaded parts together will represent $2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$ (Figure 2).

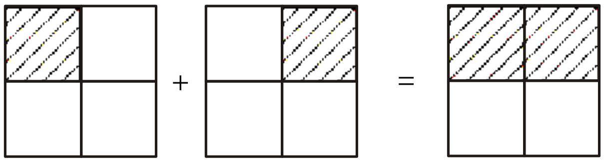


Figure 1 Figure 2

SCERT, TELANGANA

3. కింది చదరంలో అడ్డ వరుసలు, నిలువు వరుసలు మరియు కర్ణాల వరుసలలో గల భిన్నాల మొత్తం కనుగొనండి వాటి మొత్తం సమానం అయినదో లేదో తెల్పండి.

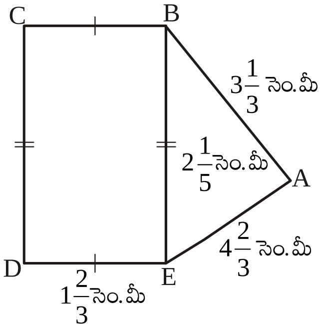
$\frac{6}{13}$	$\frac{13}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{11}{13}$
$\frac{12}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{8}{13}$

4. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితం పొడవు $5\frac{2}{3}$ సెం.మీ మరియు వెడల్పు $3\frac{1}{5}$ సెం.మీ కలదు. దీని చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.

5. ఒక వంటకానికి $3\frac{1}{4}$ కప్పుల పిండి అవసరం. రాధ వద్ద $1\frac{3}{8}$ కప్పుల పిండి కలదు. ఆ వంటకానికి ఇంకనూ కావల్సిన పిండి ఎంత?

6. అబ్దుల్ వార్షిక పరీక్షలకు సన్నద్ధం అవుతున్నాడు. అతడు కోర్సులో $\frac{5}{12}$ భాగం పూర్తిచేసాడు. ఇంకా చదవాల్సిన కోర్సు భాగం ఎంత?

7. ప్రక్కపటంలో (i) ΔABE (ii) దీర్ఘచతురస్రం BCDE ల యొక్క చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి. దేని చుట్టుకొలత ఎక్కువ? ఎంత ఎక్కువ?



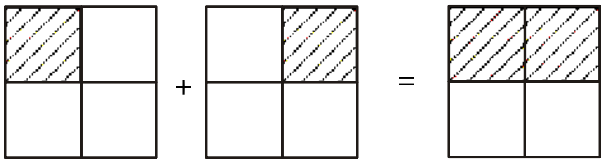
2.1 భిన్నాల గుణకారం

2.1.1 భిన్నాన్ని పూర్ణాంకంచే గుణించుట

మనం పూర్ణాంకాల గుణకారంలో ఒక సంఖ్యను ఆవర్తన సంకలనం చేయడం ద్వారా లబ్ధం కనుగొంటాము. ఉదాహరణకు 5 x 4 అనగా 5 మార్లు 4 లను కూడటం. అంటే 4కు 5 రెట్లు. దీనిని బట్టి మనం

$2\times\frac{1}{4}$ అంటే 2 మార్లు $\frac{1}{4}$ అనగా $\frac{1}{4}$ అనే భిన్నాన్ని 2 సార్లు కూడటం.

దీనిని పటాల ద్వారా సూచిద్దాం. కింది పటాలలో 1వ దానిని చూడండి. షేడ్ చేసిన ప్రతి భాగం చతురస్రంలో $\frac{1}{4}$ వ వంతు. అందుచే రెండు షేడ్ చేసిన భాగాలు మొత్తం $2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$ (పటం 2) అగును



పటం 1 పటం 2

SCERT, TELANGANA

Let us now find $3 \times \frac{1}{2}$. This means three times $\frac{1}{2}$ or three halves.

Thus $\quad 3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Do This

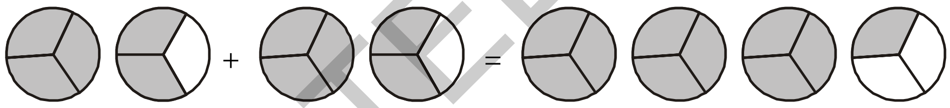
1. Find (i) $4 \times \frac{2}{7}$ (ii) $4 \times \frac{3}{5}$ (iii) $7 \times \frac{1}{3}$

The fractions that we have considered till now, i.e., $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{7}$ and $\frac{3}{5}$ are proper fractions.

Let us see how to multiply improper fractions by a whole number. For example, $2 \times \frac{5}{3}$

$$2 \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Represent pictorially

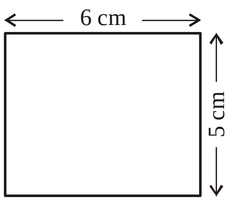


$$\frac{5}{3} \quad + \quad \frac{5}{3} \quad = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Try This

1. Find (i) $5 \times \frac{3}{2}$ (ii) $4 \times \frac{7}{5}$ (iii) $7 \times \frac{8}{3}$

We know the area of a rectangle is equal to length × breadth. If the length and breadth of a rectangle are 6 cm and 5 cm respectively, then what will be its area? Obviously the area would be $6 \times 5 = 30$ cm^2.



If the length and breadth of other rectangle are 6 cm, $2\frac{1}{3}$ cm respectively, what would be the area of that rectangle?

Area of a rectangle is the product of its length and breadth. To multiply a mixed fraction with a whole number, first convert the mixed fractions into an improper fraction and then multiply.

SCERT, TELANGANA

ఇప్పుడు $3\times\frac{1}{2}$ ను కనుగొందాం. దీనిని మనం $\frac{1}{2}$ యొక్క 3 రెట్లు లేదా మూడు అరభాగాలు అనవచ్చు.

అందుచే $3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ అగును.

ఇవి చేయండి

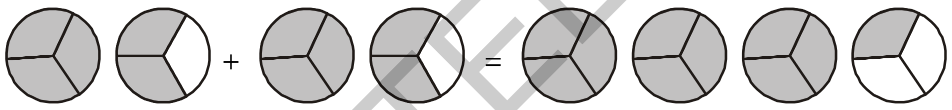
1. కనుగొనండి (i) $4\times\frac{2}{7}$ (ii) $4\times\frac{3}{5}$ (iii) $7\times\frac{1}{3}$

ఇంత వరకు మనం తీసుకున్న భిన్నాలు అంటే $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{7}$ మరియు $\frac{3}{5}$ లు క్రమ భిన్నాలు.

ఇప్పుడు అపక్రమ భిన్నాలను పూర్ణాంకంచే ఎలా గుణిస్తామో చూద్దాం. ఉదా : $2\times\frac{5}{3}$

$$2\times\frac{5}{3}=\frac{5}{3}+\frac{5}{3} = \frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$$

పటాలతో సూచించిన

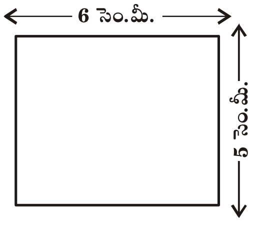


$$\frac{5}{3} \quad + \quad \frac{5}{3} \quad = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

ప్రయత్నించండి

1. కనుగొనండి (i) $5\times\frac{3}{2}$ (ii) $4\times\frac{7}{5}$ (iii) $5\times\frac{3}{2}$

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం, పొడవు × వెడల్పుకు సమానమని మనకు తెలుసు. ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 6 సెం.మీ., వెడల్పు 5 సెం.మీ అయిన, దాని వైశాల్యం ఎంత? దాని వైశాల్యం $6 \times 5 = 30$ చ.సెం.మీ. అవుతుంది కదా!

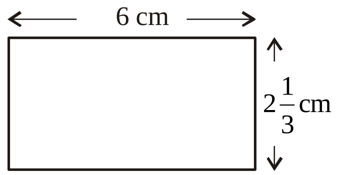


మరొక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా 6 సెం.మీ మరియు $2\frac{1}{3}$ సెం.మీ అయితే, దాని వైశాల్యం ఎంత?

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం దాని పొడవు మరియు వెడల్పుల లబ్ధం. ఇచ్చట ఒక పూర్ణాంకంను మిశ్రమ భిన్నంచే గుణించాలంటే, మొదట మిశ్రమ భిన్నాన్ని అపక్రమ భిన్నంగా మార్చి, తర్వాత పూర్ణాంకంచే గుణించాలి.

SCERT, TELANGANA

Therefore, area of a rectangle $= 6 \times 2\frac{1}{3}$



$= 6 \times \frac{7}{3} = \frac{42}{3}\ \text{cm}^2 = 14\text{cm}^2$

You might have realised by now that to multiply a whole number with a proper or an improper fraction, we multiply the whole number with the numerator of the fraction, keeping the denominator the same.

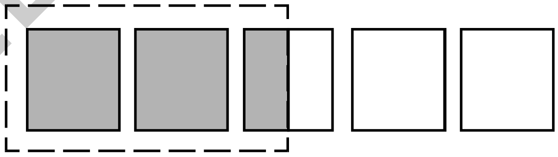
Do These

1. Find the following.

   (i) $3 \times 2\frac{2}{7}$ (ii) $5 \times 2\frac{1}{3}$ (iii) $8 \times 4\frac{1}{7}$ (iv) $4 \times 1\frac{2}{9}$ (v) $5 \times 1\frac{1}{3}$

2. Represent pictorially $2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

Consider $\frac{1}{2} \times 5$. How do you understand it?



$\frac{1}{2} \times 5$ means half of 5, which is $\frac{5}{2}$ or $2\frac{1}{2}$

Thus, $\frac{1}{2}$ of $5 = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$

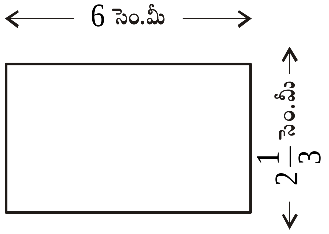
Similarly $= \frac{1}{2}$ of $3 = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ or $1\frac{1}{2}$

Here onwards 'of' represents multiplication.

So what would $\frac{1}{4}$ of 16 mean? It tells us that the whole (16) is to be divided into 4 equal parts and one part out of that has to be taken. When we make 4 equal parts of 16, each part will be 4. So $\frac{1}{4}$ of 16 is 4.

SCERT, TELANGANA

అందుచే దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = $6\times2\frac{1}{3}$



$6\times\frac{7}{3}=\frac{6\times7}{3}=\frac{42}{3}$ చ॥సెం.మీ = 14 చ.సెం.మీ.

మనం క్రమ, అపక్రమ భిన్నాలను పూర్ణాంకాలతో గుణించునప్పుడు భిన్నంలో గల లవంను పూర్ణాంకంతో గుణించి, హారంను అలాగే ఉంచుతామని గమనించవచ్చు.

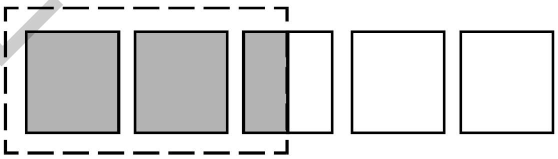
ఇవి చేయండి

1. కింది వానిని కనుగొనండి

   (i) $3\times2\frac{2}{7}$ (ii) $5\times2\frac{1}{3}$ (iii) $8\times4\frac{1}{7}$ (iv) $4\times1\frac{2}{9}$ (v) $5\times1\frac{1}{3}$

2. $2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$ అనే లబ్ధాన్ని పట రూపంలో సూచించండి.

ఇప్పుడు $\frac{1}{2}\times5$ ను నీవు ఎలా అర్థం చేసుకొంటావు?



$\frac{1}{2}\times5$ అనగా 5 లో సగం అనగా $\frac{5}{2}$ లేదా $2\frac{1}{2}$

అందుచే 5లో $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$

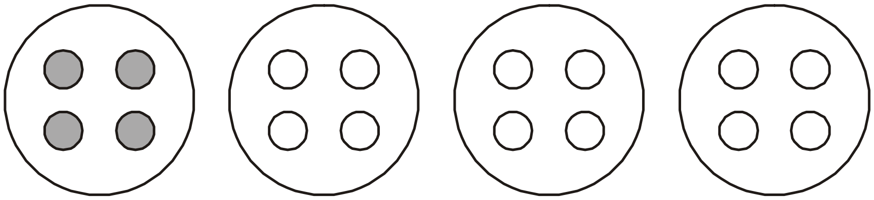
అదే విధంగా 3 లో $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}$ లేదా $1\frac{1}{2}$

ఇప్పటి నుండి 'లో' అనే పదం గుణకారాన్ని సూచిస్తుందని భావించవచ్చు.

అందుచే 16 లో $\frac{1}{4}$ భాగం అర్థమేమి? మొత్తం (16)ను 4 సమాన భాగాలుగా చేసి దానిలో ఒక భాగం విలువ తీసుకోవడం. అది 4 అవుతుంది కావున 16 లో $\frac{1}{4}$ భాగం 4 కు సమానం

SCERT, TELANGANA

This can be illustrated with marbles as shown in the below figure:



$$\frac{1}{4} \text{ of } 16 = \frac{1}{4} \times 16 = \frac{16}{4} = 4$$

Similarly, $\frac{1}{2}$ of $16 = \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8$.

Example 4 : Nazia has 20 marbles. Reshma has $\frac{1}{5}$ of the number of marbles that Nazia has. How many marbles does Reshma have?

Solution : Reshma has $\frac{1}{5} \times 20 = 4$ marbles.

Example 5 : In a family of four persons 15 chapaties were consumed in a day. $\frac{1}{5}$ of the chapaties were consumed by the mother and $\frac{3}{5}$ were consumed by the children and the remaining were eaten by the father.

(i) How many chapaties were eaten by the mother?

(ii) How many chapaties were eaten by the children?

(iii) What fraction of the total chapaties has been eaten by the father?

Solution : Total number of chapaties = 15

(i) Number of chapaties eaten by mother = $\frac{1}{5}$ of total = $\frac{1}{5} \times 15 = 3$ chapaties

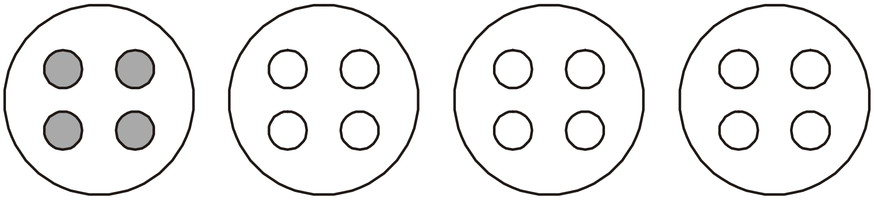
(ii) Number of chapaties eaten by children= $\frac{3}{5}$ of total = $\frac{3}{5} \times 15 = 9$ chapaties

(iii) Chapaties left = 15 – 3 – 9 = 3 chapaties

Fraction of chapathies eaten by father $= \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

SCERT, TELANGANA

ఈ లబ్ధంను కింది పటంలో గోళీల అమరికతో గమనించవచ్చు.



16 లో $\frac{1}{4}$ భాగం $= \frac{1}{4} \times 16 = \frac{16}{4} = 4$

ఇదే విధంగా మనకు 16 లో $\frac{1}{2}$ భాగం $= \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8$.

ఉదా 4 : నజియా వద్ద 20 గోళీలు ఉన్నాయి. రేష్మా వద్ద నజియా వద్ద గల గోళీలలో $\frac{1}{5}$ భాగం ఉంటే, రేష్మా వద్ద ఎన్ని గోళీలు ఉంటాయి?

సాధన : రేష్మా వద్ద గల గోళీల సంఖ్య $\frac{1}{5} \times 20 = 4$ గోళీలు

ఉదా 5 : నలుగురు సభ్యులు గల కుటుంబంలో రోజుకు 15 చపాతీలు తింటారు. తల్లి $\frac{1}{5}$ భాగం, $\frac{3}{5}$ భాగం పిల్లలు, మిగిలిన చపాతీలు తండ్రి తిన్నారు. అయిన

(i) తల్లి తిన్న చపాతీలు ఎన్ని?

(ii) పిల్లలు తిన్న చపాతీలు ఎన్ని?

(iii) తండ్రి తిన్న చపాతీలు మొత్తంలో ఎంత భాగం?

సాధన : మొత్తం చపాతీల సంఖ్య $= 15$

(i) తల్లి తిన్న చపాతీల సంఖ్య = మొత్తంలో $\frac{1}{5}$ భాగం $= \frac{1}{5} \times 15 = 3$ చపాతీలు

(ii) పిల్లలు తిన్న చపాతీల సంఖ్య = మొత్తంలో $\frac{3}{5}$ భాగం $= \frac{3}{5} \times 15 = 9$ చపాతీలు

(iii) మిగిలిన చపాతీలు $= 15 - 3 - 9 = 3$ చపాతీలు

తండ్రి తిన్న చపాతీల భాగం $= \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

SCERT, TELANGANA

Exercise - 2.2

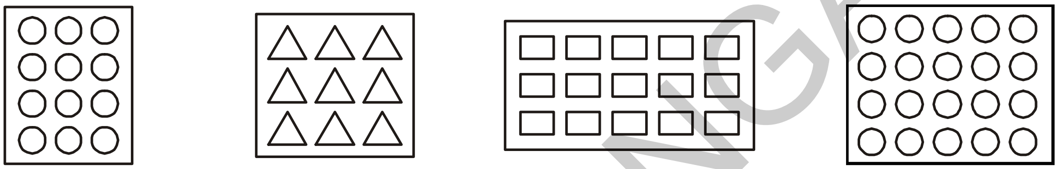
1. Multiply the following. Write the product as a mixed fraction.

   (i) $\frac{3}{6}\times 10$ (ii) $\frac{1}{3}\times 4$ (iii) $\frac{6}{7}\times 2$ (iv) $\frac{2}{9}\times 5$ (v) $15\times\frac{2}{5}$

2. Shade the given portion in the following figures.

   (i) $\frac{1}{2}$ of the circles in box (a) (ii) $\frac{2}{3}$ of the triangles in box (b)

   (iii) $\frac{3}{5}$ of the rectangles in box (c) (iv) $\frac{3}{4}$ of the circles in box (d)



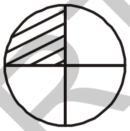
(a) (b) (c) (d)

3. Find (i) $\frac{1}{3}$ of 12 (ii) $\frac{2}{5}$ of 15

2.1.2 Multiplication of a fraction with a fraction

What does $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ mean? From the above we can understand that it means $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{4}$.

Consider $\frac{1}{4}$ -



How will we find $\frac{1}{2}$ of this shaded part? We can divide this one-fourth $\left(\frac{1}{4}\right)$ shaded part into two equal parts (Figure 1). Each of these two parts represents $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{4}$.

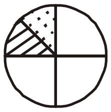


Figure 1

Let us call one of these parts as part 'A'. What fraction of whole circle is 'A'? If we divide the remaining parts of the circle into two equal parts each, we get a total of eight equal parts. 'A' is one of these parts. So, 'A' is $\frac{1}{8}$ of the whole.

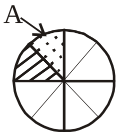


Figure 2

Thus, $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{4} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 2.2

1. కింది వాటిని గుణించండి. లబ్దాన్ని మిశ్రమ భిన్నంగా మార్చి రాయండి.

(i) $\frac{3}{6}\times 10$ (ii) $\frac{1}{3}\times 4$ (iii) $\frac{6}{7}\times 2$ (iv) $\frac{2}{9}\times 5$ (v) $15\times\frac{2}{5}$

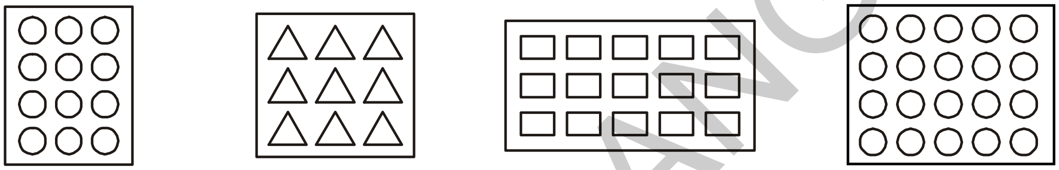
2. కింది పటాలలో ఇచ్చిన భాగాన్ని షేడ్ చేయండి.

(i) పటం 'a' లోని వృత్తాలలో $\frac{1}{2}$ భాగం

(ii) పటం 'b' లోని త్రిభుజాలలో $\frac{2}{3}$ భాగం

(iii) పటం 'c' లోని దీర్ఘచతురస్రాలలో $\frac{3}{5}$ భాగం

(iv) పటం 'd'లోని వృత్తాలలో $\frac{3}{4}$ భాగం



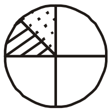
3. కనుగొనండి. (i) 12 లో $\frac{1}{3}$ భాగం (ii) 15 లో $\frac{2}{5}$ భాగం

2.1.2 భిన్నాన్ని, మరొక భిన్నంతో గుణించడం

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ అంటే అర్థమేమి? ముందు నేర్చుకున్న సమస్యలను బట్టి దీని అర్థం $\frac{1}{4}$ లో $\frac{1}{2}$ అని అర్థము.

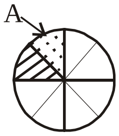
$\frac{1}{4}$ భాగాన్ని తీసుకొండి

షేడ్ చేసిన భాగంలో $\frac{1}{2}$ భాగాన్ని ఎలా కనుగొంటారు? మనం $\left(\frac{1}{4}\right)$ వ వంతు గల షేడ్ చేసిన భాగాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా చేస్తాం. (1వ పటం) ఇందు ప్రతిభాగం $\frac{1}{4}$ లో $\frac{1}{2}$ ను తెలుపుతుంది.



పటం 1

ఇందులో ఒక భాగాన్ని 'A' అనుకుందాం. ఈ భాగం మొత్తం పటంలో ఎన్నవ భాగం? మిగిలిన వృత్తభాగంలో ప్రతీ భాగాన్ని రెండేసి సమాన భాగాలు చేస్తే మొత్తం 8 భాగాలు వస్తాయి. అందులో 'A' భాగాన్ని తీసుకొని పరిశీలించండి. ఇది మొత్తంలో $\frac{1}{8}$ భాగం అవుతుంది.

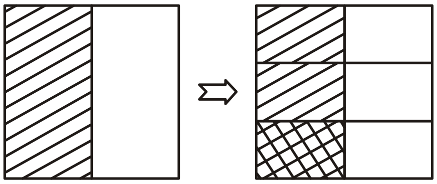


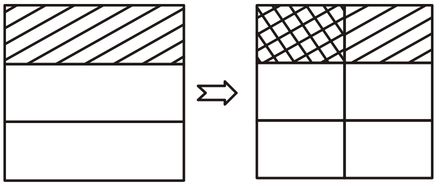
పటం 2

కావున $\frac{1}{4}$ లో $\frac{1}{2}$ అంటే $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$ అగును.

SCERT, TELANGANA

Let us find $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ and $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$.

$\frac{1}{3}$ of $\frac{1}{2}$ is  $= \frac{1}{6}$ thus $\frac{1}{3}$ of $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{3}$ is  $= \frac{1}{6}$ thus $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

From this, we can see that $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

Do These

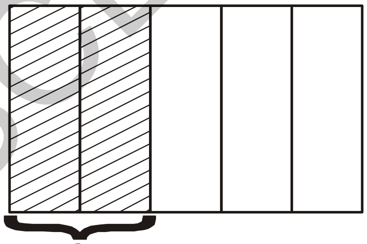
1. Fill in these boxes:

   (i) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{1 \times 1}{5 \times 7} = \square$ (ii) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \square = \square$

2. Find $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ and $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ using diagram, check whether $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$

3. Find $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$. Draw and check answer.

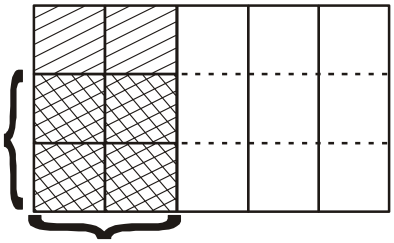
Consider one more example $\frac{2}{3}$ of $\frac{2}{5}$. We have shown $\frac{2}{5}$ in Figure 1 and $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ in Figure 2.



$\frac{2}{5}$

Figure 1

$\frac{2}{3}$



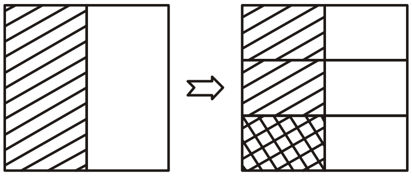
$\frac{2}{5}$

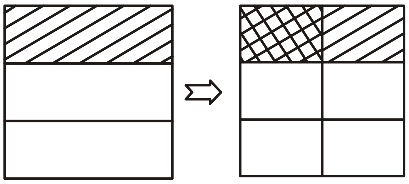
Figure 2

The cross hatched portion in figure (2) represents $\frac{2}{3}$ of $\frac{2}{5}$ i.e. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

SCERT, TELANGANA

ఇప్పుడు $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ లను కనుగొందాం.

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$ అనగా $\frac{1}{2}$ లో $\frac{1}{3}$ అనగా  $=\frac{1}{6}$ కావున $\frac{1}{3}$ లో $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ అనగా $\frac{1}{3}$ లో $\frac{1}{2}$ అనగా  $=\frac{1}{6}$ కావున $\frac{1}{3}$ లో $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

దీనిని బట్టి $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ అని గమనించవచ్చు.

ఇవి చేయండి

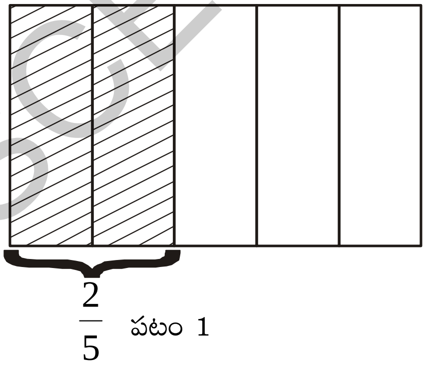
1. కింది వాటిలో గదులను నింపండి

   (i) $\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}=\frac{1\times1}{5\times7}=\square$ (ii) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\square=\square$

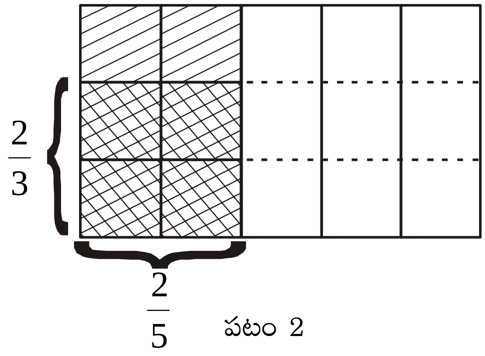
2. $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$ మరియు $\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ లను పటంనుపయోగించి కనుగొని $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ అని సరిచూడండి.

3. $\frac{9}{3}\times\frac{5}{5}$ లబ్ధమును కనుగొనుము. పటమును గీసి జవాబును సరిచూడండి.

మరొక ఉదాహరణ $\frac{2}{5}$ లో $\frac{2}{3}$ ఎంతో పరిశీలిద్దాం. ఇచ్చట 1వ పటంలో $\frac{2}{5}$ భాగం, 2 వ పటంలో $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}$ భాగం షేడ్ చేయబడ్డాయి.



పటం 1



పటం 2

2వ పటంలో జల్లెడ షేడ్ $\frac{2}{5}$ లో $\frac{2}{3}$ అంటే $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$

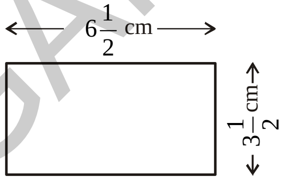
SCERT, TELANGANA

To find the $\frac{2}{3}$ of $\frac{2}{5}$, we have made three equal parts of $\frac{2}{5}$ and then selected 2 out of the 3 parts.

This represent 4 parts out of a total 15 parts so $\frac{2}{3}$ of $\frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$.

From this, we can say that Product of two fractions = $\frac{\textbf{Product of Numerators}}{\textbf{Product of Denominators}}$.

Now, we will find the area of the rectangle if its length and breadth are $6\frac{1}{2}$ cm and $3\frac{1}{2}$ cm respectively.



Area of rectangle = $6\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{7}{2}$ cm². $= \frac{91}{4} = 22\frac{3}{4}$ cm^2.

Example 6 : Narendra reads $\frac{1}{4}$ of a short novel in 1 hour. What part of the book will he have read in $2\frac{1}{2}$ hours?

Solution : The part of the novel read by Narendra in 1 hour = $\frac{1}{4}$

So the part of the novel read by him in $2\frac{1}{2}$ hours $= 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \quad = \frac{5}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$

So Narendra would read $\frac{5}{8}$ part of the novel in $2\frac{1}{2}$ hours.

Example 7 : A swimming pool is filled $\frac{3}{10}$ part in half an hour. How much will it be filled in $1\frac{1}{2}$ hour?

Solution : The part of the pool filled in half an hour = $\frac{3}{10}$.

So, the part of pool which is filled in $1\frac{1}{2}$ hour is 3 times the pool filled in half an hour.

$= 3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

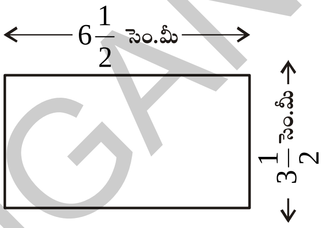
Thus, $\frac{9}{10}$ part of the pool will be filled in $1\frac{1}{2}$ hours.

SCERT, TELANGANA

$\frac{2}{5}$ లో $\frac{2}{3}$ విలువ కనుగొనడానికి $\frac{2}{5}$ ను మూడు సమానభాగాలు చేసి అందులో రెండు భాగాలు తీసుకున్నాం. ఇది మొత్తం 15 భాగాలలో 4 భాగాలకు సమానం అయింది. అందుచే $\frac{2}{5}$ లో $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ అయింది.

దీనిని బట్టి రెండు భిన్నాల లబ్ధం = $\frac{\text{లవాల లబ్ధం}}{\text{హారాల లబ్ధం}}$

ఇప్పుడు ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా $6\frac{1}{2}$ సెం.మీ మరియు $3\frac{1}{2}$ సెం.మీ అయినపుడు దాని వైశాల్యం కనుగొందాం.



దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = $6\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{91}{4} = 22\frac{3}{4}$ చ॥ సెం.మీ.

ఉదా 6 : నరేంద్ర ఒక నవలలో $\frac{1}{4}$ భాగాన్ని 1 గంటలో చదవగలడు. అయిన అతడు $2\frac{1}{2}$ గంటలలో చదవగలిగే భాగం ఎంత?

సాధన : నరేంద్ర 1 గంటలో నవలలో చదవగలిగే భాగం = $\frac{1}{4}$

$2\frac{1}{2}$ గంటలలో చదవగలిగే భాగం $= 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$

కావున నరేంద్ర $2\frac{1}{2}$ గంటలలో $\frac{5}{8}$ భాగాన్ని చదవగలడు.

ఉదా 7 : ఒక ఈత కొలనులో అరగంటకు $\frac{3}{10}$ భాగం నీటితో నింపవచ్చు. అయిన $1\frac{1}{2}$ గంటలలో ఎంత భాగం నింపవచ్చు? (సూచన : అరగంట అంటే ఒకగంటలో సగం = $\frac{1}{2}$)

సాధన : అరగంటలో ఈత కొలనులో నిండే భాగం= $\frac{3}{10}$.

అంటే $1\frac{1}{2}$ గంటలలో 3 అరగంటలు ఉంటాయి కావున

$1\frac{1}{2}$ గంటలలో ఈత కొలనులో నిండే భాగం $= 3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

కావున $\frac{9}{10}$ భాగం ఈతకొలను $1\frac{1}{2}$ గంటలలో నిండుతుంది.

SCERT, TELANGANA

Try This

You have seen that the product of two natural numbers more than 1, bigger than each of the two natural numbers. For example, 3 × 4 = 12, 12 > 4 and 12 > 3. What happens to the value of the product when we multiply two proper fractions?

Fill the following table and conclude your observations.

Eg: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$	$\frac{8}{15} < \frac{2}{3}, \frac{8}{15} < \frac{4}{5}$	Product is less than each of the fractions
$\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} = ------$		
$\frac{3}{5} \times \frac{\square}{8} = \frac{21}{40}$		
$\frac{2}{\square} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{45}$		

Exercise - 2.3

1. Find each of the following products.

   (i) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{11}$ (ii) $6 \times \frac{1}{5}$ (iii) $2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{5}$

2. Multiply and reduce to its lowest form.

   (i) $\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{7} \times \frac{1}{3}$ (iii) $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$ (iv) $\frac{9}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{1}{2}$

3. Which one is greater?

   (i) $\frac{2}{5}$ of $\frac{4}{7}$ or $\frac{3}{4}$ of $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2}$ of $\frac{4}{7}$ or $\frac{2}{3}$ of $\frac{3}{7}$

4. Rehana works $2\frac{1}{2}$ hours each day on her embroidery. She completes the work in 7 days. How many hours did she take to complete her work?

5. A truck runs 8 km using 1 litre of petrol. How much distance will it cover using $10\frac{2}{3}$ litres of petrol?

SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

1 కంటే పెద్దవైన రెండు సహజ సంఖ్యలు గుణించునపుడు, వాటి లబ్ధం, ఆ రెండు సహజ సంఖ్యల కన్నా ఎక్కువ అని మనకు తెలుసు. ఉదాహరణకు $3 \times 4 = 12$ కావున $12 > 4$ మరియు $12 > 3$. ఇదే విధంగా రెండు భిన్నాలను గుణించగా వచ్చే లబ్ధం ఏ విధంగా ఉంటుంది?

కింది పట్టికను నింపి మీ యొక్క సూచనలను ముగించండి.

ఉదా : $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}<\frac{2}{3}, \frac{8}{15}<\frac{4}{5}$	లబ్ధం, భిన్నాల కన్నా తక్కువ
$\frac{1}{5}\times\frac{2}{7}=$------		
$\frac{3}{5}\times\frac{\square}{8}=\frac{21}{40}$		
$\frac{2}{\square}\times\frac{4}{9}=\frac{8}{45}$		

అభ్యాసం - 2.3

1. కింది లబ్ధాలను కనుగొనండి

(i) $\frac{5}{6}\times\frac{7}{11}$ (ii) $6\times\frac{1}{5}$ (iii) $2\frac{1}{3}\times3\frac{1}{5}$

2. గుణించండి. లబ్ధాన్ని సూక్ష్మరూపంలో రాయండి.

(i) $\frac{2}{3}\times5\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{7}\times\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{9}{3}\times\frac{5}{5}$ (iv) $\frac{9}{5}\times\frac{10}{3}\times\frac{1}{2}$

3. కింది వానిలో ఏది పెద్దది?

(i) $\frac{4}{7}$ లో $\frac{2}{5}$ లేదా $\frac{1}{2}$ లో $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{4}{7}$ లో $\frac{1}{2}$ లేదా $\frac{3}{7}$ లో $\frac{2}{3}$

4. రెహానా ప్రతిరోజూ దుస్తుల అల్లిక కొరకు $2\frac{1}{2}$ గంటలు సమయం వెచ్చిస్తుంది. ఇలా ఆమెకు ఒక బట్ట అల్లడానికి 7 రోజులు పట్టింది. ఆమె దీని కొరకు మొత్తం ఎన్ని గంటల సమయం వెచ్చించింది?

5. ఒక లారీ 8 కి.మీ దూరం ప్రయాణించడానికి 1 లీటరు పెట్రోలు అవసరం. అది $10\frac{2}{3}$ లీటర్ల పెట్రోలుతో ఎంత దూరం ప్రయాణించగలదు?

SCERT TELANGANA

6. Raja walks $1\frac{1}{2}$ meters in 1 second. How much distance will he walk in 15 minutes?

7. Provide the number in the box $\square$ to make the statement true.

(i) $\frac{2}{3} \times \square = \frac{20}{21}$. (ii) $\frac{5}{7} \times \frac{\square}{5} = \frac{3}{\square}$

2.2 Division of fractions

1. Imagine you have 15 meters length of cloth and you want to make pieces of $1\frac{1}{2}$ metres length each from it. How many $1\frac{1}{2}$ meter pieces will you get? Here we will successively subtract $1\frac{1}{2}$ meters from 15 meters and see how many times we can do this, till we have no cloth left.

2. Look at one more example. A paper strip of length $\frac{21}{2}$ cm has to be cut into smaller strips of length $\frac{3}{2}$ cm each. How many pieces would we get? Clearly, we can cut $\frac{3}{2}$ cm each time or divide $\frac{21}{2}$ by $\frac{3}{2}$ i.e., $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$.

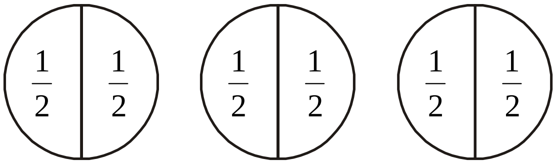
3. Let us recall division with whole numbers. In $15 \div 3$, we find out how many 3's are there in 15. The answer to this is 5. Similarly, to find the number of 2's in 18, we divide 18 by 2 or $18 \div 2$. The answer to this is 9.

Now correlate the same process in dividing whole numbers by fractions and fractions by fractions.

2.2.1 Division of whole number by a fraction

Let us find $3 \div \frac{1}{2}$.

Kiran says we have to find how many halves $\left(\frac{1}{2}\right)$ are there in 3. We draw the following.



The figure above suggests that there are 6 halves in 3.

SCERT, TELANGANA

6. రాజా 1 సెకనులో $1\frac{1}{2}$ మీటర్లు దూరం నడువగలడు. అయిన 15 నిమిషాలలో అతను నడిచే దూరం ఎంత?

7. వాక్యము సత్యమగుట కొరకు గడి $\square$ లో సంఖ్యను నింపండి.

(i) $\frac{2}{3} \times \square = \frac{20}{21}$. (ii) $\frac{5}{7} \times \frac{\square}{5} = \frac{3}{\square}$

2.2 భిన్నాల భాగహారం

1. నీ వద్ద 15 మీటర్ల బట్ట పొడవు గల ఉన్నదనుకోండి. దానిని $1\frac{1}{2}$ మీటర్ల పొడవు చొప్పున సమాన భాగాలు చేయాలి. నీకు ఎన్ని $1\frac{1}{2}$ మీటర్ల పొడవు గల ముక్కలు వస్తాయి? ఇచ్చట మనం 15 మీటర్ల బట్ట నుండి $1\frac{1}{2}$ మీటర్ల చొప్పున తగ్గిస్తూ చివరకు బట్ట మిగలనంత వరకు పోతే ఎన్నిసార్లు తగ్గిస్తూ పోతామో ఆలోచించండి.

2. మరొక ఉదాహరణ పరిశీలిద్దాం: ఒక కాగితం పొడవు $\frac{21}{2}$ సెం.మీ ఉంది. దానిని $\frac{3}{2}$ సెం.మీ చొప్పున ముక్కలుగా కత్తిరిస్తే మనకు ఎన్ని ముక్కలు వస్తాయి? దీనికి మనం ప్రతిసారి $\frac{3}{2}$ సెం.మీ భాగాలను కత్తిరిస్తాం. లేదా $\frac{21}{2}$ ను $\frac{3}{2}$ చే భాగిస్తాం. అంటే $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$ అన్నమాట.

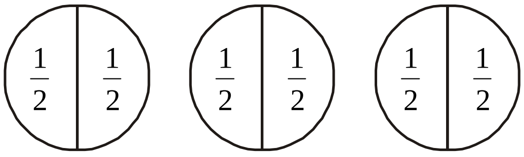
3. పూర్ణాంకాల భాగహారం గుర్తుకు తెచ్చుకో. ఉదాహరణకు $15 \div 3$, అంటే 15లో ఎన్ని మూడులు ఉన్నవో చెప్పాలి అనుకుంటే జవాబు 5 వస్తుంది. ఇదే విధంగా 18 లో ఎన్ని రెండ్లు ఉన్నాయో చెప్పాలంటే 18 ను 2 చే భాగించాలి. అంటే $18 \div 2$. ఇది 9 కి సమానం.

ఇప్పుడు మనం పూర్ణాంకాలలో చేసిన భాగహారాలను బట్టి, పూర్ణాంకాన్ని భిన్నంతోనూ, భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంతోనూ భాగించడం తెలుసుకుందాం.

2.2.1 పూర్ణాంకను భిన్నంతో భాగించడం

$3 \div \frac{1}{2}$ ను కనుగొందాం.

3 లో ఎన్ని $\left(\frac{1}{2}\right)$ (సగాలు) ఉన్నాయో కనుగొనాలని కిరణ్ అన్నాడు. దీనికి కింది విధంగా పటం గీద్దాం.



పై పటాలను బట్టి 3లో 6 సగాలు $\left(\frac{1}{2}\right)$ ఉన్నాయని తెలుస్తున్నది.

SCERT, TELANGANA

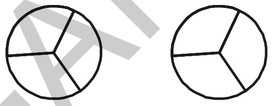
We can therefore say $3 \div \frac{1}{2} = 6$

Think about $2 \div \frac{1}{3}$

This means finding how many one-thirds $\left(\frac{1}{3}\right)$ are there in two wholes. Can we find in other way?

If we observe adjancent figures, there are 6 one-thirds in two wholes i.e.

$2 \div \frac{1}{3} = 6$.

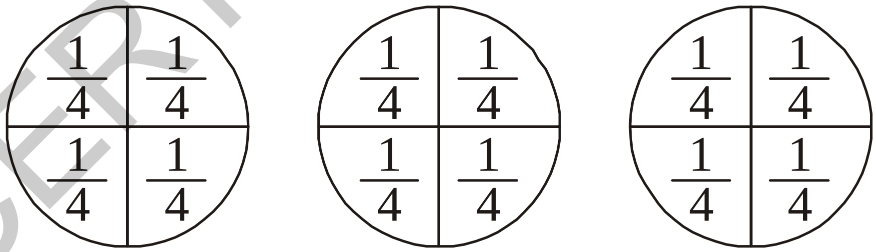


Do This

Find (i) $2 \div \frac{1}{4}$ (ii) $7 \div \frac{1}{2}$ (iii) $3 \div \frac{1}{5}$

2.2.1(a) Reciprocal of a fraction (Multiplicative Inverse)

Now consider $3 \div \frac{1}{4}$. This means the number of $\frac{1}{4}$ parts obtained, when each of the three wholes, are divided into $\frac{1}{4}$ equal parts



The number of one-fourths in 3 is 12 or $3 \div \frac{1}{4} = 12$

We also see that, $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$.

Thus, we have $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$

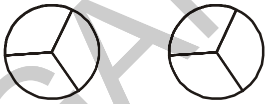
SCERT, TELANGANA

అందుచే మనం $3 \div \frac{1}{2} = 6$ అని చెప్పవచ్చు.

$2 \div \frac{1}{3}$ గురించి ఆలోచించండి.

రెండులో ఎన్ని మూడవ భాగాలు $\left(\frac{1}{3}\right)$ ఉన్నాయో కనుగొనడం అని అర్థం. మరే విధంగానైనా కనుక్కోవచ్చా?

ప్రక్క పటాలు పరిశీలిస్తే రెండు పటాలలో 6 మూడవ భాగాలు $\left(\frac{1}{3}\right)$ ఉన్నాయి.



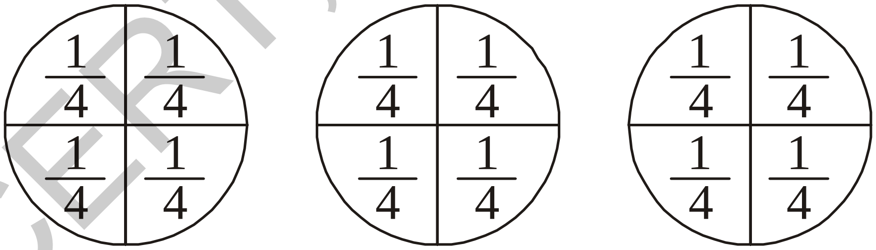
అంటే $2 \div \frac{1}{3} = 6$ అయింది.

ఇవి చేయండి

(i) $2 \div \frac{1}{4}$ (ii) $7 \div \frac{1}{2}$ (iii) $3 \div \frac{1}{5}$ కనుగొనండి.

2.2.1 (అ) భిన్నానికి వ్యుత్క్రమం (గుణకార విలోమం)

$3 \div \frac{1}{4}$ తీసుకొండి. దీనిని భాగించడం అంటే మూడులో ఎన్ని $\frac{1}{4}$ భాగాలు ఉన్నాయో తెలుసుకోవడం.



3 లో $\frac{1}{4}$ లు 12 ఉన్నాయని చెప్పవచ్చు లేదా $3 \div \frac{1}{4} = 12$ అగును

అనగా $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$ అని గమనించవచ్చు.

దీని నుండి మనం $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$ అని తెలుస్తుంది.

SCERT, TELANGANA

Also examine $2 \div \frac{1}{3}$.

$2 \div \frac{1}{3} = 6$ as $2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$

Similarly, $4 \div \frac{1}{4} = 16$ since $4 \times \frac{4}{1} = 16$.

The number $\frac{3}{1}$ can be obtained by interchanging the numerator and denominator of $\frac{1}{3}$ or by inverting $\frac{1}{3}$. Similarly, $\frac{4}{1}$ is obtained by inverting $\frac{1}{4}$.

Observe these products and fill in the blanks:

$7 \times \frac{1}{7} = 1$ $\qquad$ $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$

$\frac{1}{9} \times 9 =$ .... $\qquad$ $\frac{2}{7} \times$ .... $= 1$

$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} =$ .... $\qquad$ .... $\times \frac{5}{9} = 1$

Multiply five more such pairs.

Any two non-zero numbers whose product is 1, are called reciprocals of one another. So the reciprocal of $\frac{4}{7}$ is $\frac{7}{4}$ and the reciprocal of $\frac{7}{4}$ is $\frac{4}{7}$.

Write reciprocals of $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{5}$.

Try This

1. Will the reciprocal of a proper fraction be a proper fraction?
2. Will the reciprocal of an improper fraction be an improper fraction?

SCERT, TELANGANA

అదే విధంగా $2 \div \frac{1}{3}$ పరిశీలించండి

$2 \div \frac{1}{3} = 6$ అగును ఎలా అంటే $2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$

అలాగే $4 \div \frac{1}{4} = 16$ ఎందుకంటే $4 \times \frac{4}{1} = 16$.

ఇచ్చట $\frac{3}{1}$ అనేది $\frac{1}{3}$ అనే భిన్నంలో లవహారాలను తారుమారు చేయగా ఏర్పడింది. అంటే $\frac{1}{3}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{3}{1}$

అదేవిధంగా $\frac{4}{1}$ అనేది $\frac{1}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం అగును.

కింది లబ్ధాలను పరిశీలించి, ఖాళీలను నింపండి.

$7 \times \frac{1}{7} = 1$ $\qquad$ $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$

$\frac{1}{9} \times 9 = ...$ $\qquad$ $\frac{2}{7} \times ....= 1$

$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = ...$ $\qquad$ $......... \times \frac{5}{9} = 1$

ఇటువంటి మరొక ఐదు జతలను తీసుకొని గుణించండి

ఏ రెండు శూన్యేతర సంఖ్యల లబ్ధం 1 అగునో, వాటిని ఒకదాని కొకటి వ్యుత్క్రమాలు (గుణకార విలోమాలు) అంటారు.

అందుచే $\frac{4}{7}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{7}{4}$ అలాగే $\frac{7}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{4}{7}$ అగును. $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{5}$ భిన్నాల వ్యుత్క్రమాలు రాయండి.

ప్రయత్నించండి

1. ఒక క్రమభిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం మరొక క్రమభిన్నం అగునా?
2. ఒక అపక్రమ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం మరొక అపక్రమభిన్నం అగునా?

SCERT , TELANGANA

Therefore,

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times$ reciprocal of $\frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1}$.

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times$ reciprocal of $\frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$.

$3 \div \frac{1}{2} =$ .... = ...

> Raju applied this inverting procedure to mixed fractions and said that the reciprocal of $1\frac{1}{2}$ is $1\frac{2}{1}$. Is he right? Verify.

So, $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times$ reciprocal of $\frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3}$.

$5 \div \frac{2}{4} = 5 \times$ .... $= 5 \times$......................

Thus dividing a whole number by a fraction is equivalent to multiplying the whole number by the reciprocal of that fraction.

Do This

Find (i) $9 \div \frac{2}{5}$ (ii) $3 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

For dividing a whole number by a mixed fraction, first convert the mixed fraction into an improper fraction and then solve it.

Example: $4 \div 3\frac{2}{5} = 4 \div \frac{17}{5} = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17}$ Find , $11 \div 3\frac{1}{3} = 11 \div \frac{10}{3} = ?$

Do This

Find the following.

(i) $7 \div 5\frac{1}{3}$

(ii) $5 \div 2\frac{4}{7}$

SCERT, TELANGANA

అందువలన

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $= 1 \times \frac{2}{1}$

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $= 3 \times \frac{4}{1}$

$3 \div \frac{1}{2} =$ .... = ...

రాజు వ్యుత్క్రమం పద్ధతి అనుసరించి ఒక మిశ్రమ భిన్నం $1\frac{1}{2}$ వ్యుత్క్రమం $1\frac{2}{1}$ అన్నాడు. అతను చెప్పినది సత్యమా? సరిచూడండి.

అలాగే $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \frac{3}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $= 2 \times \frac{4}{3}$

$5 \div \frac{2}{4} = 5 \times$ .... $= 5 \times$......................

ఈ విధంగా ఒక పూర్ణాంకాన్ని ఒక భిన్నంచే భాగించాలంటే, ఆ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం చేత పూర్ణాంకాన్ని గుణించాలని భావించాలి.

ఇవి చేయండి

1. కనుగొనండి (i) $9 \div \frac{2}{5}$ (ii) $3 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

ఒక పూర్ణాంకాన్ని, మిశ్రమ భిన్నంచే భాగించునపుడు, మిశ్రమ భిన్నాన్ని మొదట అపక్రమ భిన్నంగా మార్చి సాధించాలి.

ఉదా : $4 \div 3\frac{2}{5} = 4 \div \frac{17}{5} = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17}$ అలాగే $11 \div 3\frac{1}{3} = 11 \div \frac{10}{3} = ?$ ను కనుగొనండి.

చేయండి

కింది వాటిని కనుగొనండి

(i) $7 \div 5\frac{1}{3}$

(ii) $5 \div 2\frac{4}{7}$

SCERT, TELANGANA

2.2.2 Division of a fraction by a whole number

What does $\frac{3}{4} \div 3$ equal to?

Based on our earlier observations we have : $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

So, $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = ?$ What is $\frac{5}{7} \div 6$ and $\frac{2}{7} \div 8$?

For dividing mixed fractions by whole numbers, we convert the mixed fractions into improper fractions.

For example $2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$. Similarly, $4\frac{2}{5} \div 3 =$ ..... = ... and $2\frac{3}{5} \div 2 =$ ..... = ...

2.2.3 Division of a fraction by another fraction

Let us find $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$.

$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times$ reciprocal of $\frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

Similarly, $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times$ reciprocal of $\frac{2}{3} =$ ....=........

Do This

Find (i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$

Example 8 : An empty swimming pool is to be filled up to $\frac{9}{10}$ of its capacity. A pump takes half an hour to fill $\frac{3}{10}$ of the pool, how long will it take to fill $\frac{9}{10}$ of the pool?

Solution : We need to find how many $\frac{3}{10}$'s are there in $\frac{9}{10}$.

Solve the division problem $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{10}_{1}} \times \frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{3}_{1}} = 3$.

Thus, it would take 3 half an hours i.e. $1\frac{1}{2}$ hours to fill the pool to its $\frac{9}{10}$.

SCERT, TELANGANA

2.2.2 ఒక భిన్నాన్ని ఒక పూర్ణాంకంచే భాగించడం

$\frac{3}{4} \div 3$ ఎంతకు సమానం?

గత పరిశీలనల నుండి మనం $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ అని గమనించవచ్చు.

అందుచే $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = ?$ అలాగే $\frac{5}{7} \div 6$, $\frac{2}{7} \div 8$ ఎంత?

మిశ్రమ భిన్నాలను పూర్ణాంకాలచే భాగించునపుడు, మిశ్రమభిన్నాలను మొదట అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చి, సాధన చేయాలి.

ఉదాహరణకు $2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$. అలాగే $4\frac{2}{5} \div 3 = ... = ...$ మరియు $2\frac{3}{5} \div 2 = ... = ...$

2.2.3 ఒక భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంచే భాగించడం

మనం $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$ కనుగొందాం

$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{6}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $= \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

ఇదే విధంగా $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times \frac{2}{3}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం = ... = ... మరియు $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ =............=.........

ఇవి చేయండి

కనుగొనండి. (i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$

ఉదా 8 : ఒక ఖాళీ ఈతకొలను యొక్క సామర్థ్యంలో $\frac{9}{10}$ భాగం నింపబడాలి. దానిలో $\frac{3}{10}$ భాగం నింపడానికి అరగంట పడితే, $\frac{9}{10}$ భాగం నింపడానికి ఎంతకాలం పడుతుంది?

సాధన: మనం $\frac{9}{10}$ భాగంలో $\frac{3}{10}$ భాగాలు ఎన్ని వున్నాయో కనుగొనాలి.

ఈ భాగహార సమస్య సాధిస్తే $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{10}_{1}} \times \frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{3}_{1}} = 3$ అగును.

కావున ఈతకొలను లో $\frac{9}{10}$ భాగం నింపడానికి 3 అర్థ గంటలు అంటే $1\frac{1}{2}$ గంటల కాలం పడుతుంది.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 2.4

1. Write the reciprocals for the following fractions.

   (i) $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{8}{7}$ (iii) $\frac{13}{7}$ (iv) $\frac{3}{4}$

2. Find the following.

   (i) $18 \div \frac{3}{4}$ (ii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iii) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (iv) $5 \div 3\frac{4}{7}$

3. Find the following.

   (i) $\frac{2}{5} \div 3$ (ii) $\frac{7}{8} \div 5$ (iii) $\frac{4}{9} \div \frac{4}{5}$

4. Form 5 problems each similar to questions 1, 2 and 3 and find their solutions.

5. Deepak can paint $\frac{2}{5}$ of a house in one day. If he continues working at this rate, how many days will he take to paint the whole house?

2.3 Decimal numbers or Fractional decimals

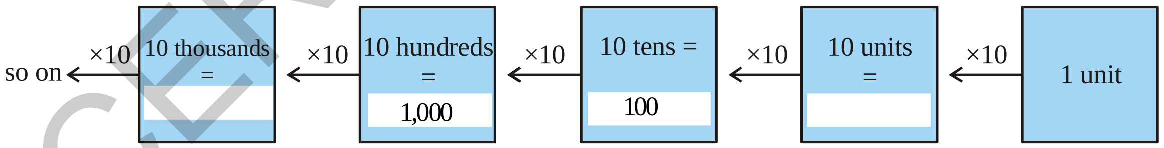
In class VI we have learnt about decimal numbers and their addition and subtraction. Let us review our understanding and then learn about multiplication and division.

Let us write 12714 in its expanded form:

$$12714 = 1\times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times \text{......} + 1 \times \text{......} + 4 \times 1$$

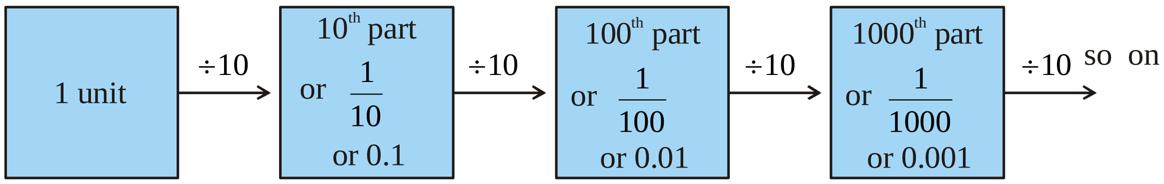
What will the expended form of 12714.2 be?

You will find that on moving from right to left, the value increase in multiples of 10.



Now, what happens when we move from left to right? You will find that the value gets, divided by 10. Now think, if the unit is divided by 10, what will happen? Remember you have learnt that

$$1 \div 10 = \frac{1}{10} = 0.1$$



SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 2.3

1. కింది భిన్నాలకు వ్యుత్క్రమాలు రాయండి.

(i) $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{8}{7}$ (iii) $\frac{13}{7}$ (iv) $\frac{3}{4}$

2. కింది వాటిని కనుగొనండి.

(i) $18 \div \frac{3}{4}$ (ii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iii) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (iv) $5 \div 3\frac{4}{7}$

3. కింది వాటిని కనుగొనండి.

(i) $\frac{2}{5} \div 3$ (ii) $\frac{7}{8} \div 5$ (iii) $\frac{4}{9} \div \frac{4}{5}$

4. పై మూడు ప్రశ్నల ఆధారంగా ఒక్కొక్క దానికి 5 ప్రశ్నలను తయారుచేసి వాటి జవాబులను కనుగొనుము.

5. దీపక్ ఒక ఇంటిలో $\frac{2}{5}$ భాగం ఒక రోజులో రంగు వేయగలడు. ఇదే వేగంతో పనిచేస్తే ఆ ఇంటికి పూర్తిగా రంగు వేయుటకు ఎన్ని రోజులు పడుతుంది?

2.3 దశాంశ సంఖ్యలు లేదా దశాంశ భిన్నాలు

దశాంశ సంఖ్యల గురించి, వాటి సంకలన, వ్యవకలనాల గురించి మీరు 6వ తరగతిలో నేర్చుకున్నారు. మనం ఒకసారి వాటిని పునశ్చరణ చేసుకుందాం.

12714 అనే సంఖ్య విస్తరణ రూపం రాద్దాం.

$12714 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times ...... + 1 \times ...... + 4 \times 1$

మరి 12714.2 యొక్క విస్తరణ రూపం ఏది?

స్థానవిలువల పట్టికలో కుడి నుండి ఎడమ వైపుకు పోయిన కొలదీ, స్థాన విలువ 10 రెట్లు చొప్పున పెరుగుతుందని గమనించవచ్చు.

...... ← × 10 ← [10 వేలు = 10,000] ← × 10 ← [10 వందలు = 1,000] ← × 10 ← [10 పదులు = 100] ← × 10 ← [10 ఒకట్లు = 10] ← × 10 ← [ఒకట్లు]

మనం ఎడమవైపు నుండి కుడివైపునకు పోవునపుడు ఏమి జరుగుతుంది? ప్రతి స్థానవిలువ దాని ఎడమవైపున కల ఎగువ స్థానంలో 10వ భాగం అవుతుంది అంటే ప్రతిస్థానం విలువ దాని ముందు స్థానాన్ని 10చే భాగిస్తే వస్తుంది. ఇదే విధంగా యూనిట్ (ఒకట్లు) స్థానాన్ని 10 చే భాగిస్తే ఏమి వస్తుంది. $1 \div 10 = \frac{1}{10} = 0.1$ అని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోండి.

[ఒకట్లు] → ÷ 10 → [పదో వంతు లేదా $\frac{1}{10}$ లేదా 0.1] → ÷ 10 → [వందో వంతు లేదా $\frac{1}{100}$ లేదా 0.01] → ÷ 10 → [వెయ్యో వంతు లేదా $\frac{1}{1000}$ లేదా 0.001] → ÷ 10 → ......

SCERT, TELANGANA

Thus, the expanded form of 12714.2 is

$$12714.2 = 1\times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times ......+ 1 \times ...... + 4 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10}$$

Now find the place value of all the digits of 3.42. You might have noticed that a dot (.) or a decimal point separates whole part of the number from the fractional part. The part right side of the decimal point is called the decimal part of the number. Similarly, the part left to the decimal point is called the integral part of the number.

In the number 3.42- place value of digits.

	3 is at units place	4 is at the first place after the decimal point	2 is at the second place after the decimal point
Place value	$3 \times 1 = 3$	$4\times\frac{1}{10}=\frac{4}{10}$ or 0.4	$2\times\frac{1}{100}=\frac{2}{100}$ or 0.02

Try This

1. Look at the following table and fill up the blank spaces.

Hundreds (100)	Tens (10)	Units (1)	Tenth $\left(\frac{1}{10}\right)$	Hundredths $\left(\frac{1}{100}\right)$	Thousandths $\left(\frac{1}{1000}\right)$	Number
5	4	7	8	2	9	547.829
0	7	2	1	7	7	________
3	2	__	__	5	4	327.154
6	__	4	__	2	__	614.326
2	__	6	5	__	2	236.512

2. Write thefollowing numbers in their expanded form.

(i) 30.807 (ii) 968.038 (iii) 8370.705

To convert money, length, weight, etc from one unit to the other we often use decimals. For example, 5 paise = ` $\frac{5}{100}$ = `0.05; 220 g = $\frac{220}{1000}$ = 0.220 kg ; 5 cm = $\frac{5}{100}$ = 0.05 m

Do This

Find (i) 50 paise = ` _____ (ii) 22 g =_____ kg (iii) 80 cm =_____ m

SCERT, TELANGANA

కావున 12714.2 యొక్క విస్తరణ రూపం

$$12714.2 = 1\times 10000 + 2\times 1000 + 7\times \ldots\ldots + 1\times \ldots\ldots + 4\times 1 + 2\times \frac{1}{10}$$

3.42 అనే సంఖ్యలో అన్ని అంకెల స్థానవిలువలు కనుగొందాం. ఇచ్చట దశాంశ బిందువు (.) అనేది ఆ సంఖ్యను పూర్ణాంక భాగం మరియు దశాంశ భాగాలుగా విభజిస్తుంది అని గమనించి ఉంటారు. దశాంశ బిందువుకు కుడివైపున గల సంఖ్యా భాగాన్ని 'దశాంశ భాగం' అంటారు. అదే విధంగా దశాంశ బిందువుకు ఎడమ వైపుగల సంఖ్యను "పూర్ణాంక భాగం" అంటారు.

3.42 లోని అంకెల స్థాన విలువలు.

	ఒకట్ల స్థానంలో 3 కలదు	దశాంశ భాగంలో దశాంశ బిందువుకు వెంటనే కుడివైపున 4 కలదు	దశాంశ భాగంలో దశాంశ బిందువుకు రెండు స్థానాలు కుడివైపున 2 కలదు
స్థానవిలువ	$3\times 1 = 3$	$4\times\frac{1}{10}=\frac{4}{10}$ లేదా 0.4	$2\times\frac{1}{100}=\frac{2}{100}$ లేదా 0.02

ప్రయత్నించండి

1. కింది పట్టిక పరిశీలించి, ఖాళీలను నింపండి.

వందలు (100)	పదులు (10)	ఒకట్లు (1)	పదోవంతు $\left(\frac{1}{10}\right)$	వందోవంతు $\left(\frac{1}{100}\right)$	వెయ్యో వంతు $\left(\frac{1}{1000}\right)$	సంఖ్య
5	4	7	8	2	9	547.829
0	7	2	1	7	7	______
3	2	__	__	5	4	327.154
6	__	4	__	2	__	614.326
2	__	6	5	__	2	236.512

2. కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి

(i) 30.807 (ii) 968.038 (iii) 8370.705

మనం ద్రవ్యం, పొడవు, బరువు మొదలగు వాటిని తక్కువ లేదా ఎక్కువ యూనిట్లులోనికి మార్చునపుడు దశాంశాలు వాడుతాం.

ఉదాహరణకు 5 పైసలు = ₹ $\frac{5}{100}$ = ₹0.05; 220 గ్రా. = $\frac{220}{1000}$ =0.220 కి.గ్రా.; 5 సెం.మీ. = $\frac{5}{100}$ =0.05 మీ.

ఇవి చేయండి

కనుగొనండి.

(i) 50 పైసలు = ₹_______ (ii) 22 గ్రా॥ = _______ కి.గ్రా (iii) 80 సెం.మీ = _______ మీ.

SCERT, TELANGANA

2.3.1 Comparison of decimal numbers

Let us see who has more money?

Abhishek and Neha have ` 375.50 and `375.75 respectively in their kiddy bank. Can you find who has more money? We first compare the digits on the left of the decimal point. Since both the children have ` 375 we compare the digits to the right of the decimal point starting from the tenth place. We find that Abhishek has 7 tenths and Neha has 5 tenths, 7 tenths >5 tenths, therefore, Abhishek has more money than Neha, i.e., 375.75 > 375.50.

Now compare quickly, which of the following pair of numbers is greater ?

(i) 37.65 and 37.60 (ii) 1.775 with 19.780 (iii) 364.10 and 363.10

Make 15 more pairs and compare greater and smaller.

2.3.2 Let us see how to add or subtract decimals.

(i) 221.85 + 37.10

221.85
+37.10
258.95

(ii) 39.70 - 6.85

39.70
- 06.85
32.85

> While adding or subtracting decimal numbers, the digits in the same places must be added or subtracted, i.e., while writing numbers one below the other, see that decimal points must come one below the other. Decimal places may be made equal by placing zeroes on the right side of the decimal number.

Do This

Find (i) 0.25 + 5.30 (ii) 29.75 - 25.97.

Example 9 : The equal sides of an isosceles triangle are 3.5 cm each and the other side is 2.5 cm. What is the perimeter of the triangle?

Solution : The sides of isosceles triangle are 3.5 cm, 3.5 cm and 2.5 cm. Therefore, the perimeter of the given triangle is = sum of lengths of three sides = 3.5 cm + 3.5 cm + 2.5 cm = 9.5 cm

Exercise - 2.5

> 1 cm = 10 mm
> 1 m = 100cm
> 1 km = 1000m
> 1 kg = 1000gm

1. Which one is greater?
   (i) 0.7 or 0.07 (ii) 7 or 8.5
   (iii) 1.47 or 1.51 (iv) 6 or 0.66
2. Express the following as rupees using decimals.
   (i) 9 paise (ii) 77 rupees 7 paise (iii) 235 paise
3. (i) Express 10 cm in metre and kilometre.
   (ii) Express 45 mm in centimeter, meter and kilometer.

SCERT, TELANGANA

2.3.1 దశాంశ భిన్నాలను పోల్చడం.

ఎవరి వద్ద ఎక్కువ డబ్బు ఉన్నదో చూద్దాం.

అభిషేక్ మరియు నేహాల పొదుపు పెట్టె (కిడ్డీ బ్యాంకు)లో వరుసగా ` 375.50 మరియు `375.75 ఉన్నాయి. ఎవరి వద్ద ఎక్కువ డబ్బు ఉన్నదో తెలుసుకోగలవా? ముందుగా మనం దశాంశ బిందువుకు ఎడమ వైపున గల పూర్ణాంక భాగాన్ని పరిశీలిస్తాం. ఇద్దరి వద్దా ` 375 ఉన్నది కావున, దశాంశ బిందువుకు కుడివైపున గల దశాంశ స్థానాలలో మొదట పదవ వంతును చూద్దాం. అభిషేక్ వద్ద గల డబ్బులో పదవ వంతు స్థానంలో 7, నేహా వద్ద గల పదవ వంతు స్థానంలో 5 కలవు. 7 పదవ వంతులు > 5 పదవ వంతులు కావున అభిషేక్ పొదుపు చేసిన డబ్బు నేహా పొదుపు చేసిన డబ్బు కన్నా ఎక్కువ. అంటే 375.75 > 375.50.

తొందరగా పోల్చి, క్రింది జతలలో ఏది పెద్ద సంఖ్య?

(i) 37.65 మరియు 37.60 (ii) 1.775 మరియు 19.780 (iii) 364.10 మరియు 363.10

పై వాటిలాగా ఇంకా 15 జతలను తయారుచేసి వాటిలో పెద్దది, చిన్నది పోల్చండి.

2.3.2 మనం దశాంశ సంఖ్యలను కూడడం, తీసివేయడం ఎలాగో నేర్చుకుందాం.

(i) 221.85 + 37.10 (ii) 39.70 - 6.85

221.85	39.70
+37.10	- 06.85
258.95	32.85

దశాంశ సంఖ్యల సంకలనం లేదా వ్యవకలనంలో ఒకే స్థాన విలువలు కలిగిన అంకెలను కూడాలి లేదా తీసివేయాలి. అంటే సంఖ్యలను ఒకదాని క్రింద ఒకటి వ్రాయునప్పుడు దశాంశ బిందువులు కూడా ఖచ్చితంగా ఒకదాని క్రింద మరొకటి వచ్చునట్లు వ్రాయాలి. దశాంశ స్థానంలోని స్థానాలు కుడివైపున 'సున్నలు' చేర్చడం ద్వారా సమానం చేయాలి.

ఇవి చేయండి

కనుగొనండి. (i) 0.25 + 5.30. (ii) 29.75 - 25.97.

ఉదా 9 : ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజంలో రెండు సమాన భుజాల పొడవులు 3.5 సెం.మీ మరియు మూడవ భుజం 2.5 సెం.మీ అయిన త్రిభుజ చుట్టుకొలత ఎంత?

సాధన : సమద్విబాహు త్రిభుజ భుజాలు వరుసగా 3.5 సెం.మీ, 3.5 సెం.మీ మరియు 2.5 సెం.మీ అగును.
కావున, త్రిభుజ చుట్టుకొలత = 3.5 సెం.మీ + 3.5 సెం.మీ + 2.5 సెం.మీ = 9.5 సెం.మీ

అభ్యాసం - 2.5

1 సెం.మీ. = 10 మి.మీ.
1 మీ = 100 సెం.మీ.
1 కి.మీ. = 1000 మీ.
1 కి.గ్రా. = 1000 గ్రా.

1. కింది వానిలో ఏది పెద్దది?
   (i) 0.7 లేదా 0.07 (ii) 7 లేదా 8.5
   (iii) 1.47 లేదా 1.51 (iv) 6 లేదా 0.66
2. కింది వానిని రూపాయిలలో దశాంశ సంఖ్యతో సూచించండి
   (i) 9 పైసలు (ii) 77 రూపాయల 7 పైసలు (iii) 235 పైసలు
3. (i) 10 సెం.మీలను మీటర్లలోనూ, కిలోమీటర్లలలో వ్యక్తపరచండి.
   (ii) 45 మి.మీ లను సెం.మీ, మీ, కి.మీ లలో వ్యక్తపరచండి.

SCERT, TELANGANA

4. Express the following in kilograms.

(i) 190 g (ii) 247 g (iii) 44 kg 80 gm

5. Write the following decimal numbers in expanded form.

(i) 55.5 (ii) 5.55 (iii) 303.03

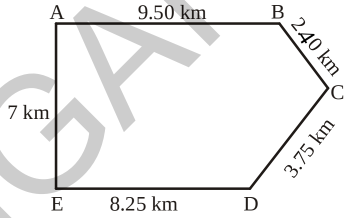
(iv) 30.303 (v) 1234.56

6. Write the place value of **3** in the following decimal numbers.

(i) 3.46 (ii) 32.46 (iii) 7.43

(iv) 90.30 (v) 794.037

7. Aruna and Radha start their journey from two different places. A and E. Aruna chose the path from A to B then to C, while Radha chose the path from E to D then to C. Find who travelled more and by how much?



8. Upendra went to the market to buy vegetables. He brought 2 kg 250 gm tomatoes,2 kg 500 gm potatoes, 750 gm lady fingers and 125 gm green chillies. How much weight did Upendra carry back to his house?

2.4 Multiplication of decimal numbers

Rajendra of class 7 went with his mother to the bazar to buy vegetables. There they purchased 2.5 kg potatoes at the rate of ` 8.50 per kg. How much money do they need to pay?

We come across various situations in day-to-day life where we need to know how to multiply two decimals. Let us now learn the multiplication of two decimal numbers.

Let us first multiply- 0.1×0.1

0.1 means one part of 10 parts. This is represented as $\frac{1}{10}$ using fractions and pictorially in Fig.1.

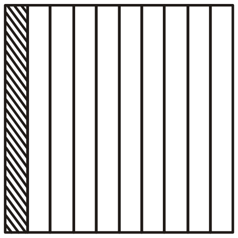


Figure 1

Thus, $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ which means $\frac{1}{10}$ of $\frac{1}{10}$. So here we are finding the 10th part of $\frac{1}{10}$. Thus, we divide $\frac{1}{10}$ into 10 equal parts and take one part. This is represented by one square in Figure 2. How many squares are there in Figure 2? There are 100 squares. So one square represents one out of 100 i.e. $\frac{1}{100}$. So we can conclude that

$$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01.$$

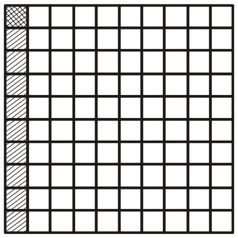


Figure 1

SCERT, TELANGANA

4. కింది వానిని కిలోగ్రాములలో వ్యక్తపర్చండి.

(i) 190 గ్రా॥ (ii) 247 గ్రా॥ (iii) 44 కి.గ్రా 80 గ్రా॥

5. కింది దశాంశ సంఖ్యలను విస్తరించి రాయండి.

(i) 55.5 (ii) 5.55 (iii) 303.03

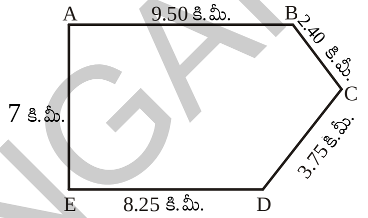
(iv) 30.303 (v) 1234.56

6. కింది దశాంశ సంఖ్యలలో 3 యొక్క స్థానవిలువలు రాయండి.

(i) 3.46 (ii) 32.46 (iii) 7.43

(iv) 90.30 (v) 794.037

7. అరుణ, రాధ వారి ప్రయాణాన్ని A మరియు E అనే స్థానాల నుండి ప్రారంభించారు. అరుణ A నుండి B కు అచ్చట నుండి C కు చేరింది రాధ E నుండి D కు అచ్చట నుండి C కు చేరింది. ఎవరు ఎక్కువ దూరం ప్రయాణించారు? ఎంత ఎక్కువ ప్రయాణించారు?



8. ఉపేంద్ర కూరగాయలు కొనడానికి బజారుకు వెళ్లాడు. అతడు 2 కి.గ్రా 250 గ్రా॥ టమాటాలు, 2 కి.గ్రా500గ్రా ఆలుగడ్డలు, 750 గ్రా॥ బెండకాయలు మరియు 125 గ్రా॥ పచ్చిమిర్చి కొన్నాడు. అయిన ఉపేంద్ర ఇంటికి తీసుకొని పోయే కూరగాయల మొత్తం బరువు ఎంత?

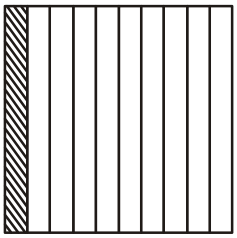
2.4 దశాంశ సంఖ్యల గుణకారం

7వ తరగతి చదువుతున్న రాజేంద్ర తల్లితో కలసి కూరగాయలు కొనడానికి బజారుకు వెళ్లాడు. వారు 1 కి.గ్రా ₹ 8.50 చొప్పున 2.5 కి.గ్రా॥ల ఆలుగడ్డలను కొన్నారు. వారు ఎంత సొమ్ము చెల్లించాలి?

ఇటువంటి దశాంశ సంఖ్యలతో కూడిన సమస్యలు మనకు నిత్యజీవితంలో అనేకం వస్తుంటాయి. ఈ సందర్భంలో మనం రెండు దశాంశ సంఖ్యల గుణకారం ఏ విధంగా చేయాలో తెలుసుకుందాం.

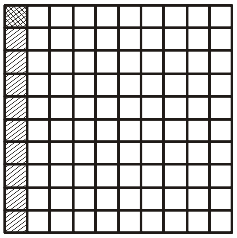
0.1×0.1 గుణిద్దాం

0.1 అంటే 1లో 10 వ వంతు దీనిని మనం పటం-1లో $\frac{1}{10}$ భిన్నంగా చూపవచ్చు.



పటం 1

కావున $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ అనగా $\frac{1}{10}$ లో $\frac{1}{10}$. అందుచే ఇక్కడ మనం $\frac{1}{10}$ లో 10వ భాగం కనుగొంటాం. కావున మనం $\frac{1}{10}$ భాగాన్ని 10 సమానభాగాలు చేసి అందులో ఒక భాగం విలువను తీసుకుందాం. ఇది 2వ పటంలో ఒక చదరాన్ని తెలుపుతుంది. 2వ పటంలో ఎన్ని చదరాలో లెక్కించు. మొత్తం 100 చదరాలున్నాయి. అందులో ఒక చదరం 100 చదరాలలో ఒకదాన్ని తెలుపుతుంది. అంటే $\frac{1}{100}$ అందువలన మనం $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ $= 0.01$ అని చెప్పవచ్చు.



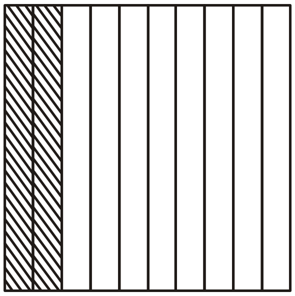
పటం 1

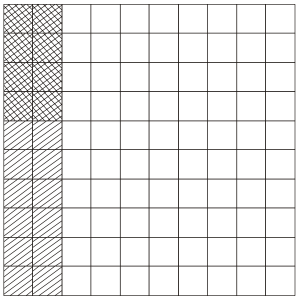
SCERT TELANGANA

Let us now find 0.4 × 0.2

$$0.4 \times 0.2 = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10} \quad \text{or} \quad \frac{4}{10} \text{ of } \frac{2}{10}$$

Pictorially





$= \frac{8}{100}$

$\frac{2}{10}$ $\qquad$ $\frac{4}{10}$ of $\frac{2}{10}$

Since there are 8 double shaded squares out of 100, they represent 0.08. While finding 0.1 × 0.1 and 0.4 × 0.2, you might have noticed that we first multiplied them as Whole numbers ignoring the decimal point. In 0.1 × 0.1, we found 01 × 01 or 1 × 1. Similarly in 0.4 × 0.2 we found 04 × 02 or 4 × 2. The products obtained are 1 and 8 respectively.

We then counted the total number of digits to the right of the decimal point in the numbers being multiplied. In both 0.1×0.1 and 0.4×0.2, the total number of digits to the right of the decimal point in the numbers being multiplied is 2 each. Thus, in each of their products we put the decimal point by counting two places from right to left.

Thus, 0.1 × 0.1 = .01 or 0.01

0.4 × 0.2 = .08 or 0.08

For any decimal number which has no integral number part, we generally place a zero on the left side of decimal point to give prominance to decimal point.

If we had multiplied 0.5 × 0.05 then we would have put the decimal point in the product by counting three places from right to left i.e. 0.5 × 0.05 = 0.025.

Let us now find 1.2 × 2.5

Multiply 12 and 25. We get 300. In both 1.2 and 2.5, there is 1 digit to the right of the decimal point. So, count 1 + 1 = 2 digits. From the rightmost digit (i.e., 0) in 300, move two places towards left. We get 3.00 or 3. Thus, 1.2 × 2.5 = 3

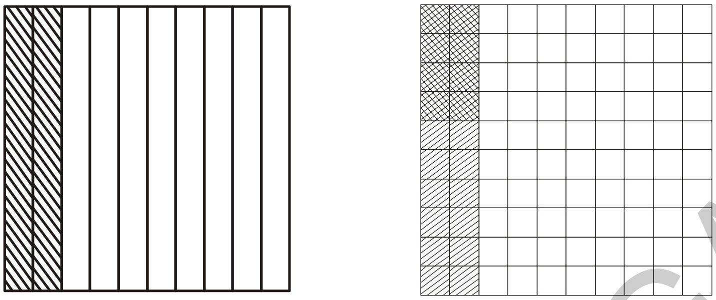
While multiplying 2.5 and 1.25 you will first multiply 25 and 125. For placing the decimal in the product obtained, we will count 1 + 2 = 3 (Why?). Thus, 2.5 × 1.25 = 3.225.

SCERT, TELANGANA

0.4×0.2 విలువ ఎంతో చూద్దాం.

$0.4 \times 0.2 = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10}$ లేదా $\frac{2}{10}$ లో $\frac{4}{10}$ అని అర్థం

దీనిని పటంలో పరిశీలిస్తే



$= \frac{8}{100}$

$\frac{2}{10}$ భాగం $\frac{2}{10}$ భాగంలో $\frac{4}{10}$ వ భాగం

2వ పటంలో 100 చదరాలలో 8 చదరాలు రెండేసి సార్లు షేడ్ చేయబడి ఉన్నాయి. దీనిని 0.08 అని సూచించవచ్చు మనం 0.1×0.1 మరియు 0.4×0.2, సంఖ్యలు గుణించునప్పుడు దశాంశ బిందువులుని తొలగించి పూర్ణాంకాల వలే గుణిస్తే అంటే 0.1×0.1, అనగా 01×01 లేదా 1×1. అదే విధంగా 0.4×0.2 అనగా 04×02 లేదా 4×2 అంటే వరుసగా 1 మరియు 8 లబ్ధాలుగా వచ్చాయి.

ఇప్పుడు లబ్ధంలో దశాంశ బిందువును ఉంచడానికి గుణకారంలో ఇచ్చిన సంఖ్యలలో దశాంశ స్థానాలలో ఎన్ని అంకెలు ఉన్నాయో చూడాలి. మొత్తం దశాంశ స్థానాలు 2 ఉన్నాయి. అందుచే ఈ సంఖ్యల లబ్ధంలో దశాంశ బిందువును రెండు స్థానాలు కుడి నుండి ఎడమకు లెక్కించి పెట్టాం.

> ఒక దశాంశ సంఖ్యలో పూర్ణసంఖ్య భాగము లోపించిన సాధారణంగా దశాంశమునకు ఎడమ వైపున 'సున్న'ను ఉంచుతాం.

కావున $0.1 \times 0.1 = .01$

$0.4 \times 0.2 = .08$ అయినది

ఒకవేళ మనం 0.5×0.05 గుణిస్తే మనం లబ్ధంలో దశాంశ భాగంలో మొత్తం మూడు స్థానాలు కుడి నుండి ఎడమకు లెక్కించి దశాంశ బిందువును ఉంచాలి. అంటే $0.5 \times 0.05 = 0.025$.

ఇప్పుడు 1.2×2.5 కనుగొందాం

12 ను25 చే గుణించండి. మనకు 300 వస్తుంది. 1.2 మరియు 2.5, లలో దశాంశ బిందువుకు కుడివైపు 1 స్థానం చొప్పున ఉన్నది. అందుచే $1 + 1 = 2$ స్థానాలు వచ్చాయి. ఇప్పుడు లబ్ధం 300 లో కుడివైపు నుండి (అంటే '0' నుండి రెండు స్థానాలు ఎడమ వైపుకు వస్తే మనకు 3.00 అగును అంటే 3 కావున $1.2 \times 2.5 = 3$ అగును

ఇదే విధంగా 2.5 మరియు 1.25 గుణించునపుడు మొదట 25 ను 125చే గుణిస్తాం. లబ్ధంలో దశాంశ బిందువును పై ఉదాహరణల ప్రకారం పెడతాం. దశాంశ స్థానాల సంఖ్య $1 + 2 = 3$ (ఎలా?) కావున $2.5 \times 1.25 = 3.125$ అగును.

SCERT, TELANGANA

Do These

1. Find (i) 1.7×3 (ii) 2.0×1.5 (iii) 2.3×4.35
2. Arrange the products obtained in (1) in descending order.

Example 10 : The length of a rectangle is 7.1 cm and its breadth is 2.5 cm. What is the area of the rectangle?

Solution : Length of the rectangle = 7.1 cm

Breadth of the rectangle = 2.5 cm

Therefore, area of the rectangle = $7.1 \times 2.5 = 17.75$ cm^2

2.4.1 Multiplication of decimal number by 10, 100, 1000 etc.,

Reshma observed that $3.2 = \frac{32}{10}$ whereas $2.35 = \frac{235}{100}$. Thus, she found that depending on the position of the decimal point, the decimal number can be converted to a fraction with denominator 10 or 100 etc., She wondered what would happen if a decimal number is multiplied by 10, 100 or 1000 etc.,

Let us see if we can find a pattern in multiplying numbers by 10 or 100 or 1000.

Have a look at the table given below and fill in the blanks :

$1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 =$	$12.356 \times 10 =$ ....
$1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176$ or 176.0	$2.35 \times 100 =$	$12.356 \times 100 =$ ....
$1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760$ or 1760.0	$2.35 \times 1000 =$	$12.356 \times 1000 =$ ....
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 =$ .... ; $0.5 \times 1000 =$		

Look at your answers. Could you find any pattern? The decimal point in the products shifts to the right by as many zeroes as in 10, 100, 1000..... etc.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. కనుగొనండి. (i) 1.7×3 (ii) 2.0×1.5 (iii) 2.3×4.35
2. పై సమస్య (1)లోని లబ్ధాలను అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

ఉదా 10 : ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 7.1 సెం.మీ, వెడల్పు 2.5 సెం.మీ అయిన ఆ దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం ఎంత?

సాధన : దీర్ఘచతురస్ర పొడవు = 7.1 సెం.మీ

దీర్ఘచతురస్ర వెడల్పు = 2.5 సెం.మీ

అందువలన దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం $= 7.1 \times 2.5 = 17.75$ చ॥సెం.మీ

2.4.1 దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, 1000 .... మొదలగు సంఖ్యలతో గుణించుట

$3.2 = \frac{32}{10}$ అని, $2.35 = \frac{235}{100}$ అని రేష్మా గమనించింది. దీని నుండి దశాంశ బిందువు యొక్క స్థానం, దశాంశ భిన్నంలో గల హారాలు అయిన 10,100,1000 లను బట్టి మారుతుందని గమనించింది.

అదే విధంగా 10, 100, 1000 ..... మొదలగు సంఖ్యలతో దశాంశ సంఖ్యను గుణించినపుడు లబ్ధంలో దశాంశ బిందువు అమరిక పరిశీలిద్దాం.

కింది పట్టిక పరిశీలించి, ఖాళీలను పూరించండి.

$1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 =$	$12.356 \times 10 =$ ....
$1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176$ or 176.0	$2.35 \times 100 =$	$12.356 \times 100 =$ ....
$1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760$ or 1760.0	$2.35 \times 1000 =$	$12.356 \times 1000 =$ ....
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 =$ .... ; $0.5 \times 1000 =$		

మీ జవాబులను పరిశీలించండి. వాటిలో అమరికను కనిపెట్టగలరా? లబ్ధాలలో దశాంశ బిందువు కుడి వైపు 10, 100, 1000 ..... మొదలగు సంఖ్యలలో గల 'సున్న'ల సంఖ్యకు సమాన స్థానాలు జరుగుతుంది.

SCERT, TELANGANA

2.4.2 Division of decimal numbers

Gopal was preparing a design to decorate his classroom. He needed a few coloured strips of paper of length 1.6 cm each. He had a strip of coloured paper of length 9.6 cm . How many pieces of the required length will he get out of this strip? He thought it would be $\frac{9.6}{1.6}$ cm. Is he correct?

Both 9.6 and 1.6 are decimal numbers. So we need to know the division of decimal numbers too!

2.4.2 (a) Division by numbers like 10, 100, 1000 ......

Let us now divide a decimal number by 10, 100 and 1000.

Consider 31.5 $\div$ 10.

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

Similarly, $31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$

Is there a pattern while dividing numbers by 10, 100 or 1000? This may help us in dividing numbers by 10, 100 or 1000 in a shorter way.

Observe the pattern in the table given below and complete it.

29.5 ÷ 10 = 2.95	132.7 ÷ 10 = ...	1.5 ÷ 10 = ...	17.36 ÷ 10 = ...
29.5 ÷ 100 = 0.295	132.7 ÷ 10 = ...	1.5 ÷ 100 = ...	17.36 ÷ 100 = ...
29.5 ÷ 1000 = 0.0295	132.7 ÷ 1000 = ...	1.5 ÷ 1000 = ...	17.36 ÷ 1000 = ...

2.4.2 (b) Division of a decimal number by a whole number

Let us find $\frac{6.4}{2}$. Remember we also write it as $6.4 \div 2$.

So, $6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2}$ (division of fraction using reciprocal)

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2} = \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

Similarly, $12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4} = \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$

SCERT, TELANGANA

2.4.2 దశాంశ సంఖ్యల భాగహారం

గోపాల్ తన తరగతి గదిని అలంకరించడానికి రంగు కాగితాలను సిద్ధం చేసుకుంటున్నాడు. అతనికి 1.6 సెం.మీ. పొడవైన రంగు కాగితాలు కొన్ని కావాలి. అతని దగ్గర మొత్తం 9.6 సెం.మీ. పొడవైన రంగు కాగితం కలదు. ఈ కాగితం నుండి అతనికి కావలసిన కొలత గల ముక్కలు ఎన్ని వస్తాయి? అవి కావాలంటే $\frac{9.6}{1.6}$ అగునని భావించాడు. అది సత్యమేనా? కాని 9.6 మరియు 1.6 రెండునూ దశాంశ సంఖ్యలే. అందుచే దశాంశ సంఖ్యల భాగహారం మనకు తెలియాలి.

2.4.2 అ) దశాంశ సంఖ్యలను 10, 100, 1000 ..... మొదలగు వానిచే భాగించడం

ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, మరియు 1000 చే భాగిద్దాం

$31.5 \div 10$ తీసుకొండి

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

ఇదే విధంగా $31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$

ఈ విధంగా దశాంశ సంఖ్యలను 10, 100,1000..... మొదలగు సంఖ్యలతో భాగించునపుడు ఏమైనా అమరిక ఉందా? ఇది తెలిస్తే 10, 100,1000 మొదలగు సంఖ్యలతో భాగించడం మరింత సులభతరం అవుతుంది.

కింది పట్టికలోని అమరికను పరిశీలించి పూరించండి.

29.5 ÷ 10 = 2.95	132.7 ÷ 10 = ...	1.5 ÷ 10 = ...	17.36 ÷ 10 = ...
29.5 ÷ 100 = 0.295	132.7 ÷ 100 = ...	1.5 ÷ 100 = ...	17.36 ÷ 100 = ...
29.5 ÷ 1000 = 0.0295	132.7 ÷ 1000 = ...	1.5 ÷ 1000 = ...	17.36 ÷ 1000 = ...

2.4.2 ఆ) దశాంశ సంఖ్యను ఒక పూర్ణాంకంచే భాగించుట

$\frac{6.4}{2}$ విలువ ఎంతో కనుగొందాం. దీనిని మనం $6.4 \div 2$ అని కూడా రాస్తాం.

అందుచే $6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2}$ (భిన్నాల భాగహారంలో వ్యుత్క్రమం)

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2} = \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

ఇదే విధంగా $12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4} = \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$

SCERT, TELANGANA

Do This

1. Find (i) 35.7 ÷ 3 (ii) 25.5 ÷ 3

Example 11 : Find the average of 4.2, 3.8 and 7.6.

Solution : The average of 4.2, 3.8 and 7.6 = $\frac{4.2+3.8+7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2$

2.4.2 (c) Division of a decimal number by another decimal number

Let us find how we divide a decimal number by another decimal number,

For example 35.5 ÷ 0.5. = $\frac{355}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{355}{10} \times \frac{10}{5} = 71$

Thus 35.5 ÷ 0.5 = 71.

Example 12 : A bus covers a distance of 92.5 km in 2.5 hours. If the bus is travelling at the same speed through out the journey what is the distance covered by it in 1 hour?

Solution : Distance travelled by the bus= 92.5 km.

Time required to travel this distance = 2.5 hours.

So distance travelled by it in 1 hour $= \frac{92.5}{2.5} = \frac{925}{25} = 37$ km.

Exercise - 2.6

1. Solve the following.

   (i) 0.3×6 (ii) 7×2.7 (iii) 2.71×5

   (iv) 19.7×4 (v) 0.05×7 (vi) 210.01×5

   (vii) 2×0.86

2. Find the area of a rectangle whose length is 6.2 cm and breadth is 4 cm.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. కనుగొనండి. (i) $35.7 \div 3$ (ii) $25.5 \div 3$

ఉదా 11 : 4.2, 3.8 మరియు 7.6 సంఖ్యల సరాసరి ఎంత?

సాధన : 4.2, 3.8 మరియు 7.6 సంఖ్యల సరాసరి = $\frac{4.2+3.8+7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2$

2.4.2 (ఇ) ఒక దశాంశ సంఖ్యను మరొక దశాంశ సంఖ్యతో భాగించడం

ఒక దశాంశ సంఖ్యను, మరొక దశాంశ సంఖ్యతో ఏ విధంగా భాగిద్దామో తెలుసుకుందాం.

ఉదాహరణకు $35.5 \div 0.5$ తీసుకుందాం. $35.5 \div 0.5 = \frac{355}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{355}{10} \times \frac{10}{5} = 71$

కావున $35.5 \div 0.5 = 71$ అయింది.

ఉదా 12 : ఒక బస్సు 92.5 కి.మీ దూరం ప్రయాణించడానికి 2.5 గంటలు పట్టును. స్థిర వేగంతో బస్సు మొత్తం దూరం ప్రయాణిస్తే అది 1 గంటలో ప్రయాణించే దూరం ఎంత?

సాధన : బస్సు ప్రయాణించిన దూరం = 92.5 కి.మీ

ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం = 2.5 గంటలు

కావున 1 గంటలో ప్రయాణించే కాలం $= \frac{92.5}{2.5} = \frac{925}{25} = 37$ కి.మీ

అభ్యాసం - 2.6

1. కింది వానిని సాధించండి

(i) 0.3×6 (ii) 7×2.7 (iii) 2.71×5

(iv) 19.7×4 (v) 0.05×7 (vi) 210.01×5

(vii) 2×0.86

2. పొడవు 6.2 సెం.మీ, వెడల్పు 4 సెం.మీ గల దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనండి.

SCERT, TELANGANA

3. Solve the following.

(i) 21.3 × 10 (ii) 36.8 × 10 (iii) 53.7 × 10

(iv) 168.07 × 10 (v) 131.1 × 100 (vi) 156.1 × 100

(vii) 3.62 × 100 (viii) 43.07 × 100 (ix) 0.5 × 10

(x) 0.08 × 10 (xi) 0.9 × 100 (xii) 0.03 × 1000

4. A motor bike covers a distance of 62.5 km.consuming one litre of petrol. How much distance does it cover for 10 litres of petrol?

5. Solve the following.

(i) 1.5 × 0.3 (ii) 0.1 × 47.5 (iii) 0.2 × 210.8

(iv) 4.3 × 3.4 (v) 0.5 × 0.05 (vi) 11.2 × 0.10

(vii) 1.07 × 0.02 (viii) 10.05 × 1.05 (ix) 101.01 × 0.01

(x) 70.01 × 1.1

6. Solve the following.

(i) 2.3 ÷ 100 (ii) 0.45 ÷ 5 (iii) 44.3 ÷ 10

(iv) 127.1 ÷ 1000 (v) 7 ÷ 3.5 (vi) 88.5 ÷ 0.15

(vii) 0.4 ÷ 20

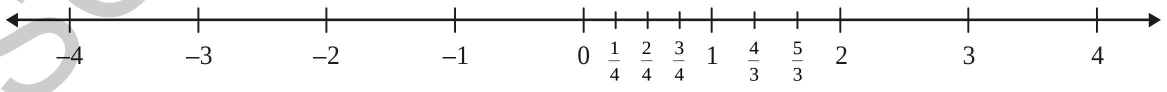
7. A side of a regular polygon is 3.5 cm in length. The perimeter of the polygon is 17.5 cm. How many sides does the polygon have?

8. A rain fall of 0.896 cm. was recorded in 7 hours, what was the average amount of rain per hour?

2.5 Introduction to Rational numbers

2.5.1 Positive fractional numbers

We have learnt about integers and fractions. Let us see how the number line looks when both are marked on it.



We have $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ ..... between 0 and 1 on the number line. All these are numbers that are less than one. We call them as proper fractions and say that all proper fractions lie between 0 and 1. Similarly, we know $\frac{4}{3}$ and $\frac{5}{3}$ would lie between 1 and 2. We can recall them as improper fractions. All these are called positive fractional numbers.

SCERT, TELANGANA

3. కింది వానిని సాధించండి.

(i) 21.3×10 (ii) 36.8×10 (iii) 53.7×10

(iv) 168.07×10 (v) 131.1×100 (vi) 156.1×100

(vii) 3.62×100 (viii) 43.07×100 (ix) 0.5×10

(x) 0.08×10 (xi) 0.9×100 (xii) 0.03×1000

4. ఒక మోటర్ బైక్ 1 లీటరు పెట్రోలు తో 62.5 కి.మీ దూరం ప్రయాణించగలదు. అదే వాహనం 10 లీటర్ల పెట్రోల్‌తో ఎంతదూరం ప్రయాణించగలదు?

5. కింది వానిని సాధించండి.

(i) 1.5×0.3 (ii) 0.1×47.5 (iii) 0.2×210.8

(iv) 4.3×3.4 (v) 0.5×0.05 (vi) 11.2×0.10

(vii) 1.07×0.02 (viii) 10.05×1.05 (ix) 101.01×0.01

(x) 70.01×1.1

6. కింది వానిని సాధించండి.

(i) $2.3 \div 100$ (ii) $0.45 \div 5$ (iii) $44.3 \div 10$

(iv) $127.1 \div 1000$ (v) $7 \div 3.5$ (vi) $88.5 \div 0.15$

(vii) $0.4 \div 20$

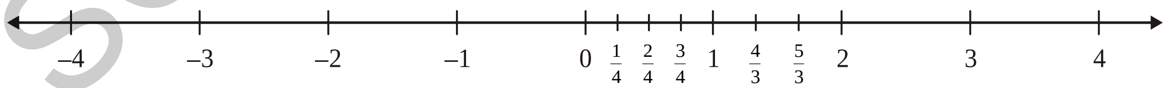
7. ఒక క్రమ బహుభుజి యొక్క భుజం పొడవు 3.5 సెం.మీ దాని చుట్టుకొలత 17.5 సెం.మీ అయిన ఆ బహుభుజికి గల భుజాలు ఎన్ని?

8. ఒక ప్రదేశంలో 7 గంటల కాలంలో 0.896 సెం.మీ వర్షపాతం నమోదైనది. అయిన 1 గంటలో పడిన సగటు వర్షపాతం ఎంత?

2.5 అకరణీయ సంఖ్యల పరిచయం

2.5.1 ధనాత్మక భిన్నాలు

మనం పూర్ణ సంఖ్యల గురించి, భిన్నాల గూర్చి నేర్చుకున్నాం. ఈ రెండింటిని సంఖ్యా రేఖపై గుర్తిస్తే ఏ విధంగా ఉంటుందో పరిశీలిద్దాం.



మనకు 0 కు 1 కు మధ్య $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ ..... వంటి సంఖ్యలున్నాయి. ఇవన్నీ 1 కన్నా తక్కువైన సంఖ్యలు. ఇవన్నీ క్రమభిన్నాలని, క్రమభిన్నాలన్నీ 0 మరియు 1 ల మధ్యన ఉంటాయని చెప్పవచ్చు. ఇదే విధంగా $\frac{4}{3}$ మరియు $\frac{5}{3}$ అనేవి 1 మరియు 2 ల మధ్యగల భిన్నాలు, ఈ భిన్నాలు అపక్రమ భిన్నాలని మనకు తెలుసు. వీటన్నింటిని ధనాత్మక భిన్నాలు అనవచ్చు.

SCERT, TELANGANA

Do These

1. Write any 5 more fractions between (i) 0 and 1 and (ii) 1 and 2.
2. Where does $4\frac{3}{5}$ lie on the number line?

On the left side of 0 we have integers –1, –2, –3 ....

Do the numbers increase or decrease as we move further left on the number line?

You know that number decreases as we move further left. The farther the number is from 0 on the left the smaller it is.

Do These

1. Find the greatest and the smallest numbers among the follwing groups.

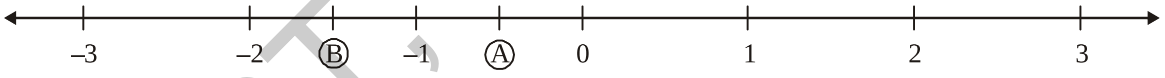
   (i) 2, –2, –3, 4, 0, –5 (ii) –3, –7, –8, 0, –5, –2

2. Write the following numbers in ascending order.

   (i) –5, –75, 3 – 2, 4, $\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, 0, –1, –2, 5

2.5.2 Negative fractional numbers

Consider the point 'A' shown on the line.



It lies on the number line between 0 and –1. Is it more than 0 or less than 0?

Is it $\frac{1}{2}$? We cannot say it is $\frac{1}{2}$ as it is less than zero.

We write A as $-\frac{1}{2}$ since it is $\frac{1}{2}$ less than zero.

Similarly, B the mid point of –1 and –2 is. $-\frac{3}{2}$

> Neha found an easy way to represent $\frac{-9}{4}$. She first wrote it in a mixed fraction $\frac{-9}{4} = -2\frac{1}{4}$ and then represented it between –2 and –3.

You can see that negative fractional numbers like $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}$ give us points in between any two negative integers or between zero and a negative integer.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. (i) 0 మరియు 1 ల మధ్య (ii) 1 మరియు 2 ల మధ్య ఉండే ఏవైనా 5 భిన్నాలను రాయండి.
2. $4\frac{3}{5}$ అనే భిన్నం సంఖ్యా రేఖపై ఎక్కడ వుంటుంది?

సున్నకు ఎడమవైపున మనకు $-1, -2, -3$ .... వంటి పూర్ణసంఖ్యలు ఉన్నాయి.

మనం సంఖ్యా రేఖపై ఎడమ వైపుకు పోవు కొలది వీటి విలువ పెరుగుతున్నదా తగ్గుతున్నదా?

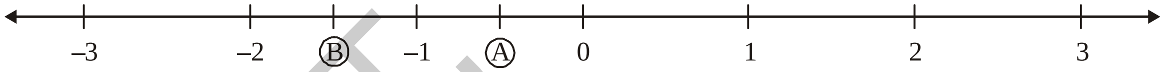
మనకు తెలిసి సంఖ్యా రేఖ పై ఎడమ వైపుకు పోవు కొలది సంఖ్య విలువ తగ్గుతూ ఉంటుంది. సున్నకు ఎడమ ఎంతదూరం జరిగితే, ఆ సంఖ్య అంత చిన్నదవుతున్నది.

ఇవి చేయండి

1. కింది సంఖ్యలలో అతి పెద్ద, అతి చిన్న సంఖ్యలను రాయండి.
   (i) $2, -2, -3, 4, 0, -5$ (ii) $-3, -7, -8, 0, -5, -2$
2. కింది సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.
   (i) $-5, -75, 3-2, 4, \frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 0, -1, -2, 5$

2.5.2 ఋణాత్మక భిన్నాలు

కింద సంఖ్యా రేఖపై 'A' అనే బిందువును చూడండి.



ఇది 0 మరియు -1 ల మధ్య గలదు. ఈ సంఖ్య 0 కన్నా పెద్దదా? చిన్నదా?

అదే విధంగా ఇది $\frac{1}{2}$ అవుతుందా? కాని ఇది సున్న కన్నా తక్కువ కాబట్టి $\frac{1}{2}$ కానేరదు.

ఇది సున్న కన్నా $\frac{1}{2}$ (సగం) తక్కువ కాబట్టి A ను మనం $-\frac{1}{2}$ అని రాస్తాం

ఇదే విధంగా B అనేది -1 మరియు -2 మధ్య బిందువుపై వున్నది కావున ఇది $\frac{-3}{2}$.

$\frac{-9}{4}$ అనే సంఖ్యను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించడానికి నేహా దానిని మొదట మిశ్రమ భిన్నంగా రాసింది $\frac{-9}{4} = -2\frac{1}{4}$ కాబట్టి దీనిని -2 మరియు -3 ల మధ్య గుర్తించింది.

దీనిని బట్టి $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{-9}{4}$ వంటి ఋణాత్మక భిన్నాలు, రెండు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య లేదా సున్న మరియు ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య ఉంటాయని తెలుసుకోవచ్చు.

SCERT, TELANGANA

Do These

1. On the number line given below represent the following numbers.

(i) $\frac{-5}{4}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $\frac{-7}{4}$ (v) $\frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{1}{4}$

Make a longer number line and represent more positive and negative numbers on it.

2. Consider the following numbers on a number line.

$27, -\frac{7}{8}, \frac{11}{943}, \frac{54}{17}, -68, -3, -\frac{9}{6}, \frac{7}{2}$

(i) Which of these are to the left of

(a) 0 (b) –2 (c) 4 (d) 2

(ii) Which of these would be to the right of

(a) 0 (b) –5 (c) $3\frac{1}{2}$ (d) $\frac{-5}{2}$

2.5.3 Rational Numbers

We know 0, 1, 2, 3, 4, 5 are whole numbers. We also know that .... –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 .... is a bigger collection of numbers called integers.

Rani says "All whole numbers are integers but the converse is not true." Do you agree with her? Rani is right as negative numbers like –6, –5, –4, –3, –2, –1 etc are integers but not whole numbers. Thus, all whole numbers are integers and all integers are not whole numbers.

We further know that positive fractional numbers like $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{5}, \frac{8}{8}$ are ratios of whole numbers. All fractional numbers can in general be written as $\frac{w_1}{w_2}$ with the condition w_1 and w_2 are whole numbers and that w_2 is not equal to zero.

Try This

Write 5 fractional numbers and identify w_1 and w_2 in each of these.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలను ఇచ్చిన సంఖ్యా రేఖపై గుర్తించండి.

(i) $-\frac{5}{4}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $\frac{-7}{4}$ (v) $\frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{1}{4}$

పెద్ద సంఖ్యారేఖను గీసి, దానిపై ఎక్కువ ఋణ సంఖ్యలను, ధన సంఖ్యలను గుర్తించండి.

2. సంఖ్యారేఖపై కింది సంఖ్యలను పరిశీలించండి

$27, -\frac{7}{8}, \frac{11}{943}, \frac{54}{17}, -68, -3, -\frac{9}{6}, \frac{7}{2}$

(i) సంఖ్యా రేఖపై కింది సంఖ్యలు ఏ పూర్ణసంఖ్యలకు ఎడమవైపున ఉంటాయి?

(a) 0 (b) –2 (c) 4 (d) 2

(ii) సంఖ్యా రేఖపై కింది సంఖ్యలు ఏ పూర్ణసంఖ్యలకు కుడివైపున ఉంటాయి?

(a) 0 (b) –5 (c) $3\frac{1}{2}$ (d) $\frac{-5}{2}$

2.5.3 అకరణీయ సంఖ్యలు

0, 1, 2, 3, 4, 5 సంఖ్యలు పూర్ణాంకాలు. అదే విధంగా .... –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 .... అనే సంఖ్యలు పూర్ణాంకాల కన్నా పెద్ద సముదాయం అయిన పూర్ణ సంఖ్యలని మనకు తెలుసు.

అన్ని పూర్ణాంకాలు కూడా పూర్ణ సంఖ్యలే కాని, అన్ని పూర్ణసంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు కావని రాణి చెప్పింది. ఆమెతో నీవు ఏకీభవిస్తావా? రాణి చెప్పినది సత్యం. ఎందుకంటే రుణ సంఖ్యలైన –5, –4, –3, –2, –1 వంటి సంఖ్యలు పూర్ణసంఖ్యలే కాని పూర్ణాంకాలు కావు. అందుచే అన్ని పూర్ణాంకాలు పూర్ణ సంఖ్యలే, కాని పూర్ణసంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలు కావు.

ధనాత్మక భిన్నాలైన $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{5}, \frac{8}{8}$ వంటివి పూర్ణాంకాల నిష్పత్తులు. అందుచే సాధారణంగా మనం ధనాత్మక భిన్నాలను $\frac{w_1}{w_2}$ అని రాయవచ్చు. ఇందులో w_1 మరియు w_2 అనేవి రెండు పూర్ణాంకాలు మరియు w_2 సున్నకు సమానం కాదు.

ప్రయత్నించండి

5 ధనాత్మక భిన్నాలను రాసి వాటిలో w_1 మరియు w_2 లను గుర్తించండి.

SCERT, TELANGANA

Rational numbers are a bigger collection of numbers, which includes all integers, all positive fractional numbers and all negative fractional numbers.

Thus, the numbers $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ **etc. are all rational numbers.**

In all these we have a ratio of two integers, thus the numbers in the form of $\frac{p}{q}$ **, where p and** ***q*** **are integers except that** ***q*** **is not equal to zero are called as rational numbers. The set of rational numbers is denoted by 'Q'.**

Try These

(i) Take any 5 integers and make all possible rational numbers with them.

(ii) Consider any 5 rational numbers. Find out which integers constitute them?

2.5.4 Comparing rational numbers

We know that $\frac{3}{4}$ and $\frac{9}{12}$ are equivalent fractional numbers. We also know that when we compare fractional numbers we convert each of them to equivalent fractional numbers and then compare the ones with a common denominator.

For example, let us compare $\frac{3}{4}$ and $\frac{5}{7}$.

We write equivalent fractional numbers for both

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28}$ .... and

$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}$ ....

We can compare $\frac{21}{28}$ with $\frac{20}{28}$ as they have same denominators.

$\frac{21}{28}$ is bigger than $\frac{20}{28}$

Therefore, $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$

SCERT, TELANGANA

అకరణీయ సంఖ్యలనేవి అన్ని పూర్ణ సంఖ్యలు, ధనాత్మక భిన్నాలు మరియు ఋణాత్మక భిన్నాలతో కూడిన ఒక పెద్ద సంఖ్యల సముదాయం.

అందుచే $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ **వంటి సంఖ్యలు అకరణీయ సంఖ్యలు అగును. ఈ సంఖ్యలన్నియూ రెండు పూర్ణసంఖ్యల నిష్పత్తిగా చెప్పవచ్చు. p, q లు అనేవి ఏవైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు, q సున్నకు సమానం కానప్పుడు** $\frac{p}{q}$ **రూపంలో రాయగలిగే సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు.** అకరణీయ సంఖ్యాసమితి **'Q'** తో సూచిస్తాము.

ప్రయత్నించండి

(i) ఏవైనా ఐదు పూర్ణ సంఖ్యలు తీసుకొని వీటినన్ని అకరణీయ సంఖ్యలు రాయండి.

(ii) ఏవైనా ఐదు అకరణీయ సంఖ్యలు తీసుకొండి. అవి ఏ పూర్ణసంఖ్యలను కలిగియున్నవో తెలుపండి.

2.5.4 అకరణీయ సంఖ్యలను పోల్చడం

$\frac{3}{4}$ మరియు $\frac{9}{12}$ అనేవి రెండు సమాన భిన్నాలు. మనం భిన్నాలను పోల్చునపుడు వాటిని సమాన భిన్నాలుగా మార్చి, సమాన హారాలను బట్టి పోల్చుతాం.

ఉదాహరణకు $\frac{3}{4}$ మరియు $\frac{5}{7}$ లను పోల్చుదాం.

రెండింటికి సమాన భిన్నాలు రాద్దాం.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28}$ .... మరియు

$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}$ ....

ఇప్పుడు మనం $\frac{21}{28}$ తో $\frac{20}{28}$ పోల్చవచ్చు ఎందుకంటే ఈ రెండింటిలో సమాన హారాలు ఉన్నాయి.

$\frac{21}{28}$ అనేది $\frac{20}{28}$ కన్నా పెద్దది.

అందువలన $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$

SCERT, TELANGANA

Try These

1. Write three more equivalent fractions of $\frac{3}{4}$ and mark them on the number line.

   What do you observe?

2. Do all equivalent fractions of $\frac{6}{7}$ represent the same point on the number line?

Now compare $\frac{-1}{2}$ and $\frac{-2}{3}$

We write equivalent fractions for both

$$\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \frac{-4}{8} \; ..... \; .....$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}, \frac{-6}{9} \; ..... \; .....$$

We can compare $\frac{-3}{6}$ and $\frac{-4}{6}$ as they have same denominators.

$\frac{-4}{6} < \frac{-3}{6}$ ($\frac{-4}{6}$ is left of $\frac{-3}{6}$ on the number line)

$\therefore \frac{-2}{3} < \frac{-1}{2}$

Try These

1. Are $\frac{-1}{2}$ and $\frac{-3}{6}$ represent same point on the number line?

2. Are $\frac{-2}{3}$ and $\frac{-4}{6}$ equivalent?

Eg: When we place $\frac{-1}{2}$ and $\frac{-2}{4}$ on the number line we find that they occupy the same point.

Thus We can say that these two are equivalent rational numbers.

SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

1. $\frac{3}{4}$ యొక్క సమాన భిన్నాలను రాసి సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.

   మీరు ఏమి గమనించారు?

2. $\frac{6}{7}$ యొక్క సమాన భిన్నాలన్నీ సంఖ్యారేఖపై ఒకే బిందువు వద్ద ఉంటాయా?

$\frac{-1}{2}$ మరియు $\frac{-2}{3}$ ను పోల్చుదాం.

రెండింటికీ సమాన భిన్నాలు రాద్దాం.

$\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \frac{-4}{8}$ .....

$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}, \frac{-6}{9}$ ......

$\frac{-3}{6}$ మరియు $\frac{-4}{6}$ లు సమాన హారాలు కల్గివున్నాయి. కావున మనం వీటిని పోల్చవచ్చు.

$\frac{-4}{6} < \frac{-3}{6}$ ($\frac{-4}{6}$ అనేది $\frac{-3}{6}$ కు సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపున ఉంటుంది)

కావున $\frac{-2}{3} < \frac{-1}{2}$

ప్రయత్నించండి

1. $\frac{-1}{2}$ మరియు $\frac{-3}{6}$ అనేవి సంఖ్యారేఖపై ఒకే బిందువు వద్ద ఉంటాయా?

2. $\frac{-2}{3}$ మరియు $\frac{-4}{6}$ అనేవి సమానమేనా?

ఉదా: $\frac{-1}{2}$, $\frac{-2}{4}$ లను సంఖ్యా రేఖపై సూచించునపుడు, రెండునూ ఒకేచోట ఏకీభవిస్తాయని కనుగొంటాం. కావున, ఈ రెండూ సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు.

SCERT, TELANGANA

Do These

1. Write 5 equivalent rational numbers to (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-7}{9}$ (iii) $-\frac{3}{7}$

2. Identify the equivalent rational numbers in each of the following:

   (i) $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-4}{8}$ (ii) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{2}{4}, \frac{20}{12}$

We can say that to get equivalent rational numbers we multiply or divide the integer in the numerator and in the denominator by the same number.

For example,

For $\frac{1}{5}$ we would have $\frac{1\times 2}{5\times 2}=\frac{2}{10}$ as one equivalent number and another is $\frac{1\times 3}{5\times 3}=\frac{3}{15}$.

For $\frac{-2}{7}$ we would have $\frac{-2\times 2}{7\times 2}=\frac{-4}{14}$ as one and $-\frac{2\times 3}{7\times 3}=\frac{-6}{21}$ as another.

We can go on to build more such equivalent rational numbers, just by multiplying with $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}\ldots$

Exercise - 2.7

1. Write any three equivalent rational numbers to each of the following

   (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $-\frac{3}{8}$

2. (i) Write the equivalent rational number for $\frac{-15}{36}$ with denominator 12.

   (ii) Write the equivalent rational number for $\frac{-15}{36}$ with numerator −75.

3. Mark the following rational numbers on the number line.

   (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) $\frac{10}{3}$

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-7}{9}$ (iii) $-\frac{3}{7}$ లకు ఐదు సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు రాయండి.
2. కింది వానిలో సమాన అకరణీయ సంఖ్యలను గుర్తించండి.

   (i) $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-4}{8}$ (ii) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{2}{4}, \frac{20}{12}$

సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు కావాలంటే మనం ఇచ్చిన సంఖ్యలో లవ, హారాలలో గల పూర్ణ సంఖ్యలను ఒకే సంఖ్యతో గుణించాలి లేదా భాగించాలి అని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణకు

$\frac{1}{5}$ కు సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు కావాలంటే $\frac{1\times 2}{5\times 2}=\frac{2}{10}$ మరొకటి $\frac{1\times 3}{5\times 3}=\frac{3}{15}$ అగును.

ఇలాగే $\frac{-2}{7}$ కు సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు కావాలంటే $\frac{-2\times 2}{7\times 2}=\frac{-4}{14}$ మరొకటి $\frac{-2\times 3}{7\times 3}=\frac{-6}{21}$ అగును.

ఈ విధంగా మనం సమాన అకరణీయ సంఖ్యలను కనుగొనడానికి అకరణీయ సంఖ్యలను $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}$ లతో గుణిస్తాం.

అభ్యాసం - 2.7

1. కింది సంఖ్యలకు మూడేసి సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు రాయండి.

   (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $-\frac{3}{8}$

2. (i) హారం 12 ఉండే విధంగా $\frac{-15}{36}$ కు సమాన అకరణీయ సంఖ్య రాయండి.

   (ii) లవం -75 ఉండే విధంగా $\frac{-15}{36}$ కు సమాన అకరణీయ సంఖ్య రాయండి.

3. కింది అకరణీయ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.

   (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) $\frac{10}{3}$

SCERT, TELANGANA

4. Find whether the following statements are true or false.

(i) Every integer is a rational number and vice versa ( )

(ii) In a rational number of the form $\frac{p}{q}$, q must be a non zero integer. ( )

(iii) $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ are equivalent rational numbers. ( )

(iv) Equivalent rational numbers of a positive rational numbers are all positive ( )

2.5.5 Addition and Subtraction of Rational Numbers

You have learnt the addition and subtraction of fractional numbers. We can perform these operations on rational numbers also in a similar manner.

Addition of Rational Numbers

Consider two rational numbers $\frac{5}{6}$ and $\frac{3}{8}$.

What is the sum of these two rational numbers?

$$\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$$

To add, we have to take the LCM of the denominators as we do for fractional numbers.

Here LCM of 6, 8 is = 24

First divide the LCM with each of the denominators seperately i.e.

$24 \div 6 = 4$

$24 \div 8 = 3$

Now, we will multiply the corresponding denominators, numerators with appropriate quotients.

then, we get $\frac{5}{6}+\frac{3}{8} = \frac{5\times4}{6\times4}+\frac{3\times3}{8\times3}$

$$= \frac{20}{24}+\frac{9}{24}$$

$$= \frac{20+9}{24} = \frac{29}{24}$$

Now, let us add $\frac{5}{6}$ and $\frac{-3}{8}$

$$\frac{5}{6}+\left(-\frac{3}{8}\right) = \left(\frac{5\times4}{6\times4}\right)+\left(\frac{-3\times3}{8\times3}\right)$$

$$= \frac{20}{24}+\left(\frac{-9}{24}\right) = \frac{20+(-9)}{24} = \frac{11}{24}$$

SCERT, TELANGANA

4. కింది గణిత వాక్యములు సత్యములో, అసత్యములో గుర్తించండి.

(i) ప్రతి పూర్ణ సంఖ్య అకరణీయ సంఖ్య అట్లే ప్రతి అకరణీయ సంఖ్య ఒక పూర్ణ సంఖ్య ( )

(ii) $\frac{p}{q}$ రూపంలోని అకరణీయ సంఖ్యలో q ఒక శూన్యేతర పూర్ణ సంఖ్య ( )

(iii) $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ లు సమాన అకరణీయ సంఖ్యలను సూచిస్తాయి. ( )

(iv) ధన అకరణీయ సంఖ్య యొక్క సమాన అకరణీయ సంఖ్యలన్నీ ధన రాశులే. ( )

2.5.5 అకరణీయ సంఖ్యల సంకలనము, వ్యవకలనము

గత తరగతులలో భిన్నాల సంకలనము, వ్యవకలనము గూర్చి తెలుసుకున్నాము. ఇదేవిధంగా అకరణీయ సంఖ్యలకు అన్వయిద్దాము.

అకరణీయ సంఖ్యల సంకలనము

$\frac{5}{6}$ మరియు $\frac{3}{8}$ లు రెండు అకరణీయ సంఖ్యలను తీసుకొనుము.

ఈ అకరణీయ సంఖ్యల మొత్తం ఎంత?

$\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$

సంకలనము చేయుటకు వాటి హారముల క.సా.గు. ను కనుగొనవలెను.

ఇచ్చుట 6, 8ల క.సా.గు. = 24.

వచ్చిన క.సా.గు.ను (ప్రతి) హారముతో విడివిడిగా భాగించగా

24 ÷ 6 = 4

24 ÷ 8 = 3

ఇచ్చిన భిన్నాల లవ, హారములను వచ్చిన భాగఫలములచే గుణించగా

$$\frac{5}{6}+\frac{3}{8} = \frac{5\times4}{6\times4}+\frac{3\times3}{8\times3}$$

$$= \frac{20}{24}+\frac{9}{24}$$

$$= \frac{20+9}{24} = \frac{29}{24}$$ వచ్చును.

ఇప్పుడు $\frac{5}{6}$ మరియు $\frac{-3}{8}$ లను కూడండి.

$$\frac{5}{6}+\left(-\frac{3}{8}\right) = \left(\frac{5\times4}{6\times4}\right)+\left(\frac{-3\times3}{8\times3}\right)$$

$$= \frac{20}{24}+\left(\frac{-9}{24}\right) = \frac{20+(-9)}{24} = \frac{11}{24}$$

SCERT, TELANGANA

We can do like this way also

$$\frac{5}{6}+\left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{(5\times 4)+(-3\times 3)}{24}$$

$$= \frac{20+(-9)}{24} = \frac{11}{24}$$

Do This

(i) $\frac{4}{9}+\left(\frac{-5}{12}\right)$ (ii) Add $\frac{-3}{5}$ and $\frac{-7}{15}$

(iii) $\frac{-10}{11}+\frac{7}{10}$ (iv) $\frac{-8}{15}+\left(\frac{-7}{20}\right)$

Think And Discuss

1. Is the sum of two natural numbers always more than the individual numbers.
2. If your answer is yes, then is this statement true for integers also?
3. Is this true for rational numbers also?

2.5.6 Subtracting Rational Numbers

Let us take the same rational numbers i.e. $\frac{5}{6}$ and $\frac{3}{8}$

Now, subtract $\frac{3}{8}$ from $\frac{5}{6}$

$$\frac{5}{6}-\frac{3}{8} = \frac{(5\times 4)-(3\times 3)}{24} \quad \text{(LCM of 6, 8 is 24)}$$

$$= \frac{20-9}{24} = \frac{11}{24}$$

Example:

(i) Subtract $\left(\frac{-3}{8}\right)$ from $\frac{5}{6}$

$$\frac{5}{6}-\left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{(5\times 4)-(-3\times 3)}{24}$$

$$= \frac{20-(-9)}{24}$$

$$= \frac{20+(9)}{24} = \frac{29}{24}$$

SCERT TELANGANA

ఈ విధంగా కూడా చేయవచ్చును.

$$\frac{5}{6}+\left(\frac{-3}{8}\right)=\frac{(5\times4)+(-3\times3)}{24}$$

$$=\frac{20-9}{24} \quad =\frac{11}{24}$$

ఇవి చేయండి

(i) $\frac{4}{9}+\left(\frac{-5}{12}\right)$ (ii) $\frac{-3}{5}$ మరియు $\frac{-7}{15}$ లను కూడండి.

(iii) $\frac{-10}{11}+\frac{7}{10}$ (iv) $\frac{-8}{15}+\frac{-7}{20}$

ఆలోచించండి మరియు చర్చించండి

1. రెండు సహజ సంఖ్యల సంకలనము, ఎల్లప్పుడు ఆ రెండు సంఖ్యలతో ఒక్కొక్క దానికంటే పెద్దదేనా?
2. మీ జవాబు అవును అయితే, పై ప్రవచనము పూర్ణ సంఖ్యలకు కూడా వర్తిస్తుందా?
3. ఇది అకరణీయ సంఖ్యలకు కూడా సత్యమేనా?

2.5.6 అకరణీయ సంఖ్యల వ్యవకలనము

$\frac{5}{6}$ మరియు $\frac{3}{8}$ అను అవే అకరణీయ సంఖ్యలు తీసుకొనుము.

$\frac{5}{6}$ నుండి $\frac{3}{8}$ ని తీసివేయండి.

$$\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=\frac{(5\times4)-(3\times3)}{24} \qquad (6, 8 \text{ ల క.సా.గు.} = 24)$$

$$=\frac{20-9}{24}=\frac{11}{24}$$

ఉదాహరణ:

(i) $\frac{5}{6}$ నుండి $\left(\frac{-3}{8}\right)$ ని తీసివేయండి.

$$\frac{5}{6}-\left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{(5\times4)-(-3\times3)}{24}$$

$$= \frac{20-(-9)}{24}$$

$$= \frac{20+(9)}{24} = \frac{29}{24}$$

SCERT, TELANGANA

Do This

(i) $\frac{7}{16}-\left(\frac{-5}{12}\right)=?$

(ii) Subtract $\frac{-12}{7}$ from $\frac{15}{4}$

(iii) $\frac{-8}{15}-\left(\frac{6}{21}\right)=?$

Think And Discuss

(i) Is the difference of two natural numbers always smaller than the given individual numbers?
(ii) Is this true for integers also?
(iii) Is this true for rational numbers also?

Looking back

A7G5I2

1. For doing addition and subtraction of fractions, first convert them into like fractions.
2. We have also learnt how to multiply fractions i.e.

$$\text{Multiplication of two fractions} = \frac{\text{Product of numerators}}{\text{Product of denominators}}$$

3. "of" can be used to represent multiplication.

For example, $\frac{1}{3}$ of $6 = \frac{1}{\cancel{3}} \times \overset{2}{\cancel{6}} = 2$.

4. The product of two proper fractions is less than each of the fractions that are multiplied. The product of a proper and improper fraction is less than the improper fraction and greater than the proper fraction.The product of two improper fractions is greater than each of the fractions.
5. A reciprocal of a fraction is obtained by inverting the numerator and denominator.
6. We have seen how to divide two fractions.
   (i) While dividing a whole number with a fraction, we multiply the whole number with the reciprocal of that fraction.
   (ii) While dividing a fraction by a whole number we multiply the fraction with the reciprocal of the whole number.
   (iii) While dividing one fraction by another fraction, we multuiply the first fraction with the reciprocal of the second. For example, $\frac{3}{4}\div\frac{5}{7}=\frac{3}{4}\times\frac{7}{5}=\frac{21}{20}$.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

(i) $\frac{7}{16} - \left(\frac{-5}{12}\right) = ?$

(ii) $\frac{15}{4}$ నుండి $\frac{-12}{7}$ ని తీసివేయండి.

(iii) $\frac{-8}{15} - \frac{6}{21} = ?$

ఆలోచించండి - చర్చించండి

(i) రెండు సహజ సంఖ్యల భేదం ఎల్లప్పుడు ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఒక్కొక్క దాని కంటే చిన్నదేనా?

(ii) పూర్ణసంఖ్యలకు కూడా ఇది సత్యమేనా?

(iii) అకరణీయ సంఖ్యలకు కూడా ఇది సత్యమేనా?

మనం నేర్చుకున్నవి

Z2B8K1

1. భిన్నాల సంకలనం, వ్యవకలనం చేయాలంటే, వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చాలి.

2. రెండు భిన్నాల గుణకారం $= \frac{\text{లవాల లబ్ధం}}{\text{హారాల లబ్ధం}}$

3. 'లో' (OF) అనే అక్షరం రెండు సంఖ్యల గుణకారాన్ని తెల్పుతుంది.

   ఉదా : 6 లో $\frac{1}{3} = \frac{1}{\cancel{3}} \times \cancel{6} = 2$.

4. రెండు క్రమభిన్నాల లబ్ధం, గుణించిన ప్రతి క్రమభిన్నం విలువ కన్నా తక్కువ. ఒక క్రమ, అపక్రమ భిన్నాల లబ్ధం గుణించిన అపక్రమ భిన్నం విలువ కన్నా తక్కువ మరియు క్రమభిన్నం విలువ కన్నా ఎక్కువ. రెండు అపక్రమ భిన్నాల లబ్ధం ప్రతి దాని కంటే ఎక్కువ.

5. ఒక భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం అనగా లవ, హారాలను తారుమారు చేయగా ఏర్పడిన భిన్నం.

6. మనం భిన్నాల భాగహారాన్ని గమనించాం.

   (i) ఒక పూర్ణాంకాన్ని భిన్నంచే భాగించునపుడు, ఆ పూర్ణాంకాన్ని భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమంతో గుణించాం.

   (ii) ఒక భిన్నాన్ని, పూర్ణాంకంచే భాగించునపుడు, ఆ భిన్నాన్ని పూర్ణాంకం యొక్క వ్యుత్క్రమంతో గుణించాం.

   (iii) ఒక భిన్నాన్ని, మరొక భిన్నంతో భాగించునపుడు, మొదటి భిన్నాన్ని రెండవ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమంతో గుణించాం. ఉదా : $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$.

SCERT, TELANGANA

7. We also learnt how to multiply two decimal numbers. While multiplying two decimal numbers, we first multiply them as whole numbers. We then count the total number of digits to the right of the decimal point in both the decimal numbers being multiplied. Lastly, we put the decimal point in the product by counting the digits from its rightmost place.

8. To multiply a decimal number by 10, 100, 1000 ... etc., we move the decimal point in the number to the right by as many places as there are zeros in the numbers 10, 100, 1000 . . .

9. We have learnt how to divide decimal numbers.

   (i) To divide a decimal number by a whole number, we first divide them as whole numbers. We then place the decimal point in the quotient as in the decimal number.

   Note that here we are considering only those divisions in which the remainder is zero.

   (ii) To divide a decimal number by 10, 100, 1000 or any other multiple of 10, we shift the decimal point in the decimal number to the left by as many places as there are zeros in 10, 100, 1000 etc.,

   (iii) While dividing two decimal numbers, first shift the decimal point to the right by equal number of places in both, to convert the divisor to a whole number.

10. Rational numbers are a bigger collection of numbers, which includes all integers, all positive fractional numbers and all negative fractional numbers. $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ are all rational numbers. In all these we have a ratio of two integers, thus $\frac{p}{q}$ represents a rational number.

    In this i) p, q are integers and

    ii) $q \neq 0$

    The set of rational numbers is denoted by 'Q'.

SCERT, TELANGANA

John Napier (Scotland)

1550-1617 AD

Found logarithms.

Introduced napier rods for multiplictions.

Also introduced System of decimal fractions.

7. మనం దశాంశ సంఖ్యలను గుణించడం కూడా నేర్చుకున్నాం. రెండు దశాంశ సంఖ్యలు గుణించునపుడు, వాటిని మనం పూర్ణ సంఖ్యలుగా భావించి గుణించాలి. తర్వాత దశాంశ సంఖ్యలలో దశాంశ బిందువుకు కుడివైపున గల దశాంశ స్థానాలను లెక్కించి, లబ్దంలో వాటి మొత్తం సంఖ్య స్థానాలు కుడి వైపు నుండి విడిచి దశాంశ బిందువు ఉంచాలి.

8. ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, 1000 .... వంటి సంఖ్యలచే గుణించునపుడు, ఈ సంఖ్యలలో సున్నాల సంఖ్యను లెక్కించి లబ్దంలో అన్ని స్థానాలు కుడివైపుకు దశాంశ సంఖ్యలో గల దశాంశ బిందువును జరుపుతాం.

9. దశాంశ సంఖ్యలను భాగహారం ఏ విధంగా చేయాలో నేర్చుకున్నాం.

   (i) ఒక దశాంశ సంఖ్యను పూర్ణాంకంచే భాగించునపుడు, వాటిని పూర్ణాంకాలుగా భావించి మొదట భాగిస్తాం. తర్వాత భాగఫలంలో దశాంశ బిందువును విభాజ్యంలో వలే ఉంచుతాం.

   ఇచ్చట భాగాహారాలలో శేషం సున్న వచ్చే వాటినే తీసుకున్నామని గమనించాలి.

   (ii) ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, 1000 వంటి సంఖ్యలచే భాగించునపుడు, ఈ సంఖ్యలలో సున్నల సంఖ్యను లెక్కించి భాగఫలంలో అన్ని స్థానాలు ఎడమవైపుకు దశాంశ బిందువును జరుపుతాం.

   (iii) రెండు దశాంశ సంఖ్యలను భాగించునపుడు, విభాజకంను పూర్ణాంకం చేయుటకు లవ, హారాలను సమాన స్థానాలు జరిపి భాగించాలి.

10. అకరణీయ సంఖ్యలనేవి అన్ని పూర్ణ సంఖ్యలు, అన్ని ధనాత్మక భిన్నాలు మరియు అన్ని ఋణాత్మక భిన్నాలు కలిసి ఉన్న ఒక పెద్ద సంఖ్యల సముదాయం. $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ వంటి సంఖ్యలన్నీ అకరణీయ సంఖ్యలే. ఇవన్నియూ రెండు పూర్ణ సంఖ్యల నిష్పత్తులే. అందుచే

    i) p, q లు పూర్ణ సంఖ్యలై ఉండి

    ii) $q \neq 0$ ఉన్న సందర్భంలో $\frac{p}{q}$ రూపంలో ఉన్న సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు.

    అకరణీయ సంఖ్యాసమితిని 'Q' తో సూచిస్తారు.

జాన్ నేపియర్ (స్కాట్‌లాండ్)

1550 - 1617 AD

సంవర్గ మానాలను రూపొందించాడు.

గుణకారాలకు నేపియర్ పట్టీలను ప్రవేశపెట్టాడు.

అదే విధంగా దశాంశ భిన్నాలను ప్రవేశపెట్టిన గణిత శాస్త్రవేత్త.

SCERT, TELANGANA

Chapter

3 Simple Equations

L3W8U9

3.0 Introduction

You have already come across simple equations like $4x = 44$, $2m = 10$ and their solutions in Class VI. You have seen how these equations help us in solving puzzles and daily life problems. Let us review what we have already learnt about simple equations and their solutions through the following exercise.

Exercise - 3.1

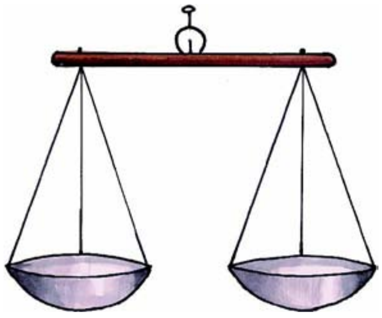
1. Identify L.H.S and R.H.S of the following simple equations.

(i)	$2x = 10$	(ii)	$2x–3 = 9$
(iii)	$4z + 1 = 8$	(iv)	$5p + 3 = 2p + 9$
(v)	$14 = 27 – y$	(vi)	$2a – 3 = 5$
(vii)	$7m = 14$	(viii)	$8 = q + 5$

2. Solve the following equations by trial and error method.

(i)	$2 + y = 7$	(ii)	$a – 2 = 6$
(iii)	$5m = 15$	(iv)	$2n = 14$

3.1 Equation - Weighing balance



You have seen in class VI that an equation is compared with a weighing balance with equal weights on both sides.

What will happen if the left pan of a weighing balance holds 5 kg and the right pan holds 2 kg? What will happen if the left pan of a weighing balance holds 3 kg and the right pan holds 7 kg?

Similarly, what will happen if the left pan of a weighing balance holds 3 kg and the right pan holds 3 kg?

We observe that a weighing balance needs to have equal weights on both sides to be perfectly balanced.

The same principle will hold in an equality.

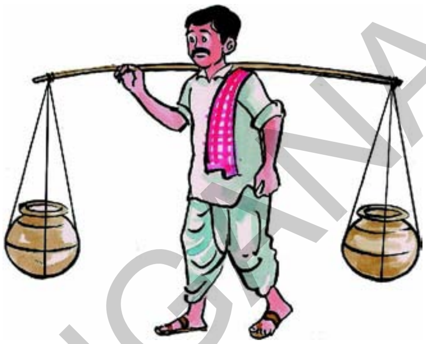
SCERT, TELANGANA

అధ్యాయము

3 సామాన్య సమీకరణాలు

J6J6P6

3.0 పరిచయం



మీరు 6వ తరగతిలో $4x = 44$, $2m = 10$ వంటి సామాన్య సమీకరణాలు మరియు వాటి సాధనల గురించి తెలుసుకొని వుంటారు. ఇటువంటి సమీకరణాలతో కొన్ని పజిల్స్ మరియు నిత్యజీవిత సమస్యలు ఎలా సాధించవచ్చో మీకు తెలుసు. మీరు నేర్చుకున్న సామాన్య సమీకరణాలను వాటి సాధనలను పునర్విమర్శ అభ్యాసం ద్వారా గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.

అభ్యాసం - 3.1

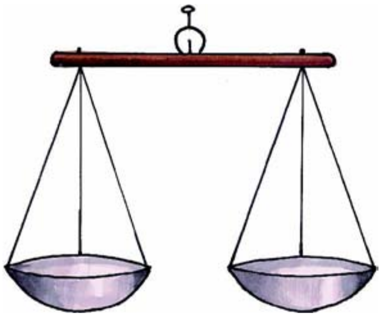
1. కింది సామాన్య సమీకరణాలలో L.H.S మరియు R.H.S లను గుర్తించండి.

(i)	$2x = 10$	(ii)	$2x-3 = 9$
(iii)	$4z + 1 = 8$	(iv)	$5p + 3 = 2p + 9$
(v)	$14 = 27 - y$	(vi)	$2a - 3 = 5$
(vii)	$7m = 14$	(viii)	$8 = q + 5$

2. క్రింది సమీకరణాలను యత్న-దోష పద్ధతిలో సాధించండి.

(i)	$2 + y = 7$	(ii)	$a - 2 = 6$
(iii)	$5m = 15$	(iv)	$2n = 14$

3.1 సమీకరణం - బరువులు తూచే త్రాసు



సమీకరణాన్ని, ఇరువైపులా సమాన బరువులు ఉంచే త్రాసుతో పోల్చవచ్చునని 6వ తరగతిలో మీరు తెలుసుకున్నారు.

ఒక త్రాసు యొక్క ఎడమ వైపు పళ్ళెంలో 5 కి.గ్రా. బరువు, కుడివైపు పళ్ళెంలో 2 కి.గ్రా. బరువు వేస్తే ఏమౌతుంది? అదేవిధంగా ఎడమ వైపు పళ్ళెంలో 3 కి.గ్రా. బరువు, కుడి వైపు పళ్ళెంలో 7 కి.గ్రా. బరువు వేస్తే ఏమౌతుంది?

అలాగే ఎడమ వైపు పళ్ళెంలో 3 కి.గ్రా. బరువు, కుడివైపు పళ్ళెంలో 3 కి.గ్రా. బరువులు వేస్తే త్రాసు ఏవిధంగా ఉంటుందో పరిశీలించండి.

త్రాసు యొక్క రెండు పళ్ళాలలో సమాన బరువులు ఉన్నప్పుడే అది ఖచ్చితంగా సరి తూగునని మనం గమనించవచ్చు.

ఇదే సూత్రం మనకు సమానత్వ సూత్రాలలో వర్తిస్తుంది.

SCERT, TELANGANA

Consider the equality 12–2 = 6 + 4

Here-

LHS = 12 – 2 = 10 and

RHS = 6 + 4 = 10

Since both sides are equal, the equality holds.

1. What will happen if we add 3 on both sides of an equation? Will the values of both sides remain equal? Will the values be equal if 10 is added? Try with some other number of your choice.
2. What will happen if we subtract 5 from both sides of the equation? Will both sides remain equal? Will the values be equal if 7 is subtracted? Try with some other numbers of your choice.
3. What will happen if we multiply both sides of the equation by 6? Will both sides remain equal? Will they be equal if 8 multiplied by 8? Try with some other numbers of your choice.
4. What will happen if we divide both sides of the equation by 5? Will both sides remain equal? Will they be equal if both sides are divided by 2?

You will find that answer is 'yes' in all above cases. Thus, if the same number is added or subtracted on both sides or if both sides of the equality are either multiplied or divided by same number, then the equality remains unchanged.

This principle of equality is going to help in solving equations ahead.

3.2 Solving equations

You have already learnt how to solve equations using the trial and error method. Now we will use the above principles of equality to solve equations in a much lesser time.

To solve equations we first need to separate the numerical terms from the terms containing variables/unknowns by taking them on the two different sides of the equality and then use the principles of equality.

Let us observe the examples given below.

Example 1 : Solve $x + 3 = 7$

Solution : Given equation is

$x + 3 = 7$ .... (1)

The L.H.S of the equation = $x + 3$.

Total value of L.H.S. is 3 more than x

To find the value of 'x' we have to remove 3 from the LHS. Thus, we need to subtract 3 from the LHS. If 3 is subtracted from LHS it should also be subtracted from RHS, to balance the equality.

SCERT, TELANGANA

ఈ సమానత్వాన్ని పరిశీలించండి.

$12 - 2 = 6 + 4$

ఇచ్చట

(ఎడమవైపు) L.H.S = 12 – 2 = 10 మరియు

(కుడివైపు) R.H.S = 6 + 4 = 10

కుడి, ఎడమలు సమానం కావున, ఇచ్చట సమానత్వం వర్తించింది.

1. ఇదే సమీకరణానికి ఇరువైపులా 3 కలపితే ఏమౌతుంది? ఇరువైపులా విలువలు సమానం అవుతాయా? ఒకవేళ ఇరువైపులా 10 కలిపినా కూడా సమానమేనా? మీరు కూడా మరికొన్ని సంఖ్యలు తీసుకొని ప్రయత్నించండి.

2. ఇదే సమీకరణాల నుండి ఇరువైపులా 5 తీసివేస్తే ఏమౌతుంది? రెండు వైపులా సమానంగా ఉంటాయా? 7 ను ఇరువైపుల నుండి తీసివేసిన కూడా సమానమేనా? మీరు కూడా మరిన్ని సంఖ్యలు తీసుకుని సమానత్వాన్ని పరిశీలించండి.

3. ఇదే సమీకరణాలకు ఇరువైపులా 6 చే గుణిస్తే ఏమౌతుంది? ఇరువైపులా సమానమేనా? 8 చేత కూడా గుణించి చూడండి. మీకు నచ్చిన మరిన్ని సంఖ్యలు తీసుకొని గుణించి, సమానత్వం చూడండి.

4. ఇదే సమానత్వ సమీకరణంను తీసుకొని ఇరువైపులా 5 చే భాగిస్తే ఏమౌతుంది? ఇరువైపులా సమానమేనా? ఈ సమీకరణంను ఇరువైపులా 2చే భాగించిననూ సమానమేనా?

పై అన్ని సందర్భాలలోనూ మీకు “అవును” అనే సమాధానమే వస్తుందని మీరు గమనిస్తారు.

అందుచే, మనం సమానత్వంనకు ఇరువైపులా గల రాశులకు ఒకే సంఖ్యను కూడినా లేదా తీసివేసినా, ఒకే సంఖ్యచే గుణించినా లేదా భాగించినా, సమానత్వంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.

ఈ సమానత్వ ధర్మాన్ని మనం సాధించబోయే సమీకరణాల సాధనలలో ఉపయోగిస్తాం!

3.2 సమీకరణాల సాధన

మీరు ఇప్పటికే యత్నదోష పద్ధతిలో సమీకరణాలను సాధించడం నేర్చుకున్నారు. ఇప్పుడు మనం సమానత్వ ధర్మాలను ఆధారంగా చేసుకొని సమీకరణాలను మరింత త్వరితంగా సాధించడం నేర్చుకుందాం.

మనం సమీకరణాలను సమానత్వ ధర్మాలను ఆధారంగా చేసుకొని సాధించాలంటే మొదట సమానత్వ గుర్తునకు ఇరువైపుల గల అంకపదాలను, బీజీయ పదాలను వేరు చేయవలెను. తదుపరి సమానత్వ ధర్మాలనుపయోగించి సాధించాలి. క్రింది ఉదాహరణలను పరిశీలిద్దాం.

ఉదా. 1 : $x + 3 = 7$ సాధించండి.

సాధన : ఇచ్చిన సమీకరణం

$x + 3 = 7$ .... (1)

ఈ సమీకరణంలో L.H.S = $x + 3$.

L.H.S యొక్క మొత్తం విలువ x కంటే 3 ఎక్కువ.

'x' విలువ కనుగొనాలంటే L.H.S నుండి 3 ను తొలగించాలి. అందుచే L.H.S నుండి 3 ను తీసివేయాలి. L.H.S నుండి 3 తీసివేస్తే, R.H.S నుండి కూడా 3 ను తీసివేయాలి. అప్పుడే సమీకరణం సమానత్వం ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

SCERT TELANGANA

We have, $x + 3 = 7$

$x + 3 - 3 = 7 - 3$

$x = 7 - 3$ .... (2)

$x = 4$

Thus, $x = 4$.

From (1) and (2) it is clear that removing '+3' from LHS is equivalent to 'subtracting 3' from the RHS. That means '+3' on LHS transposes as '–3' to RHS.

Check: Substitute '4' for 'x' and check whether LHS = RHS.

LHS = $x + 3$

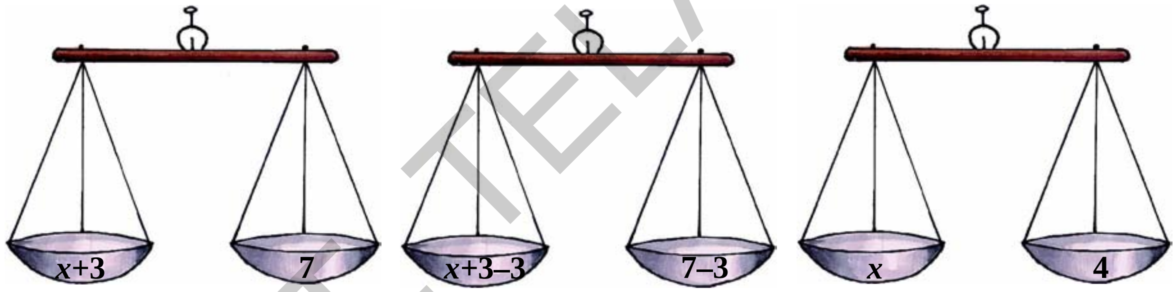
= $4 + 3$ (substituting $x = 4$)

= 7

RHS = 7

Thus, LHS = RHS.

Let us also understand the above solution with a weighing balance:



Example 2 : Solve $y - 7 = 9$

Solution : $y - 7 = 9$ .... (1)

Here the L.H.S of the equation = $y - 7$

So to get the value of 'y' we have to add 7 on both sides of the equation.

Therefore, $y - 7 + 7 = 9 + 7$

$y = 9 + 7$ .... (2)

$y = 16$

Thus, $y = 16$.

From (1) and (2) it is clear that '–7' on LHS transposing to RHS as '+7'.

Check : Substitute '16' for 'y' and check whether LHS = RHS.

SCERT, TELANGANA

$x + 3 = 7$ అని ఇవ్వబడింది.

$x + 3 - 3 = 7 - 3$

$x = 7 - 3$ .... (2)

$x = 4$

అందువలన, $x = 4$ అయినది.

(1), (2) లనుండి గమనించినది ఏమనగా LHS నుండి '+3' తొలగించాలంటే RHS నుండి 3 తీసివేయబడింది. దీని అర్థం LHS లో గల '+3' పదం RHS లోనికి మార్చేటప్పుడు '–3' గా పక్షాంతరం చెందినది.

సరిచూచుట : సమీకరణంలో x కు బదులుగా 4 ను ప్రతిక్షేపించి L.H.S = R.H.S అగునేమో పరిశీలించండి.

L.H.S $= x + 3$

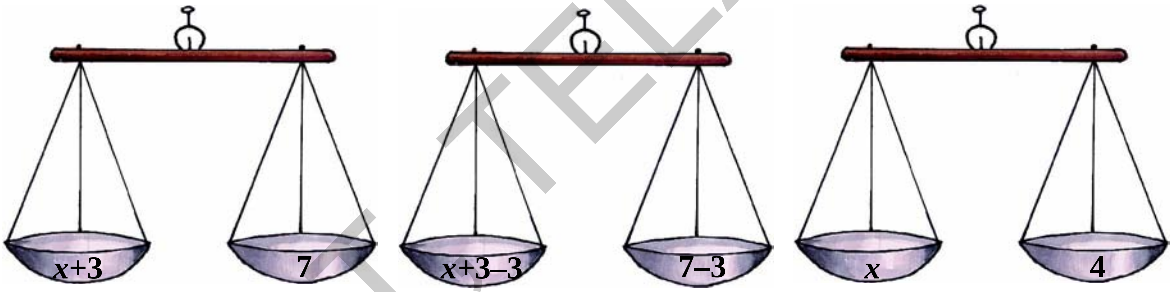
$= 4 + 3$ ($x = 4$ ను ప్రతిక్షేపించగా)

$= 7$

R.H.S $= 7$

కావున L.H.S = R.H.S.

పై ఉదాహరణను కింది పటంలో చూపినట్లుగా త్రాసునందు కూడా పరిశీలించండి.



ఉదా. 2 : $y - 7 = 9$ ను సాధించండి.

సాధన : $y - 7 = 9$ .... (1)

ఇచ్చట సమీకరణంలో L.H.S $= y - 7$

y విలువను కనుగొనడానికి సమీకరణానికి ఇరువైపులా 7 ను కలపాలి.

అందుచే, $y - 7 + 7 = 9 + 7$

$y = 9 + 7$ .... (2)

$y = 16$

కావున $y = 16$.

(1), (2) ల నుండి సమీకరణానికి LHS లోగల '–7' RHS లోనికి '+7' గా పక్షాంతరం చెందినదని గమనించవచ్చు.

సరిచూచుట : సమీకరణంలో y కు బదులుగా 16ను ప్రతిక్షేపించి L.H.S = R.H.S అగునేమో పరిశీలించండి.

SCERT TELANGANA

Example 3 : Solve $5x = -30$

Solution : $5x = -30$ .... (1)

$$\frac{5x}{5} = \frac{-30}{5} \quad \text{(dividing both sides by 5)}$$

$$x = \frac{-30}{5} \quad \text{..................... (2)}$$

$\therefore x = -6$

From (1) and (2) it is clear that multiplier '5'on LHS transposed to RHS as 'divisor'.

Check: Substitute $x = -6$ in the equation and check whether LHS = RHS.

Example 4 : Solve $\frac{z}{6} = -3$

Solution : $\frac{z}{6} = -3$ .... (1)

$$6\left(\frac{z}{6}\right) = 6 \times (-3) \quad \text{(multiplying both sides by 6)}$$

$z = 6 \times (-3)$ .... (2)

$\therefore \quad z = -18$

From (1) and (2) it is clear that divison '6'on LHS transposed to RHS as 'multipier 6'.

Check : Substitute z = –18 in the equation and check whether LHS = RHS.

Example 5 : Solve $3x + 5 = 5x - 11$

Solution : $3x + 5 = 5x - 11$

$3x + 5 - 5x = 5x - 11 - 5x$ (subtracting 5x from both sides)

$-2x + 5 = -11$

$-2x + 5 - 5 = -11 - 5$ (subtracting '5' from both sides)

$-2x = -16$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-16}{-2} \quad \text{(Dividing both sides by '–2')}$$

$\therefore x = 8$

Check : Substituting x=8 in the equation:

LHS = $3x + 5 = 3(8) + 5 = 24 + 5 = 29$

RHS = $5x - 11 = 5(8) - 11 = 40 - 11 = 29$

$\therefore$ LHS = RHS

SCERT, TELANGANA

ఉదా 3 : $5x = -30$ సాధించండి.

సాధన : $5x = -30$ .... (1)

$\frac{5x}{5} = \frac{-30}{5}$ (ఇరువైపులనూ 5 చే భాగించగా)

$x = \frac{-30}{5}$ .... (2)

$x = -6$

(1), (2)ల నుండి LHS లో x గుణకం '5', RHS లోనికి విభాజకం '5'గా మార్పు చెందినదని గమనించవచ్చు.

సరిచూచుట : $x = -6$ విలువను సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా L.H.S = R.H.S అగునేమో పరిశీలించండి.

ఉదా 4 : $\frac{z}{6} = -3$ ను సాధించండి.

సాధన : $\frac{z}{6} = -3$ .... (1)

$6\left(\frac{z}{6}\right) = 6 \times (-3)$ (ఇరువైపులా 6 చే గుణించగా)

$z = 6 \times (-3)$ .... (2)

$\therefore z = -18$

(1), (2)ల నుండి LHS లో విభాజకం '6', RHS లోనికి గుణకం '6'గా రూపాంతరం చెందినట్లుగా గమనించవచ్చు.

సరిచూచుట : $z = -18$ విలువను సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించిన L.H.S = R.H.S అగునేమో పరిశీలించండి.

ఉదా 5 : $3x + 5 = 5x - 11$ సాధించండి.

సాధన : $3x + 5 = 5x - 11$

$3x + 5 - 5x = 5x - 11 - 5x$ (ఇరువైపులా $5x$ తీసివేయగా)

$-2x + 5 = -11$

$-2x + 5 - 5 = -11 - 5$ (ఇరువైపులా '5' తీసివేయగా)

$-2x = -16$

$\frac{-2x}{-2} = \frac{-16}{-2}$ (ఇరువైపులా '-2' చే భాగించగా)

$\therefore \; x = 8$

సరిచూచుట : $x=8$ విలువను సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

L.H.S = $3x + 5 = 3(8) + 5 = 24 + 5 = 29$

R.H.S = $5x - 11 = 5(8) - 11 = 40 - 11 = 29$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S

SCERT, TELANGANA

Thus, in transposing terms from **L.H.S. to R.H.S.**

'+ quantity' becomes '– quantity'

'– quantity' becomes '+ quantity'

'× quantity' becomes ÷ quantity

'÷ quantity' becomes ' × quantity'

Example 6 : Solve $12 = x + 3$

Solution : Here if 12 is moved from LHS to RHS it becomes –12 and if $x+3$ is moved from RHS to LHS it becomes $-x - 3$.

i.e $-x - 3 = -12$

Multiplying both sides by –1

$-1(-x - 3) = -1(-12)$

$x + 3 = 12$

Now $x = 12 - 3$

$\therefore x = 9$

Therefore, it is clear that if the terms in both **L.H.S.** and **R.H.S.** of an equation are moved (transposed) from one side to another side, then the equations remain same.

Exercise - 3.2

1. Solve the following equations without transposing and check your result.

(i) $x + 5 = 9$ (ii) $y - 12 = -5$

(iii) $3x + 4 = 19$ (iv) $9z = 81$

(v) $3x + 8 = 5x + 2$ (vi) $5y + 10 = 4y - 10$

2. Solve the following equations by transposing the terms and check your result.

(i) $2 + y = 7$ (ii) $2a - 3 = 5$

(iii) $10 - q = 6$ (iv) $2t - 5 = 3$

(v) $14 = 27 - x$ (vi) $5(x+4) = 35$

(vii) $-3x = 15$ (viii) $5x - 3 = 3x - 5$

(ix) $3y + 4 = 5y - 4$ (x) $3(x - 3) = 5(2x + 1)$

SCERT, TELANGANA

కావున **L.H.S.** నుండి **R.H.S.** కు పదాలను పక్షాంతరము చేసినపుడు

'+ రాశి' '– రాశి' గానూ

'– రాశి' '+ రాశి' గానూ

'× రాశి' '÷ రాశి' గానూ

'÷ రాశి' '× రాశి' గానూ మార్పు చెందుతుంది.

ఉదా 6 : $12 = x + 3$ సాధించండి.

సాధన : L.H.S లో గల 12 ను R.H.S వైపుకు మార్చునపుడు –12 అగును. అదేవిధంగా R.H.S వైపునగల $x+3$ ను L.H.S కు మార్చునపుడు $-x - 3$ అగును.

అనగా $-x - 3 = -12$

ఇరువైపులా (–1) చే గుణించగా

$-1 (-x - 3) = -1 (-12)$

$x + 3 = 12$

ఇప్పుడు $x = 12 - 3$

$\therefore x = 9$

అందువలన సమీకరణంలో **L.H.S** మరియు **R.H.S** నందు గల పదాలను తారుమారు చేసిననూ సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పులేదని గమనించగలరు.

అభ్యాసం - 3.2

1. కింది సమీకరణాలలో పదాలను పక్షాంతరం చెందించకుండా సాధించి, ఫలితాలను సరిచూడండి.

(i)	$x + 5 = 9$	(ii)	$y - 12 = -5$
(iii)	$3x + 4 = 19$	(iv)	$9z = 81$
(v)	$3x + 8 = 5x + 2$	(vi)	$5y + 10 = 4y - 10$

2. కింది సమీకరణాలలో పదాలను పక్షాంతరం చెందించడం ద్వారా సాధించి, ఫలితాలను సరిచూడండి.

(i)	$2 + y = 7$	(ii)	$2a - 3 = 5$
(iii)	$10 - q = 6$	(iv)	$2t - 5 = 3$
(v)	$14 = 27 - x$	(vi)	$5 (x+4) = 35$
(vii)	$-3x = 15$	(viii)	$5x - 3 = 3x - 5$
(ix)	$3y + 4 = 5y - 4$	(x)	$3 (x - 3) = 5 (2x + 1)$

SCERT, TELANGANA

3.3 Using simple equations for solving day to day problems

Look at the following examples:

(i) The total number of boys and girls in a class is 52. If the number of girls is 10 more than boys, find the number of boys?

(ii) The present age of Ramu's father is three times that of Ramu. After five years the sum of their ages will be 70 years. Find their present ages.

(iii) A purse contains ` 250 in the denomination of ` 10 and ` 50. If the number of ` 10 notes is one more than that of ` 50 notes find the number of notes of each denomination.

(iv) Length of a rectangle is 8 m less than twice its breadth. The perimeter of the rectangle is 56 m. Find its length and breadth.

Likes in all the problems given above, we can use simple equations to solve various problems of day to day life. The following steps can be followed in doing so

Step 1: Read the problem carefully.

Step 2 : Denote the unknown or the quantity to be found with some letters such as x, y, z, u, v, w, p, t.

Step 3: Write the problem in the form of an algebraic equation by making a relation among the quantities.

Step 4: Solve the equation.

Step 5: Check the solution.

Example 7: Total number of the boys and girls in a class is 52. If the number of girls is 10 more than that of boys, find the number of boys?

Solution : Let us assume the number of boys to be x.

The number of girls will be $x + 10$.

The total number of boys and girls $= x + (x + 10)$

$= x + x + 10$

$= 2x + 10$

According to the question, the total number of boys and girls = 52.

Therefore, $2x + 10 = 52$

Solving the equation

$2x = 52 - 10$ (transposing 10 from LHS to RHS)

$2x = 42$

$x = \frac{42}{2}$ (transposing 2 from LHS to RHS)

$\therefore\ x = 21$

SCERT, TELANGANA

3.3 నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలో సామాన్య సమీకరణాల వినియోగం

కింది ఉదాహరణలను పరిశీలించండి.

(i) తరగతిలో బాలబాలికల మొత్తం సంఖ్య 52. బాలికల సంఖ్య, బాలుర సంఖ్య కన్నా 10 ఎక్కువ అయిన బాలుర సంఖ్య ఎంత?

(ii) రాము తండ్రి ప్రస్తుత వయస్సు, రాము వయస్సుకు 3 రెట్లు. 5 సంవత్సరాల తర్వాత వారిద్దరి వయస్సుల మొత్తం 70 సంవత్సరాలు అయిన వారి ప్రస్తుత వయస్సులు కనుగొనండి.

(iii) ఒక పర్సులో ₹10 మరియు ₹ 50 నోట్లు మొత్తం కలిపి ₹ 250 కలవు. ₹ 50 నోట్ల సంఖ్య కన్నా, ₹ 10 నోట్ల సంఖ్య ఒకటి ఎక్కువ అయిన ప్రతి రకం నోట్లు ఎన్నెన్ని గలవో తెలపండి.

(iv) ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు దాని వెడల్పుకు రెట్టింపు కన్నా 8 తక్కువగా కలదు. దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత 56 మీ. అయిన పొడవు, వెడల్పులు కనుగొనుము.

పైన పేర్కొన్న అనేక రకాల నిత్యజీవిత సమస్యల సాధన కొరకు సామాన్య సమీకరణాలను ఉపయోగిస్తాం. ఇటువంటి సమస్యల సాధన కొరకు దిగువ సోపానాలు అనుసరించవచ్చును.

సోపానం 1 : సమస్యను సమగ్రంగా చదవాలి.

సోపానం 2 : తెలియని లేదా కనుగొనవల్సిన రాశులను గుర్తించి వాటిని x, y, z, u, v, w, p, t వంటి చరరాశులతో సూచించాలి.

సోపానం 3 : సమస్యలో పదాల మధ్య సంబంధం ఏర్పరిచే బీజీయ సమాసాలు పొందుపరిచి సమీకరణం రూపొందించాలి.

సోపానం 4 : సమీకరణం సాధించాలి.

సోపానం 5 : ఫలితాన్ని సరిచూడాలి.

ఉదా 7: ఒక తరగతిలో గల బాలబాలికల మొత్తం సంఖ్య 52. బాలుర కన్నా బాలికలసంఖ్య 10 ఎక్కువైన, బాలుర సంఖ్య ఎంత?

సాధన : తరగతిలో బాలుర సంఖ్య x అనుకొనుము

అయిన బాలికల సంఖ్య $= x + 10$

తరగతిలో బాల, బాలికల మొత్తం సంఖ్య $= x + (x + 10)$

$= x + x + 10$

$= 2x + 10$

లెక్కప్రకారం బాల బాలికల మొత్తం సంఖ్య = 52

కావున $2x + 10 = 52$ అగును.

సమీకరణం సాధించగా

$2x = 52 - 10$ (10 ను L.H.S నుండి R.H.S కు పక్షాంతరం చేయగా)

$2x = 42$

$x = \frac{42}{2}$ (2 ను L.H.S నుండి R.H.S కు పక్షాంతరం చేయగా)

$\therefore \quad x = 21$

SCERT, TELANGANA

Thus, the number of boys = 21

and the number of girls = 21 + 10 = 31

Check : 21 + 31 = 52 i.e. the total number of boys and girls is 52.

And 31 – 21=10 i.e. the number of girls is 10 more than the number of boys.

Example 8: The present age of Ramu's father is three times that of Ramu. After five years the sum of their ages would be 70 years. Find their present ages.

Solution : Let Ramu's present age = x years.

Then the present age of his father = $3x$ years.

After 5 years Ramu's age = $x+5$ years.

His father's age = $3x + 5$ years.

Sum of their ages after 5 years is = $(x + 5) + (3x + 5) = 4x + 10$ years.

According to the problem,

Sum of their ages after 5 years is $4x + 10 = 70$

$4x = 70 - 10$

$4x = 60$

$$x = \frac{60}{4} = 15$$

Thus, Ramu's present age = 15 years.

Present age of his father = 3 × 15 years = 45 years.

Check : 45 is three times of 15 i.e., at present Ramu's father is 3 times that of Ramu,

After 5 years Ramu's age = 15 + 5 = 20 years

After 5 years his father's age = 45 + 5 = 50 years.

Sum of their ages = 20 + 50 = 70 years.

Example 9 : A purse contains `250 in the denomination of `10 and ` 50. If the number of `10 notes is one more than that of `50 notes, find the number of notes of each denomination.

Solution : Let the number of `50 notes = x

Then the total value of `50 notes = $50x$

Number of ` 10 notes = $x + 1$

Then the total value of ` 10 notes = $10(x+1)$

SCERT, TELANGANA

అందుచే బాలుర సంఖ్య = 21

మరియు బాలికల సంఖ్య = 21 + 10 = 31 అగును.

సరిచూచుట : 21 + 31 = 52 అనగా తరగతిలో బాలబాలికల మొత్తం 52.

మరియు 31 – 21=10 అనగా బాలికలు, బాలుర కన్నా 10 మంది ఎక్కువ కలరు.

ఉదా 8 : రాము యొక్క తండ్రి ప్రస్తుత వయస్సు, రాము ప్రస్తుత వయస్సుకు మూడు రెట్లు కలదు. 5 సం॥ల తర్వాత వారి వయస్సుల మొత్తం 70 సం॥లు. వారి ప్రస్తుత వయస్సులను కనుగొనండి.

సాధన : రాము ప్రస్తుత వయస్సు = x సం॥ అనుకొనిన

అతని తండ్రి ప్రస్తుత వయస్సు = $3x$ సం॥

5 సం॥ తర్వాత రాము వయస్సు = $x+5$ సం॥

అతని తండ్రి వయస్సు = $3x + 5$ సం॥

5 సం॥ తర్వాత వారి యొక్క వయస్సుల మొత్తం = $(x + 5) + (3x + 5) = 4x + 10$ సం ॥

లెక్క ప్రకారం,

5 సం॥ తర్వాత వారి వయస్సుల మొత్తం $4x + 10 = 70$

$4x = 70 – 10$

$4x = 60$

$$x = \frac{60}{4} = 15$$

అందుచే రాము యొక్క ప్రస్తుత వయస్సు = 15 సం॥

తండ్రి యొక్క ప్రస్తుత వయస్సు = 3 × 15 సం॥ = 45 సం॥

సరిచూచుట : 15కు 3 రెట్లు 45 అంటే ప్రస్తుతం తండ్రి వయస్సు రాము వయస్సుకు 3 రెట్లు

5 సం॥ తర్వాత రాము వయస్సు = 15 + 5 = 20 సం॥

5 సం॥ తర్వాత తండ్రి వయస్సు = 45 + 5 = 50 సం॥

వారి వయస్సుల మొత్తం = 50 + 20 = 70 సం॥

ఉదా 9 : ఒక పర్సులో ` 10 మరియు ` 50 నోట్లు మొత్తం కలిపి ` 250 కలవు. ` 50 నోట్ల సంఖ్య కన్నా ` 10 నోట్ల సంఖ్య ఒకటి ఎక్కువగా కలదు. అయిన ప్రతి రకం నోట్లు ఎన్నెన్ని కలవో తెలపండి.

సాధన : ` 50 నోట్ల సంఖ్య = x అనుకొనుము.

అప్పుడు ` 50 నోట్ల విలువ మొత్తం = $50\,x$

` 10 నోట్ల సంఖ్య = $x + 1$

` 10 నోట్ల విలువ మొత్తం = $10\,(x+1)$

SCERT TELANGANA

$\therefore$ Total value of money $= 50x + 10\,(x+1)$

$= 50x + 10x + 10$

$= 60x + 10$

Given, total value of the money that the purse contains = ₹250

Therefore, $60x + 10 = 250$

$60x = 250 - 10$

$60x = 240$

$$x = \frac{240}{60}$$

$\therefore x = 4$

Thus, the number of `50 notes = 4

Number of `10 notes = 4 + 1 = 5

Check : `10 notes (5) are one more than `50 notes (4).

Value of the money $= (50\times4) + (10\times5)$

$= 200 + 50$

= ₹250

Example 10: Length of a rectangle is 8 m less than twice its breadth. If the perimeter of the rectangle is 56 m, find its length and breadth.

Solution : Let the breadth of the rectangle $= x$ m.

Twice the breadth $= 2x$ m.

Therefore, its length $= (2x - 8)$ m. (by problem)

Given, the perimeter of the rectangle = 56 m.

Perimeter of the rectangle = 2 (length + breadth)

Thus, perimeter $= 2\,(2x - 8 + x)$ m.

$= 2\,(3x - 8)$ m.

$= (6x - 16)$ m.

Therefore, $6x - 16 = 56$ (Given data)

SCERT, TELANGANA

$\therefore$ పర్సులో మొత్తం పైకం $= 50x + 10(x + 1)$

$= 50x + 10x + 10$

$= 60x + 10$

కాని లెక్క ప్రకారం పర్సులో గల మొత్తం పైకం = ` 250

అందుచే $60x + 10 = 250$ అగును.

$60x = 250 - 10$

$60x = 240$

$$x = \frac{240}{60}$$

$\therefore$ $x = 4$

కావున ` 50 నోట్ల సంఖ్య = 4

` 10 నోట్ల సంఖ్య = 4 + 1 = 5

సరిచూచుట : ` 10 నోట్ల సంఖ్య (5), ` 50 నోట్ల సంఖ్య (4) కన్నా 1 ఎక్కువ.

మొత్తం పైకం విలువ $= (50 \times 4) + (10 \times 5)$

$= 200 + 50$

= ` 250

ఉదా 10 : ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు దాని వెడల్పుకు రెట్టింపు కన్నా 8 తక్కువగా కలదు. దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత 56 మీ. అయిన దాని పొడవు, వెడల్పులు కనుగొనుము.

సాధన : దీర్ఘచతురస్రం వెడల్పు = x మీ. అనుకొనుము.

వెడల్పునకు రెట్టింపు = $2x$ మీ.

పొడవు = $2x - 8$ మీ. (దత్తాంశం నుండి)

లెక్క ప్రకారం దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత = 56 మీ॥

దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత = 2 (పొడవు + వెడల్పు)

$= 2(2x - 8 + x)$ మీ.

$= 2(3x - 8)$ మీ.

$= 6x - 16$ మీ.

అందువల్ల, $6x - 16 = 56$ (దత్తాంశం)

SCERT, TELANGANA

$$6x = 56 + 16$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6}$$

$$\therefore \; x = 12$$

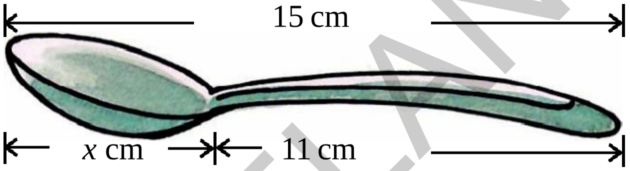
Breadth of the rectangle = 12 m.

Length of the rectangle = 2 × 12 – 8 = 16 m.

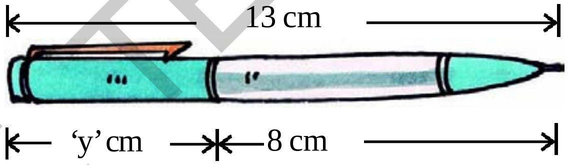
Check : Perimeter = 2 (length+breadth) = 2 (16 + 12) = 2 × 28 = 56 m.

Exercise - 3.3

1 Write the information given in the picture in the form of an equation. Also, find 'x' in the following figure.



2. Write the information given in the picture in the form of an equation. Also, find 'y' in the following figure.



3. If we add 7 to twice a number, we get 49. Find the number.

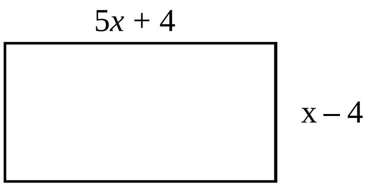
4. If we subtract 22 from three times a number, we get 68. Find the number.

5. Find the number when multiplied by 7 and then reduced by 3 is equal to 53.

6. Sum of two numbers is 95. If one exceeds the other by 3, find the numbers.

7. Sum of three consecutive integers is 24. Find the integers.

8. Find the length and breadth of the rectangle given below if its perimeter is 72m.



9. Length of a rectangle exceeds its breadth by 4 m. If the perimeter of the rectangle is 84 m, find its length and breadth.

SCERT, TELANGANA

$$6x = 56 + 16$$
$$6x = 72$$
$$x = \frac{72}{6}$$
$$\therefore x = 12$$

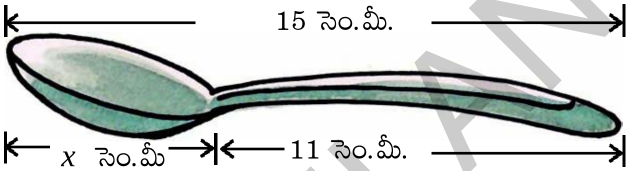
దీర్ఘచతురస్రం వెడల్పు = 12 మీ.

దీర్ఘచతురస్రం పొడవు = 2 × 12 – 8 = 16 మీ.

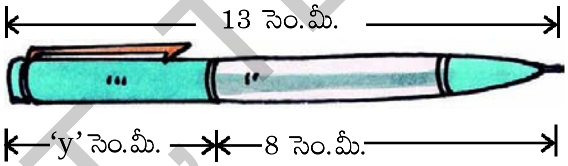
సరిచూచుట : చుట్టుకొలత = 2 (పొడవు + వెడల్పు) = 2 (12+16) = 2 (28) = 56 మీ.

అభ్యాసం - 3.3

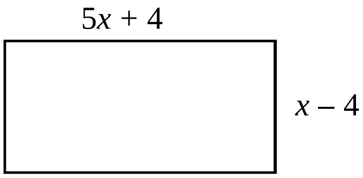
1. క్రింది పటంలో చూపిన సమాచారంను సమీకరణ రూపంలో వ్రాయండి. అదేవిధంగా క్రింది పటంలో 'x' విలువను కనుగొనండి.



2. క్రింది పటంలో చూపిన సమాచారం ను సమీకరణ రూపంలో వ్రాయండి. అదేవిధంగా క్రింది పటంలో 'y' విలువను కనుగొనండి.



3. ఒక సంఖ్యను రెట్టింపు చేసి 7 కలుపగా 49 అయినది. అయిన ఆ సంఖ్యఏది?
4. ఒక సంఖ్యకు మూడు రెట్ల నుండి 22 ను తీసివేయగా 68 వచ్చింది. అయిన ఆ సంఖ్య ఏది?
5. ఏ సంఖ్యను 7 చే గుణించి లబ్ధం నుండి 3 తగ్గించగా అది 53 కు సమానం అగునో కనుక్కోండి.
6. రెండు సంఖ్యల మొత్తం 95. అందులో ఒక సంఖ్య రెండవ దాని కన్నా 3 ఎక్కువ. అయిన ఆ సంఖ్యలు ఏవి?
7. మూడు వరుస పూర్ణసంఖ్యల మొత్తం 24. అయిన ఆ సంఖ్యలేవి?
8. క్రింది దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత 72 మీ॥ అయిన పొడవు, వెడల్పులను కనుగొనుము.



9. ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు, వెడల్పు కన్నా 4 మీ॥ ఎక్కువ. దాని చుట్టు కొలత 84 మీ. అయిన దాని పొడవు మరియు వెడల్పులను కనుగొనుము.

SCERT, TELANGANA

10. After 15 years, Hema's age will become four times that of her present age. Find her present age.

11. A sum of ₹ 3000 is to be given in the form of 63 prizes. If the prize money is either ₹ 100 or ₹ 25. Find the number of prizes of each type.

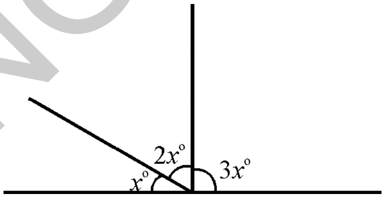
12. A number is divided into two parts such that one part is 10 more than the other. If the two parts are in the ratio 5:3, find the number and the two parts.

13 . Suhana said, "multiplying my number by 5 and adding 8 to it gives the same answer as subtracting my number from 20".
Find Suhana's number.

14. The teacher tells in the class that the highest marks obtained by a student in her class is twice the lowest marks plus 7. The highest mark scored by the student is 87. What is the lowest mark scored by the student?

15. In adjacent figure, find the magnitude of each of the three angles formed?

(Hint: Sum of all angles at a point on a line is 180°)



16. Solve the following riddle:

I am a number
    Tell my identity.
Take me two times over
    And add a thirty six.
To reach a century
    You still need four.

Looking Back

X1A8P5

- Simple equations help in solving various problems in daily life.
- For balancing an equation we
  (i) add the same number on both the sides or
  (ii) subtract the same number form both the sides or
  (iii) multiply both sides with the same number or
  (iv) divides both the sides by the same number, so that the equality remains undisturbed.
- If the LHS and the RHS are interchanged, then the equation remains same.

SCERT, TELANGANA

10. 15 సం॥ తర్వాత హేమయొక్క వయస్సు ఆమె ప్రస్తుత వయస్సుకు 4 రెట్లు అగును. అయిన ఆమె ప్రస్తుత వయస్సు ఎంత?

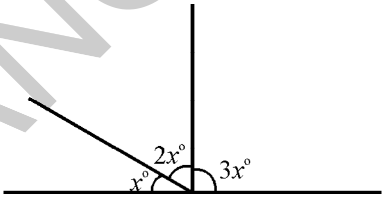
11. 63 బహుమతుల మొత్తం విలువ ` 3000. ఈ బహుమతులలో ` 100 మరియు ` 25 విలువ గలవి ఉన్నచో అవి ఒక్కొక్కరకం ఎన్నెన్ని ఉన్నాయో తెలపండి.

12. ఒక సంఖ్యను రెండు భాగాలు చేయగా మొదటి భాగం రెండవ దాని కన్నా 10 ఎక్కువ. రెండు భాగాల నిష్పత్తి 5:3 అయిన ఆ సంఖ్యను మరియు రెండు భాగాలను కనుగొనండి.

13. "నేను అనుకున్న ఒక సంఖ్యను 5 చే గుణించి 8 కలిపినా లేదా అదే సంఖ్యను 20 నుండి తీసివేసినా ఫలితం ఒకటే వస్తుంది" అని సుహానా చెప్పింది. సుహాన అనుకున్న సంఖ్యను తెల్పండి.

14. "తరగతిలో అత్యధిక మార్కులు పొందిన విద్యార్థి మార్కులు, అత్యల్పమార్కులు పొందిన విద్యార్థి మార్కులను రెట్టింపు చేసి 7 కలిపిన సమానమైనాయి" అని ఉపాధ్యాయుడు తెలిపాడు. తరగతిలో అత్యధిక మార్కులు పొందిన విద్యార్థికి 87 వచ్చిన అయిన అత్యల్ప మార్కులు పొందిన విద్యార్థి మార్కులు ఎన్ని?

15. ప్రక్క పటంలో ఏర్పడిన 3 కోణాల కొలతలు కనుగొనండి.
(సూచన: సరళరేఖపై ఒక బిందువు వద్ద ఏర్పడిన కోణాల మొత్తం 180°)



16. క్రింది పొడుపు కథను చదివి సాధించండి.

నేనొక సంఖ్యను
        నన్ను గుర్తించండి.
నన్ను రెట్టింపు చేసి
        దానికి 36 కలిపి చూడు.
నేను శతకానికి చేరాలంటే
        నాకు ఇంకా నాలుగు కావాలి.

మనం నేర్చుకున్నవి

W9P4L8

- సామాన్య సమీకరణాలు మన నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలో అనేక రకాలుగా ఉపయోగపడతాయి.
- సమీకరణాన్ని సమానత్వం చేయడానికి మనం
  (i) ఇరువైపులా ఒకే సంఖ్యను కలుపవచ్చు లేదా
  (ii) ఇరువైపులా ఒకే సంఖ్యను తీసివేయవచ్చు లేదా
  (iii) ఇరువైపులా ఒకే సంఖ్యతో గుణించవచ్చు లేదా
  (iv) ఇరువైపులా ఒకే సంఖ్యతో భాగించవచ్చు.
- ఒక సమీకరణం యొక్క ఎడమ వైపు పదాలు (LHS) మరియు కుడివైపు పదాలు (RHS) ఇరువైపులా తారుమారు చేసిననూ సమానత్వంలో మార్పు ఉండదు.

SCERT, TELANGANA

Chapter

4 Lines and Angles

Y5M4U6

4.0 Introduction

You have learnt some geometrical ideas in previous classes. Let us have fun trying some thing we have already done.

Exercise - 4.1

1. Name the figures drawn below.

(i) (ii) (iii) (iv)

2. Draw the figures for the following.

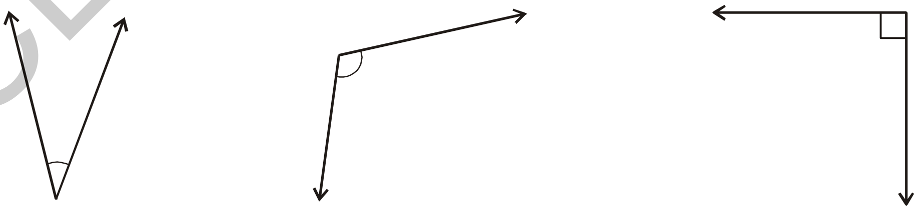
(i) $\overrightarrow{OP}$ (ii) Point X (iii) $\overleftrightarrow{RS}$ (iv) $\overline{CD}$

3. Name all the possible line segments in the following figure.

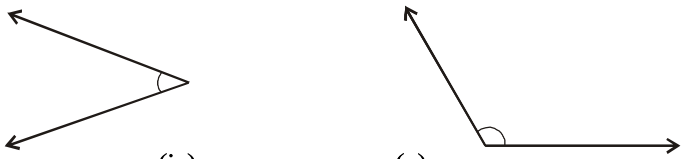
4. Write any five examples of angles that you have observed arround.

Example : The angle formed when a scissor is opened.

5. Identify the following given angles as acute, right or obtuse.



(i) (ii) (iii)



(iv) (v)

SCERT, TELANGANA

అధ్యాయము

4

రేఖలు - కోణములు

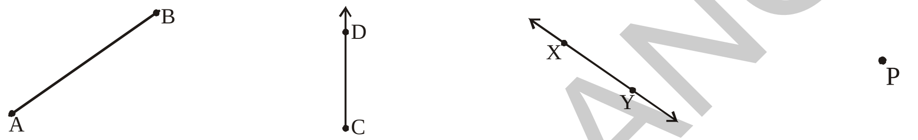
B4N1C7

4.0 పరిచయం

క్రింది తరగతులలో కొన్ని జ్యామితీయ భావనలను గూర్చి నేర్చుకొనియున్నారు. వీటిని గూర్చి మరికొన్ని విషయాల్ని సరదాగా నేర్చుకుందాం!

అభ్యాసం - 4.1

1. కింది వాటికి పేర్లివ్వండి.



(i) (ii) (iii) (iv)

2. కింది వానిని సూచించు పటాలను గీయండి.

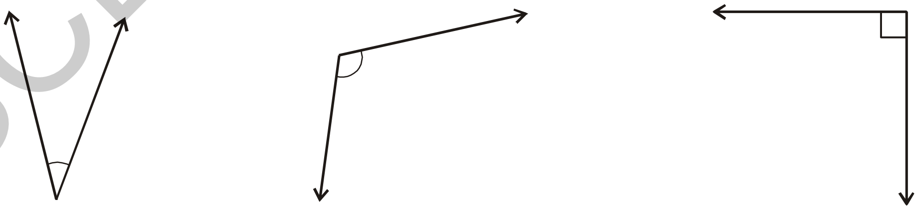
(i) $\overrightarrow{OP}$ (ii) బిందువు X (iii) $\overleftrightarrow{RS}$ (iv) $\overline{CD}$

3. కింద ఇవ్వబడిన పటములో సాధ్యమైనన్ని రేఖాఖండాల పేర్లను తెలపండి.

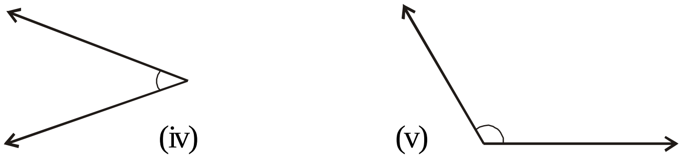
4. మీ చుట్టుప్రక్కల గమనించిన కోణములకు సంబంధించిన ఏవేని ఐదు ఉదాహరణలిమ్ము.

ఉదా : కత్తెరనుపయోగించునపుడు, రెండు పదునైన అంచుల మధ్యకోణం.

5. కింద ఇవ్వబడిన కోణాలలో ఏవేవి అల్ప, లంబ మరియు అధిక కోణాలో గుర్తించండి.



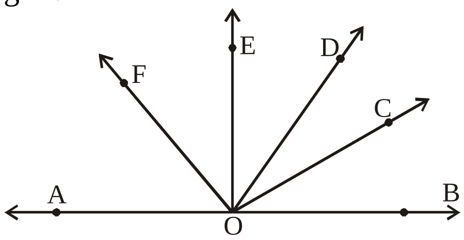
(i) (ii) (iii)



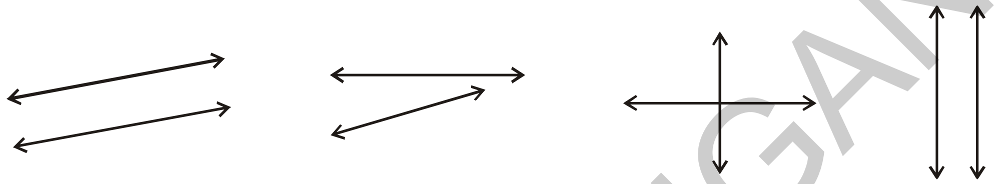
(iv) (v)

SCERT, TELANGANA

6. Name all the possible angles you can find in the following figure. Which are acute, right, obtuse and straight angles?

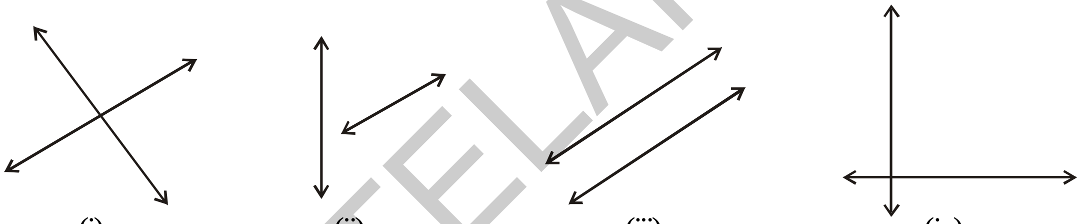


7. Which of the following pairs of lines are parallel? Why?



(i) (ii) (iii) (iv)

8. Which of the following lines are intersecting?



(i) (ii) (iii) (iv)

4.1 Learning about Pairs of Angles

We have learnt how to identify some angles in the previous chapter. Now we will learn about some more angles as well as various pairs of angles.

4.1.1 Complementary Angles

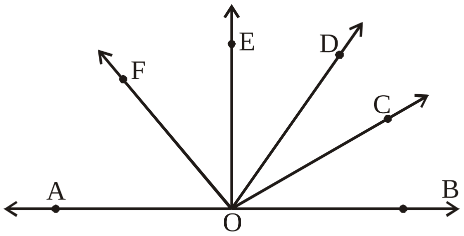
When the sum of two angles is equal to 90°, the angles are called complementary angles.

These are complementary angles, as their sum is $30^0 + 60^0 = 90^0$.

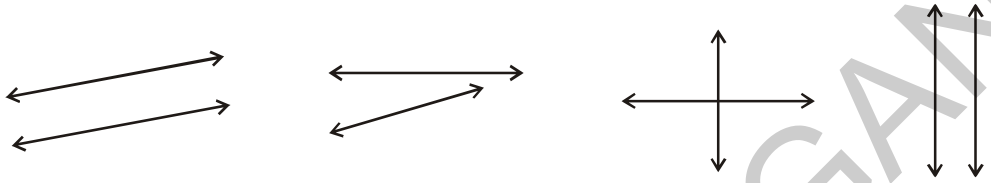
We can also say that the complement of 30^0 is 60^0 and the complement of 60^0 is 30°.

SCERT, TELANGANA

6. క్రింద ఇవ్వబడిన పటము నుంచి సాధ్యమైనన్ని కోణాలను గుర్తించుము. అందులో ఏవేవి అల్ప, లంబ, అధిక మరియు సరళ కోణాలో తెలుపుము.

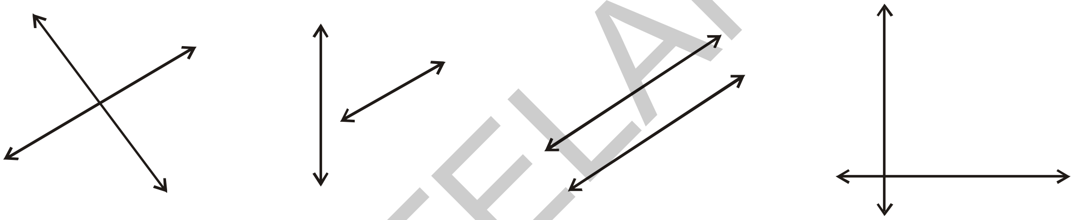


7. కింది వానిలో ఏ రేఖల జతలు సమాంతరములు? ఎందుకు?



(i) (ii) (iii) (iv)

8. కింద ఇవ్వబడిన రేఖల జతలలో ఏవి ఖండన రేఖలు.



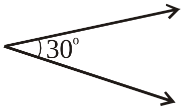
(i) (ii) (iii) (iv)

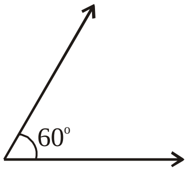
4.1 కోణాల జతలను గూర్చి నేర్చుకుందాం

కొన్ని కోణాలను ఎలా గుర్తించాలో ముందు అభ్యాసంలో నేర్చుకున్నాం. ఇపుడు మరికొన్ని కోణాలను, వివిధ కోణాల జతలను గూర్చి నేర్చుకొందాం.

4.1.1 పూరక కోణాలు

ఏవేని రెండు కోణాల మొత్తం 90^0 కు సమానమైతే ఆ కోణాలను ఒకదానికి మరొకటి పూరక కోణాలు అంటాం.

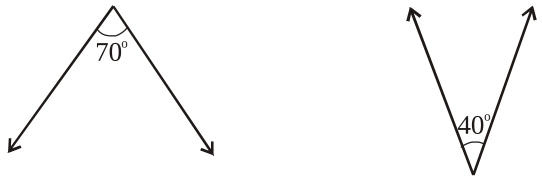




పై కోణాలను పూరక కోణాలు అంటాం. ఎందుకనగా $30^0 + 60^0 = 90^0$.

30^0 కు 60^0 ని, 60^0 కు 30^0 ని పూరక కోణమని కూడా అంటాం.

SCERT, TELANGANA



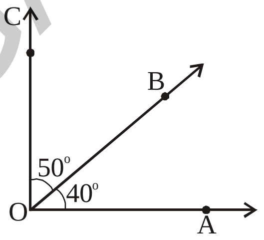
In the above figures, the sum of the two angles is $70^0 + 40^0 \neq 90^0$. Thus, these angles are not a pair of complementary angles.

Try This

Draw any five pairs of complementary angles of your choice.

Do This

Draw an angle $\angle AOB = 40^0$. With the same vertex 'O' draw $\angle BOC = 50^0$, taking $\overrightarrow{OB}$ as initial ray as shown in the figure.

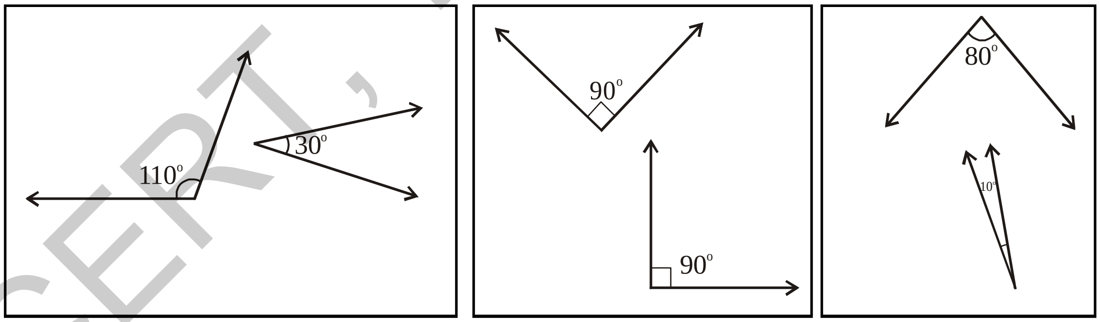


Since the sum of these angles is 90°, they together form a right angle.

Take another pair 60^0 and 50^0 and join in the same way. Do they form complementary angles? Why?

Exercise - 4.2

1. Which of the following pairs of angles are complementary?



(i) (ii) (iii)

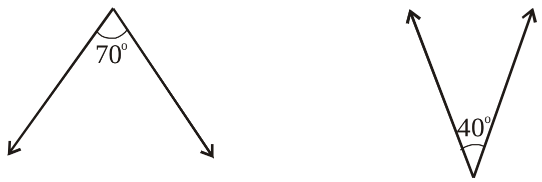
2. Find the complementary angles of the following.

   (i) 25^0 (ii) 40^0 (iii) 89^0 (iv) 55^0

3. Two angles are complement to each other and are also equal. Find them.

4. Manasa says, "Each angle in any pair of complementary angles is always acute". Do you agree? Give reasons.

SCERT, TELANGANA



పై పటాలలో కోణాల మొత్తం $70^0 + 40^0 \neq 90^0$. కావున ఈ కోణాలు పూరక కోణాల జత కావు.

ప్రయత్నించండి

మీకు నచ్చిన ఏవేని ఐదు జతల పూరక కోణాలను గీయండి.

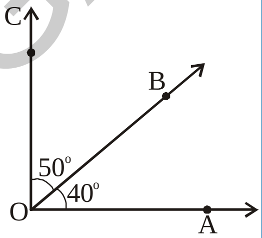
ఇవి చేయండి

$\angle AOB = 40^0$ అగునట్లు గీయండి. 'O' ను శీర్షముగా $\overrightarrow{OB}$ తొలి కిరణంగా $\angle BOC = 50^0$ అగునట్లు గీయండి.

ఈ రెండుకోణాల మొత్తం 90^0 కావున, ఆ మొత్తం ఒక లంబకోణాన్ని ఏర్పరుస్తుంది.

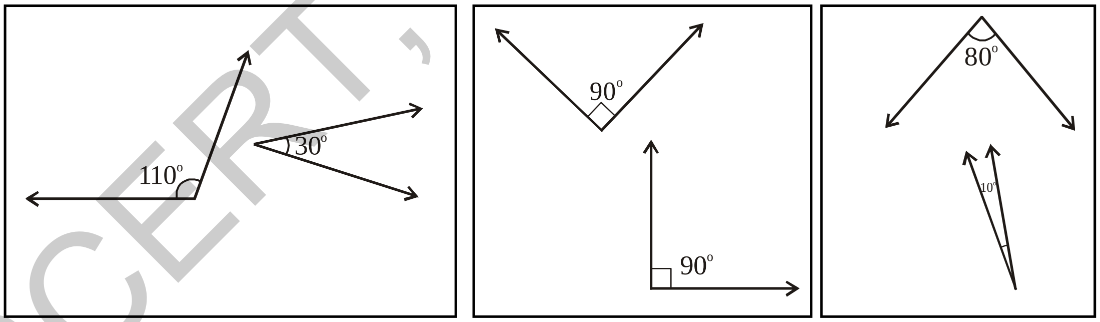
మరొక జతకోణాలు 60^0 మరియు 50^0 లుగా తీసుకొని అదే మాదిరిగా చేయండి.

అవి పూరక కోణాలను ఏర్పరుస్తాయా? ఎందుకు?



అభ్యాసం - 4.2

1. క్రింది వానిలో ఏ జతకోణాలు పూరక కోణాలవుతాయి?



(i) (ii) (iii)

2. క్రింద ఇవ్వబడిన కోణాలకు పూరక కోణాలను కనుగొనండి.

   (i) 25^0 (ii) 40^0 (iii) 89^0 (iv) 55^0

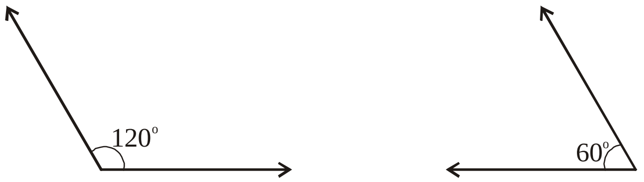
3. రెండు కోణాలు ఒకదానికొకటి పూరకాలు మరియు సమానము. ఆ కోణాలను కనుగొనండి.

4. "పూరక కోణాల జతలో ప్రతి కోణం ఎల్లప్పుడూ అల్పకోణం" అంటున్నది మానస. నీవు ఏకీభవిస్తావా? ఎందుకు?

SCERT, TELANGANA

4.1.2 Supplementary Angles

When the sum of two angles are equal to 180^0, then the angles are called supplementary angles.



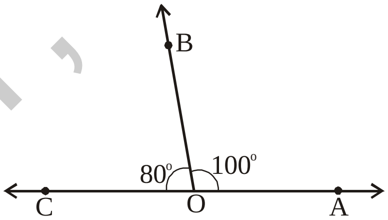
The above pair of angles are supplementary as their sum is 180^0 i.e. $120^0 + 60^0 = 180^0$.

We say that the supplement of 120^0 is 60^0 and the supplement of 60^0 is 120^0.

130^0 and 100^0 angles are not a pair of supplementary angles. Why?

Do This

Draw an angle $\angle AOB = 100^0$. With the same vertex O, draw $\angle BOC = 80^0$ such that $\overrightarrow{OB}$ is common to two angles.



You will observe that the above angles form a straight angle i.e. 180^0.

Thus, the angles 100^0 and 80^0 are supplementary to each other.

Are 130^0 and 70^0 supplementary angles? Why?

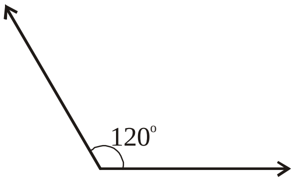
Try This

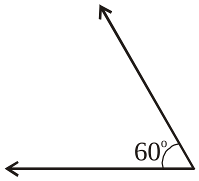
Write any five pairs of supplementary angles of your choice.

SCERT, TELANGANA

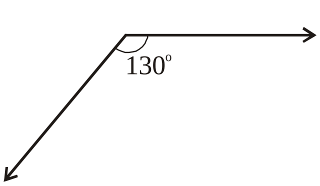
4.1.2 సంపూరక కోణాలు

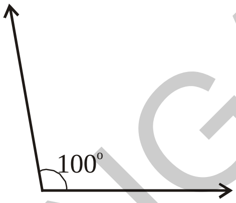
ఏవేని రెండు కోణాల మొత్తం 180^0 అయిన ఆ కోణాలను సంపూరక కోణములు అంటారు.





పైన ఇవ్వబడిన కోణాలు 120^0, 60^0 ల మొత్తం 180^0. కావున అవి సంపూరకాలు. అనగా 120^0,లు 60^0కు, 60^0 లు 120^0 కి సంపూరక కోణాలు.

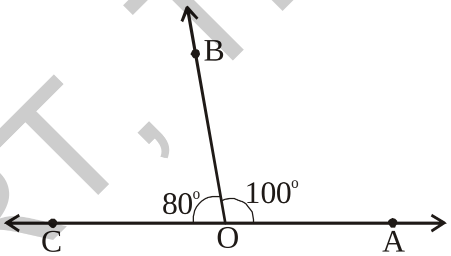




130^0 మరియు 100^0 సంపూరక కోణాల జతకాదు. ఎందుకు?

ఇవి చేయండి

$\angle AOB = 100^0$ గీచి, $\overrightarrow{OB}$ ఉమ్మడి కిరణముగా అయ్యేటట్లుగా, ఉమ్మడి శీర్షము 'O' తో $\angle BOC = 80^0$ ను గీయండి.



పై రెండు కోణాల కలయిక 180^0 లతో ఒక సరళ కోణము ఏర్పడటం మీరు గమనించవచ్చు.

అనగా 100^0 మరియు 80^0 లు సంపూరక కోణాలు.

130^0 మరియు 70^0 సంపూరక కోణాలేనా? ఎందుకు?

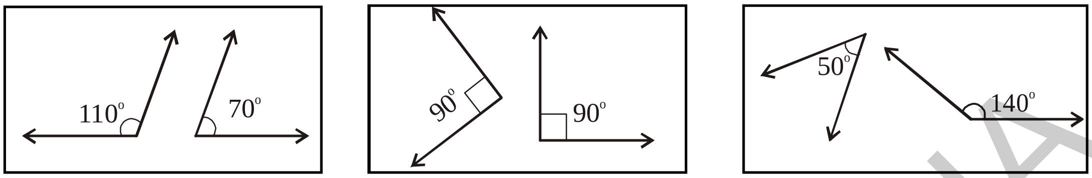
ప్రయత్నించండి

మీకు నచ్చిన ఏవేని ఐదు జతల సంపూరక కోణాలను రాయండి.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 4.3

1. Which of the following pairs of angles are supplementary?



(i) (ii) (iii)

2. Find the supplementary angles of the given angles.

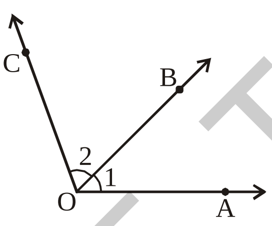
   (i) 105^0 (ii) 95^0 (iii) 150^0 (iv) 20^0

3. Two acute angles cannot form a pair of supplementary angles. Justify.

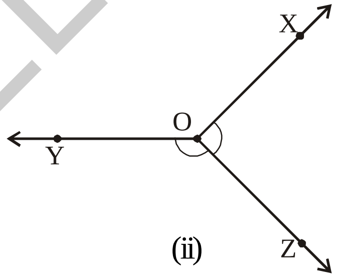
4. Two angles are equal and supplementary to each other. Find them.

4.1.3 Adjacent Angles

The angles having a common arm and a common 'vertex' are called as adjacent angles.



(i)

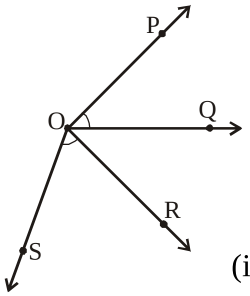


(ii)

The angles ∠AOB and ∠BOC in Figure (i) are adjacent angles, as they have a common vertex 'O' and common arm $\overrightarrow{OB}$.

Are the angles in Figure (ii) adjacent angles? If yes, which is the common vertex and which is the common arm?

Now, look at figure (iii).



(iii).

Are ∠QOP and ∠SOR adjacent angles. Why?

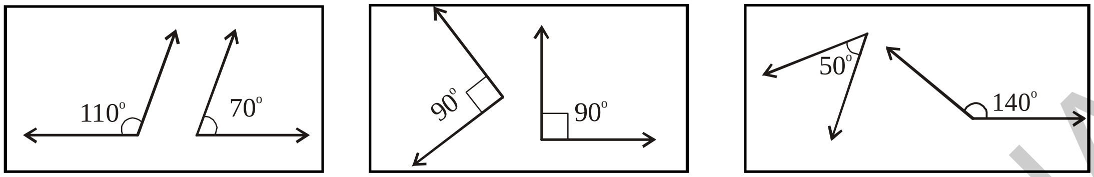
Which angles are adjacent to each other in the above figure?

Why do you think they are adjacent angles?

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 4.3

1. కింది వానిలో ఏవి సంపూరక కోణాల జతలు?



(i) (ii) (iii)

2. కింది కోణాలకు సంపూరక కోణాలను కనుగొనుము.

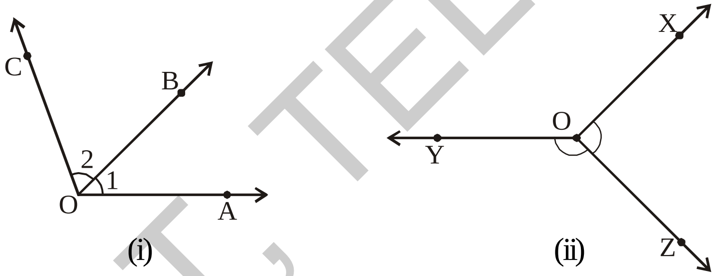
   (i) 105^0 (ii) 95^0 (iii) 150^0 (iv) 20^0

3. "రెండు అల్పకోణాల జత సంపూరకాలు కానేరవు" సమర్థింపుము.

4. రెండు కోణాలు సమానములు మరియు సంపూరకాలు. అవి ఏవి?

4.1.3 ఆసన్న కోణాలు

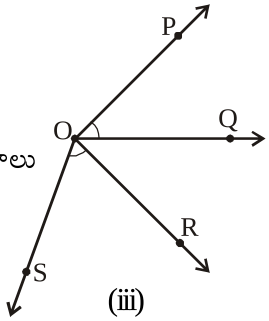
ఉమ్మడి భుజము మరియు ఉమ్మడి శీర్షములు గల కోణాలను "ఆసన్న కోణాలు" అంటాం.



(i) (ii)

పటము (i) లో ∠AOB, ∠BOC లు ఆసన్న కోణాలు. ఎందుకనగా వాటికి ఉమ్మడి శీర్షము 'O', ఉమ్మడి భుజము $\overrightarrow{OB}$ ఉన్నాయి.

పటము (ii) లోని కోణాలు ఆసన్న కోణాలు



(iii)

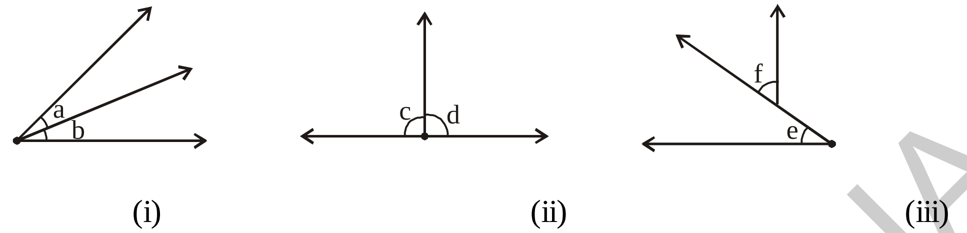
అవుతాయా? ఉంటే ఉమ్మడి శీర్షమేది? ఉమ్మడి భుజమేది?

పటము (iii) ని చూడండి.

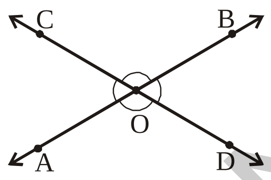
SCERT, TELANGANA

Exercise - 4.4

1. Which of the following are adjacent angles?



2. Name all pairs of adjacent angles in the figure. How many pairs of adjacent angles are formed? Why these angles are called adjacent angles?



3. Can two adjacent angles be supplementary? Draw figure.

4. Can two adjacent angles be complementary? Draw figure.

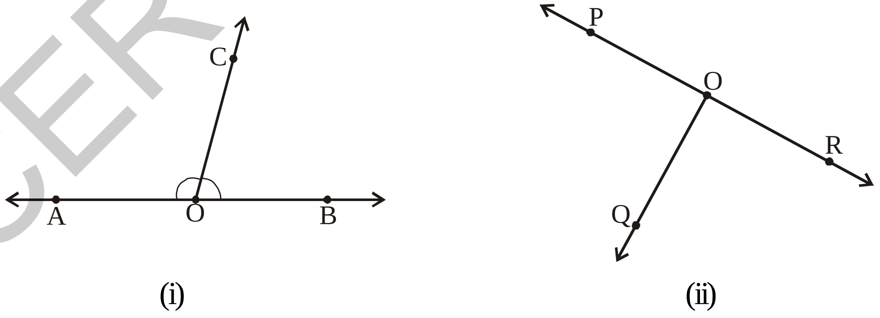
5. Give four examples of adjacent angles in daily life.

   Example : Angles between the spokes at the centre of a cycle wheel.

   (i) ____________________ (ii) ____________________

   (iii) ____________________ (iv) ____________________

4.1.3 (a) Linear Pair



Look at Figure (i). ∠COA and ∠BOC are adjacent angles. What is the sum of these angles?

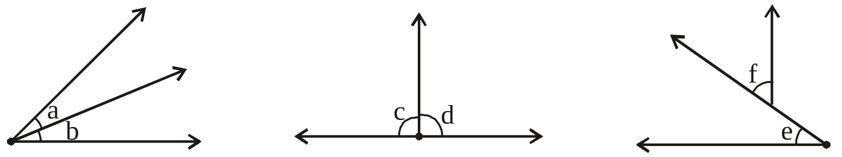
These angles together form a straight angle. Similarly, look at Figure (ii). Do ∠POQ and ∠QOR together form a straight angle?

A pair of adjacent angles whose sum is a straight angle (180^0) is called a Linear Pair.

SCERT, TELANGANA

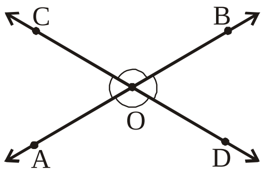
అభ్యాసం - 4.4

1. కింది వాటిలో ఏవి ఆసన్న కోణాలు?



(i) (ii) (iii)

2. కింది పటంలోని ఆసన్నకోణాలన్నింటినీ పేర్కొనండి. ఎన్ని జతల ఆసన్న కోణాలు ఏర్పడతాయి? వాటిని ఎందుకు ఆసన్న కోణాలు అని అంటాం?



3. రెండు ఆసన్న కోణాలు సంపూరకాలు అవుతాయా? సరైన పటమును గీయండి.

4. రెండు ఆసన్న కోణాలు పూరకాలు అవుతాయా? సరైన పటమును గీయండి.

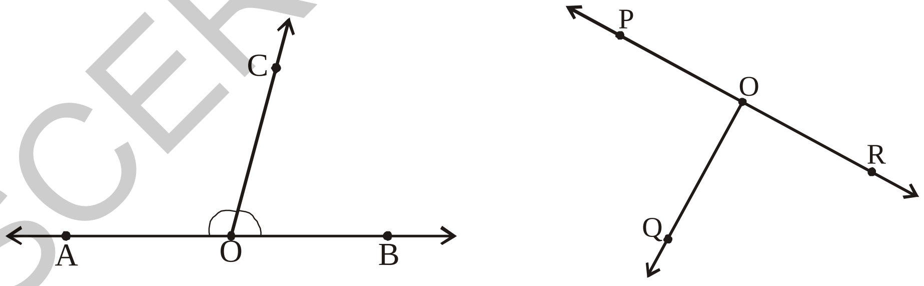
5. దైనందిన జీవితంలో ఆసన్నకోణాలకు ఏవేని నాలుగు ఉదాహరణలివ్వండి.

ఉదా : సైకిలు చక్రపు కేంద్రం వద్ద చువ్వలు ఏర్పరిచే మధ్య కోణాలు

(i) ______________________ (ii) ______________________

(iii) ______________________ (iv) ______________________

4.1.3 (అ) రేఖీయ ద్వయము



(i) (ii)

పటము (i) ను చూడండి. ∠COA మరియు ∠BOC లు ఆసన్న కోణాలు. ఆ కోణాల మొత్తం ఎంత?

ఈ రెండు కోణాల కలయిక ఒక సరళ కోణము ఏర్పరుస్తుంది. అలాగే పటము (ii) ను గమనించండి. ∠POQ, ∠QOR లు సరళ కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయా?

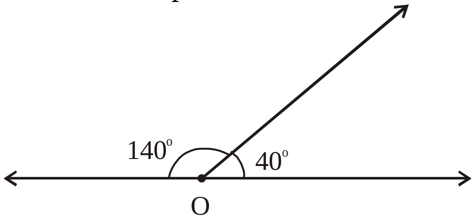
ఒక జత ఆసన్న కోణాల మొత్తం సరళ కోణం (180^0) అయితే దానిని 'రేఖీయ ద్వయము' అంటాం.

SCERT, TELANGANA

Do This

Two adjacent angles are 40° and 140°. Do they from a linear pair?

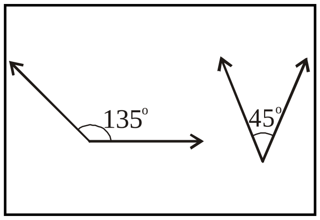
Draw a picture and check. Renu drew the picture like this.



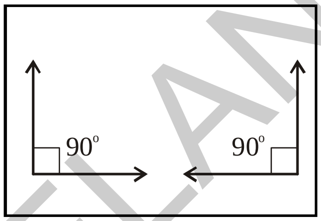
Has she drawn correctly? Do these adjacent angles form a linear pair?

Exercise - 4.5

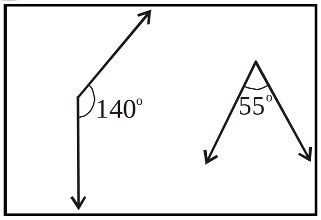
1. Draw the following pairs of angles as adjacent angles. Check whether they form linear pair.



(i)

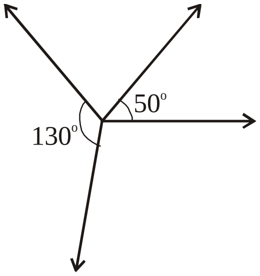


(ii)



(iii)

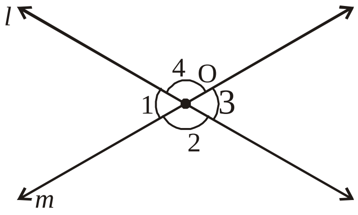
2. Niharika took two angles 130^0 and 50^0 and tried to check whether they form a linear pair. She made the following picture.



Can we say that these two angles form a linear pair? If not, what is Niharika's mistake?

4.1.4 Vertically Opposite Angles

When two lines intersect, the angles that are formed opposite to each other at the point of intersection (vertex) are called vertically opposite angles.



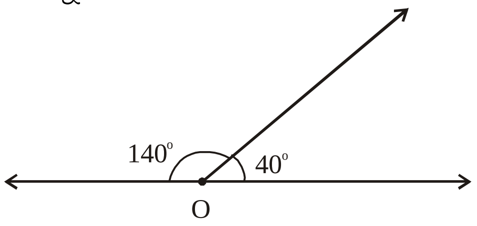
In above figure two lines '*l*' and 'm' intersect each other at 'O'. Angle $\angle 1$ is opposite to angle $\angle 3$ and the other pair of opposite angles is $\angle 2$ and $\angle 4$. Thus, $\angle 1$, $\angle 3$ and $\angle 2$, $\angle 4$ are the two pairs of vertically opposite angles.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

40^0 మరియు 140^0 అనునవి ఆసన్న కోణాలు. ఆ కోణాలు రేఖీయ ద్వయాన్ని ఏర్పరుస్తాయా?

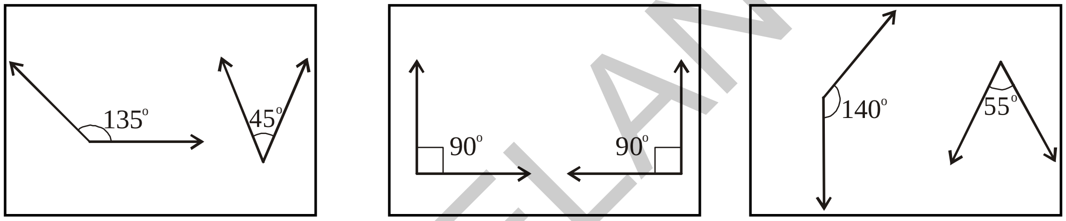
పటము గీచి సరిచూడండి. రేణు ఆ పటాన్ని ఇలా గీచింది.



ఆమె సరిగా గీసిందా? ఆ ఆసన్న కోణాలు రేఖీయ ద్వయాన్ని ఏర్పరుస్తాయా?

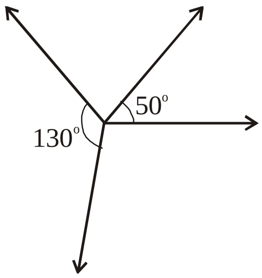
అభ్యాసం - 4.5

1. కింది జతల కోణాలను ఆసన్న కోణాలుగా గీయండి. ఏవి రేఖీయ ద్వయమును ఏర్పరుస్తున్నాయో పరిశీలించండి.



(i) (ii) (iii)

2. నీహారిక 130^0 మరియు 50^0 అను రెండు కోణాలలో రేఖీయ ద్వయమును ఏర్పరచవచ్చునేమో సరిచూడాలను కుని క్రింది పటం విధంగా తయారు చేసింది.

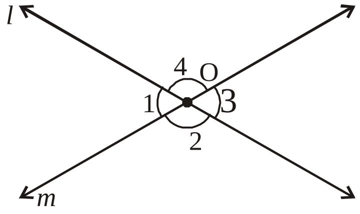


పై పటములో ఆ రెండు కోణాలు రేఖీయ ద్వయాన్ని ఏర్పరచాయని చెప్పవచ్చునా? అలా కాకపోతే నీహారిక చేసిన పొరపాటేమిటి?

4.1.4 శీర్షాభిముఖ కోణాలు

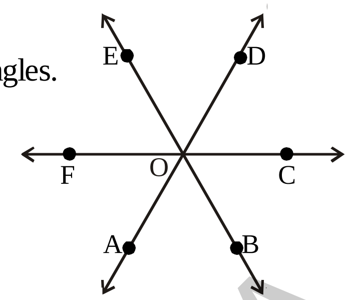
రెండు రేఖలు ఖండించుకొన్నపుడు ఖండన బిందువు (శీర్షము) వద్ద ఏర్పడు ఎదురెదురు కోణాలను 'శీర్షాభిముఖ కోణాలు" అంటాం.

'l' మరియు 'm' అనురేఖలు 'O' బిందువు వద్ద ఖండిచుకుంటున్నాయి. కోణము $\angle 1$ అనునది కోణము $\angle 3$ నకు ఎదుటి కోణము అలాంటి మరొక జత $\angle 2$ మరియు $\angle 4$. కావున, $\angle 1$, $\angle 3$ లను మరియు $\angle 2$, $\angle 4$ లను శీర్షాభిముఖ కోణముల జతలు అంటాం.



SCERT, TELANGANA

From the adjacent figure, identify the pairs of vertically opposite angles.



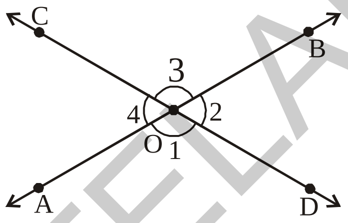
Do This

Draw two lines $\overleftrightarrow{AB}$ and $\overleftrightarrow{CD}$ such that they intersect at point 'O'.

Trace the figure given below on a tracing paper. Place the traced figure over the figure given below and rotate it such that ∠DOB coincides ∠COA.

Observe the angles ∠AOD and ∠BOC also ∠COA and ∠DOB.

You will notice that ∠AOD = ∠BOC and ∠COA = ∠DOB.

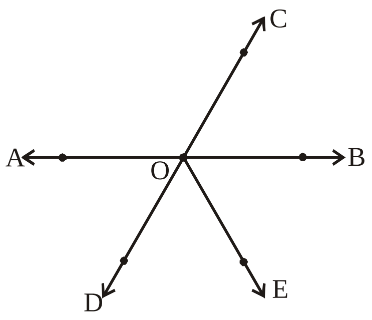


We can conclude that vertically opposite angles are equal.

Note : Take two straws. Fix them at a point 'O' with a pin. Place them such that the straw on top covers the one below. Rotate one of the straws. You will find that they make vertically opposite angles.

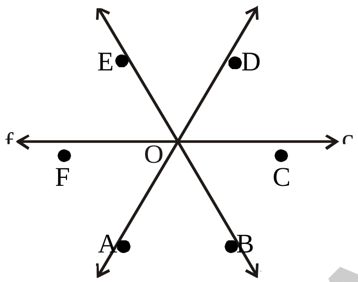
Exercise - 4.6

1. Name two pairs of vertically opposite angles in the figure.



SCERT, TELANGANA

ప్రక్క పటంనందలి శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలను తెలుపండి.



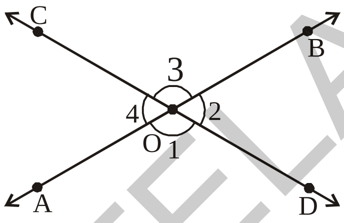
ఇవి చేయండి

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ అనురేఖలు 'O' వద్ద ఖండించుకొనునట్లు గీయండి.

ఉల్లి పొరకాగితమునుపయోగించి క్రింది పటమునకు నకలును గీచి, ఈ నకలును పటముపైన ఉంచి ∠COA, ∠DOB తో ఏకీభవించునట్లు భ్రమణము చేయుము.(త్రిప్పుము)

కోణాలు ∠AOD మరియు ∠BOC అలాగే ∠COA మరియ ∠DOB లను గమనించండి.

∠AOD = ∠BOC మరియు ∠COA = ∠DOB అగుటను మీరు గమనించవచ్చు.

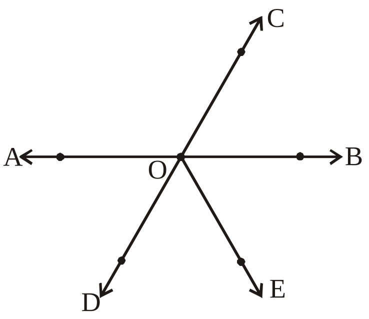


దీనిని బట్టి శీర్షాభిముఖ కోణములు సమానమని చెప్పవచ్చు.

గమనిక : రెండు స్ట్రా' లను తీసుకొని బిందువు 'O' వద్ద పిన్నును గుచ్చి ఒకదానిపై మరొకటి వుండునట్లు చేయుము. రెండు స్ట్రాలలో ఏదో ఒకదానిని త్రిప్పినపుడు శీర్షాభిముఖ కోణములు ఏర్పడుట మనము గమనించవచ్చు.

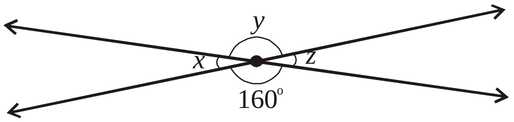
అభ్యాసం - 4.6

1. కింది పటంలో రెండు జతల శీర్షాభిముఖ కోణాలను పేర్కొనుము.



SCERT, TELANGANA

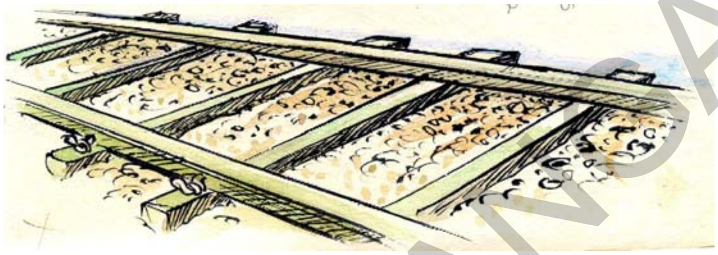
2. Find the measure of x, y and z without actually measuring them.



3. Give some examples of vertically opposite angles in your surroundings.

4.2 Transversal

You might have seen railway track. The following is the example for transversal lines.



A line which intersects two or more lines at distinct points is called a transversal.

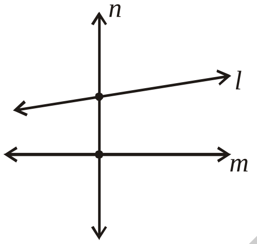


Figure (i)

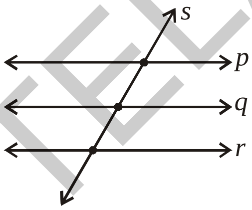


Figure (ii)

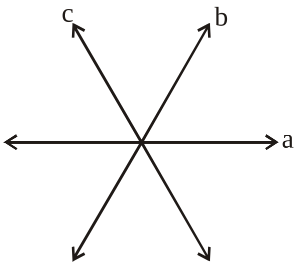


Figure (iii)

In Fig (i) two lines '*l*' and '*m*' are intersected by a line '*n*', at two distinct points.

Therefore, '*n*' is a transversal to '*l*' and m".

In Fig (ii) three lines '*p*', '*q*' and '*r*' are intersected by a line '*s*', at three distinct points.

So, '*s*' is a transversal to '*p*' '*q*' and '*r*'.

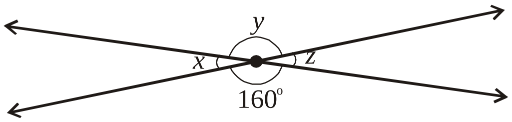
In Fig (iii) two lines 'a' and 'b' are intersected by a line 'c'. The point of intersection of 'c' is the same as that of 'a' and 'b'. The three lines are thus intersecting lines and none of them is a transversal to the other as no line intersects other two lines at distinct points.

Try This

How many transversals can be drawn for two distinct lines?

SCERT, TELANGANA

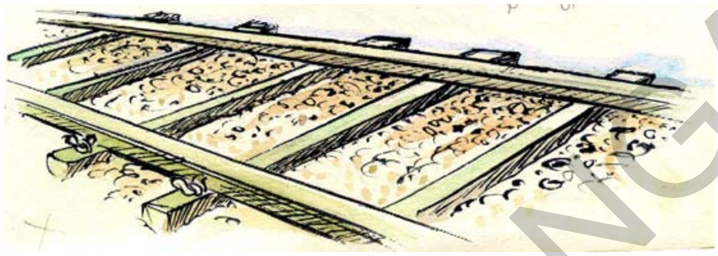
2. కొలవకుండానే x, y మరియు z కోణాల కొలతలను కనుగొనుము.



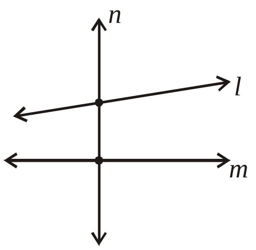
3. మీ పరిసర ప్రాంతాలలో నీవు గమనించిన శీర్షాభిముఖ కోణాలకు ఉదాహరణలిమ్ము.

4.2 తిర్యగ్రేఖలు

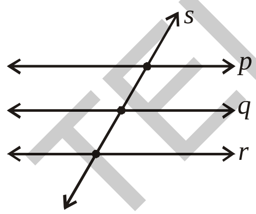
బహుశా మీరు రైలు పట్టాలను గమనించి వుంటారు. కింది పటమును తిర్యగ్రేఖలకు ఉదాహరణగా పేర్కొనవచ్చును.



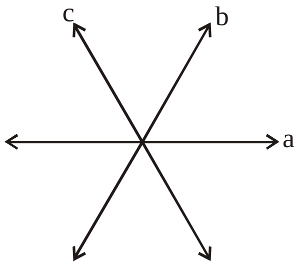
ఒకరేఖ రెండు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ రేఖలను విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండిస్తే ఆ రేఖను తిర్యగ్రేఖ అంటాం.



పటం (i)



పటం (ii)



పటం (iii)

పటం (i) లో '*l*', '*m*' అను రెండు రేఖలను '*n*' అనురేఖ రెండు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండిస్తోంది.

కావున '*l*' మరియు *m*'' రేఖలకు '*n*' అనేది తిర్యగ్రేఖ.

పటం (ii)లో '*p*', '*q*' మరియు '*r*' అనుమూడు రేఖలను 's' అనురేఖ, మూడు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండిస్తోంది.

కావున, '*p*' '*q*' మరియు '*r*' అనురేఖలకు '*s*' అనేది తిర్యగ్రేఖ.

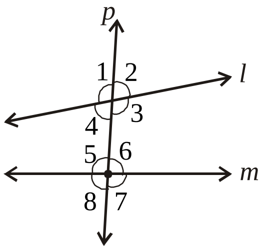
పటం (iii) లో రెండు రేఖలు a మరియు b లను 'c' ఖండిస్తోంది. a మరియు b రేఖల ఖండన బిందువు వద్దనే, 'c' అను రేఖ వాటిని ఖండిస్తోంది. ఈ మూడు రేఖలు ఖండన రేఖలే గానీ ఏరేఖ కూడా మిగిలిన రెండు రేఖలకు తిర్యగ్రేఖ కాదు. కారణము ఏరేఖ కూడా మిగిలిన రెండు రేఖలను విభిన్న బిందువుల దగ్గర ఖండించక పోవడమే.

ప్రయత్నించండి

రెండు విభిన్న రేఖలకు ఎన్ని తిర్యగ్రేఖలు గీయవచ్చును?

SCERT, TELANGANA

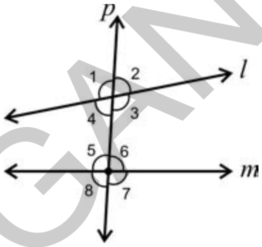
4.2.1 Angles made by a transversal



When a transversal cuts two lines, 8 angles are formed. This is because at each intersection 4 angles are formed. Observe the figure.

Here '*l*' and '*m*' are two lines intersected by the transversal '*p*'. Eight angles $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$ and $\angle 8$ are formed.

Angles $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ and $\angle 6$, are lying inside '*l*' and '*m*'. They are thus called interior angles. The angles $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ and $\angle 8$ are on the outside of the lines '*l*' and 'm'. They are thus called exterior angles.



Look at adjacent figure.

$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ and $\angle 8$ are exterior angles.

$\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ and $\angle 6$ are interior angles.

We have learnt about vertically opposite angles and noted the fact that they are equal.

Renu looked at figure for vertically opposite angles, and said $\angle 1 = \angle 3$ and $\angle 2 = \angle 4$.

Which are the other two pairs of vertically opposite angles?

She said that each exterior angle is paired with an vertically opposite angle which is in the interior. The angles in these pairs are equal. Do you agree with Renu?

Do This

1. Identify the transversal in Figure (i) and (ii).

   Identify the exterior and interior angles and fill the table given below:

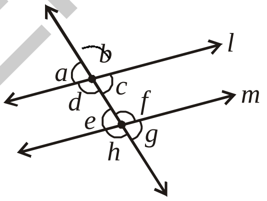


Figure (i)

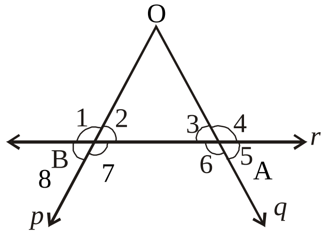
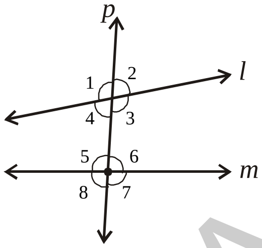


Figure (ii)

Figure	Transversal	Exterior angles	Interior angles
(i)			
(ii)			

SCERT, TELANGANA

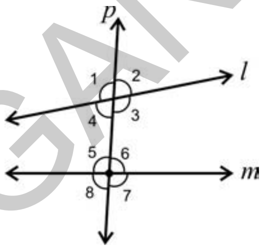
4.2.1 తిర్యగ్రేఖచే ఏర్పడు కోణాలు



రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు 8 కోణాలు ఏర్పడుతాయి. కారణము ప్రతిఖండనకు 4 కోణాలు ఏర్పడటమే. ప్రక్క పటాన్ని పరిశీలించండి.

ఇచ్చట 'l' మరియు 'm' అనురేఖలను 'p' అను తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$ మరియు $\angle 8$ అను 8 కోణాలు ఏర్పడతాయి.

$\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ మరియు $\angle 6$ కోణాలు 'l' మరియు 'm' రేఖలకు లోపల (అంతరంలో) వున్నాయి. కావున ఈ కోణాలను అంతరకోణాలు అంటాం. $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ మరియు $\angle 8$, కోణాలు 'l' మరియు 'm' రేఖలకు బయట (బాహ్యంలో) వున్నాయి. కావున ఈ కోణాలను బాహ్యకోణాలు అంటాం.



ప్రక్కపటాన్ని పరిశీలించండి.

$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ మరియు $\angle 8$ కోణాలు బాహ్య కోణాలు.

$\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ మరియు $\angle 6$ కోణాలు అంతర కోణాలు.

శీర్షాభిముఖ కోణాలను గూర్చి మనం ఇదివరకే నేర్చుకొని యున్నాము. శీర్షాభిముఖ కోణాలు సమానము అని కూడా మనకు తెలుసు.

రేణు పై పటమును శీర్షాభిముఖ కోణముల కొరకు పరిశీలిస్తూ $\angle 1 = \angle 3$ మరియు $\angle 2 = \angle 4$ అంది.

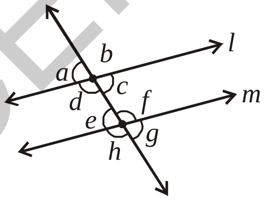
మరి మిగిలిన రెండు జతల శీర్షాభిముఖ కోణాలేవి?

రేణు ఇలా అంటోంది. "ప్రతి బాహ్యకోణము అంతరాభిముఖ కోణానికి జత మరియు ఇలాంటి జతల కోణాలు సమానంగా వుంటాయి". ఈ విషయంలో నీవు రేణుతో ఏకీభవిస్తావా?

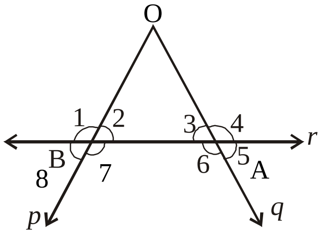
ఇవి చేయండి

1. (i), (ii) పటాలలో తిర్యగ్రేఖలను గుర్తించండి.

అలాగే అంతర, బాహ్య కోణాలను గుర్తించి కింది పట్టికలో పూరించండి.



పటం (i)

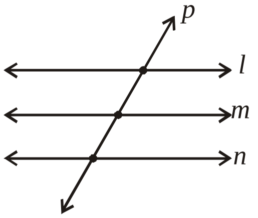


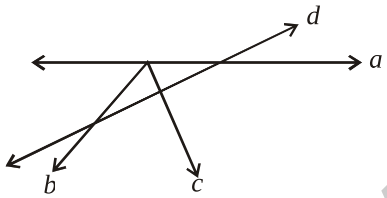
పటం (ii)

పటం	తిర్యగ్రేఖ	బాహ్యకోణాలు	అంతర కోణాలు
(i)			
(ii)			

SCERT, TELANGANA

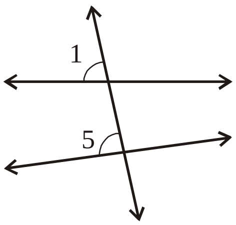
2. Consider the following lines. Which line is a transversal? Find the number of angles formed and list them. Which are the exterior angles and which are the interior angles?



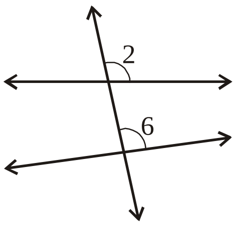


4.2.1 (a) Corresponding Angles

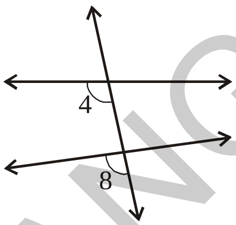
Look at figures (i), (ii), (iii) and (iv) below-



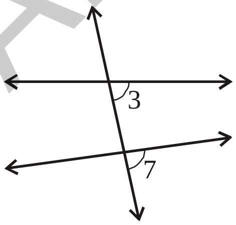
(i)



(ii)

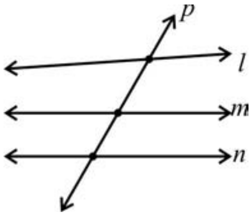


(iii)



(iv)

Consider the pairs of angles ($\angle 1$, $\angle 5$), ($\angle 2$, $\angle 6$), ($\angle 4$, $\angle 8$), ($\angle 3$, $\angle 7$). Is there something common among these pairs of angles? These angles lie on different vertices. They are on the same side of the transversal and in each pair one is an interior angle and the other is an exterior angle. Thus, each of the above pair of angles are called corresponding angles.



What happens when a line is transversal to three lines? Which are the corresponding angles in this case? What is the number of exterior and interior angles in this case?

What would happen if number of lines intersected by the transversal becomes 4,5 and more?

Can you predict the number of exterior and the interior angles that are corresponding to each other?

4.2.1 (b) Interior and Exterior Alternate Angles

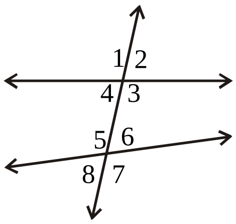
Look at the adjacent figure. Find the angles which have the following three properties:

(i) Have different vertices.

(ii) Are on the either side of the transversal

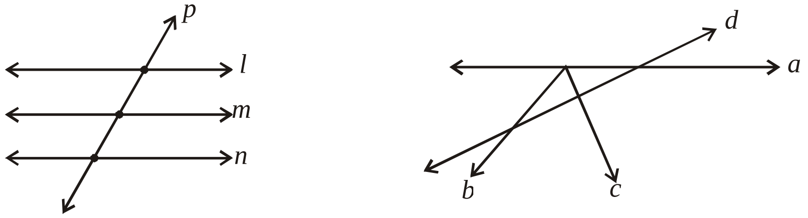
(iii) Lie 'between' the two lines (i.e. are interior angles).

Such pairs of angles are called interior alternate angles.



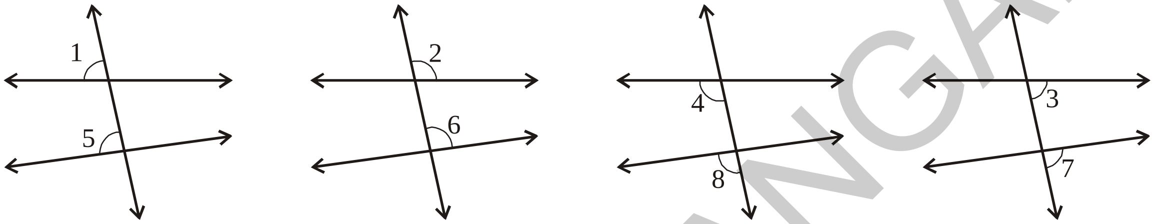
SCERT, TELANGANA

2. కింది పటాలను పరిశీలించి ప్రతి పటములోని తిర్యగ్రేఖలను తెలపండి. ప్రతి పటములో ఏర్పడు కోణాల సంఖ్యను తెలిపి వాటి జాబితాను వ్రాయండి. మరియు అంతర, బాహ్య కోణాలను తెలుపండి.



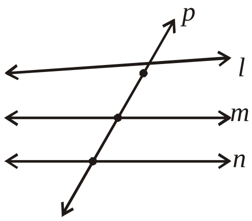
4.2.1 (ఎ) సదృశ కోణాలు (అనురూప కోణాలు)

క్రింది (i), (ii), (iii) మరియు (iv) పటాలను పరిశీలించండి.



(i) (ii) (iii) (iv)

కింది కోణాల జతలను పరిగణించండి. ($\angle 1, \angle 5$), ($\angle 2, \angle 6$), ($\angle 4, \angle 8$), ($\angle 3, \angle 7$). ఈ జతలలో కోణాల మధ్య సారూప్యతను గమనించారా? ప్రతి జతలోని కోణాలు, విభిన్న శీర్షాల వద్ద ఏర్పడి, తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున వుంటూ, ఒక కోణము బాహ్య కోణముగాను, మరియొక కోణము అంతర కోణముగానూ వున్నది. కావున, పై కోణాల జతలలో ప్రతి జతకోణాలను సదృశ (అనురూప) కోణాలు అంటాం.



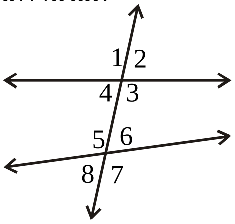
మరి మూడు రేఖలకు ఒక తిర్యగ్రేఖ వుంటే ఏమౌతుంది? ఈ సందర్భంలో సదృశ కోణాలేవి? మరియు బాహ్య, అంతర కోణాలు ఎన్ని?

ఒక తిర్యగ్రేఖచే ఖండింపబడే రేఖలసంఖ్య 4, 5 లేక అంతకన్నా ఎక్కువైతే ఏమవుతుంది?

ఒకదానికొకటి సదృశ్యాలు అయ్యేటట్లుగా ఉండే అంతర మరియు బాహ్య కోణాల సంఖ్యను ఊహించగలరా?

4.2.1 (బి) ఏకాంతర, ఏక బాహ్య కోణాలు

ప్రక్క పటమును పరిశీలించి క్రింద ఇవ్వబడిన మూడు ధర్మాలు గల కోణాలను కనుగొనుము.



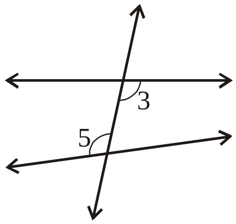
(i) విభిన్న శీర్షాల వద్ద గల కోణాలు

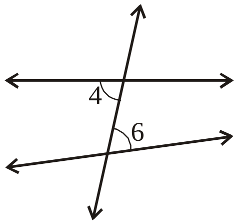
(ii) తిర్యగ్రేఖకు ఇరువైపులా గలకోణాలు

(iii) రెండు రేఖల అంతరములో గల కోణాలు (అంతర కోణాలు)

పై ధర్మాలు గల కోణాలను "ఏకాంతర కోణాలు" అంటాం.

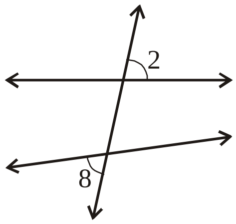
SCERT, TELANGANA

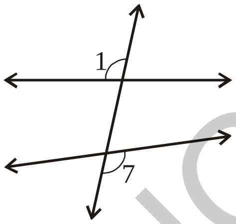




The pairs of angles (∠3, ∠5) and (∠4, ∠6) are the two pairs of interior alternate angles.

Similarly, you may find two pairs of exterior alternate angles.

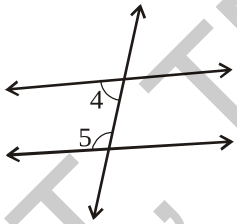


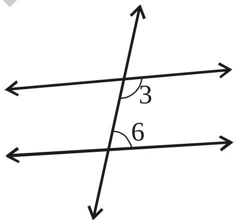


The pairs of angles (∠2, ∠8) and (∠1, ∠7) are called alternate exterior angles.

4.2.1 (c) Interior Angles on the same side of the transversal

Interior angles can be on the same side of the transversal too.

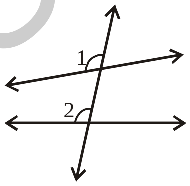




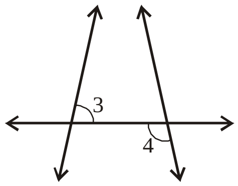
Angles (∠4, ∠5) and (∠3, ∠6) are the two pairs of interior angles on the same side of the transversal.

Do This

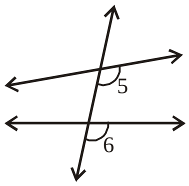
1. Name the pairs of angles in each figure by their property.



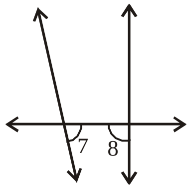
(i)



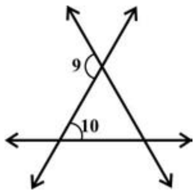
(ii)



(iii)

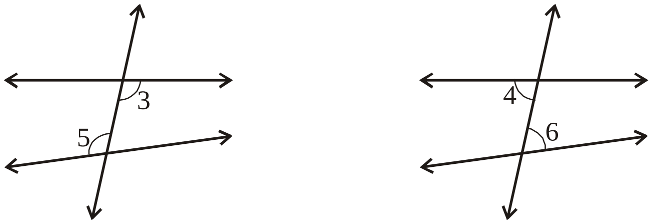


(iv)



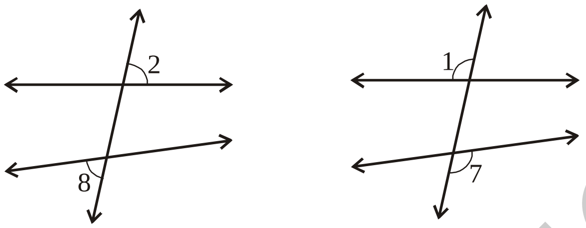
(v)

SCERT, TELANGANA



పై పటాలనుంచి ($\angle 3, \angle 5$) మరియు ($\angle 4, \angle 6$) కోణాల జతలను ఏకాంతర కోణాలు అంటాం.

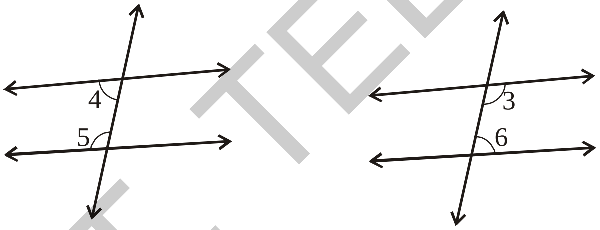
అలాగే ఏక బాహ్య కోణాలను కనుగొందాం.



పై పటాల నుంచి ($\angle 2, \angle 8$) మరియు ($\angle 1, \angle 7$) కోణాల జతలను ఏక బాహ్యకోణాలు అంటాం.

4.2.1 (సి) తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల అంతర కోణాలు

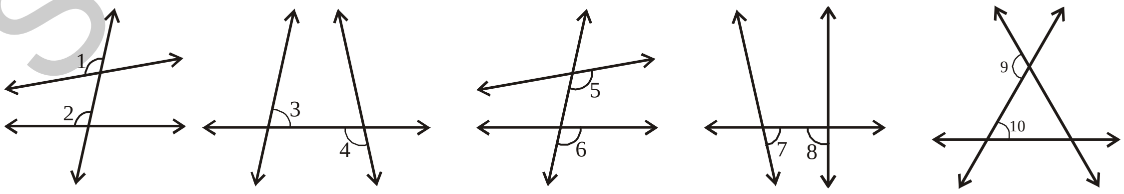
అంతర కోణాలు తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున కూడా ఉండవచ్చును.



పై పటముల నుంచి ($\angle 4, \angle 5$) మరియు ($\angle 3, \angle 6$) అనునవి తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల అంతరకోణాలు.

ఇవి చేయండి

1. ధర్మములను బట్టి కింద ఇవ్వబడిన జతల కోణాల పేర్లు వ్రాయండి.



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

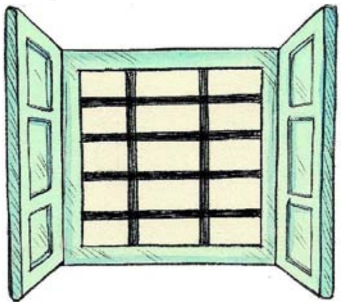
SCERT, TELANGANA

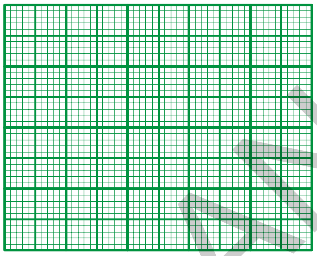
4.2.2 Transversal on parallel lines

You know that two coplanar lines which do not intersect are called parallel lines.

Let us look at transversals on parallel lines and the properties of angles on them.

Look at the pictures.





These give examples for parallel lines with a transversal.

Do This

Take a ruled sheet of paper. Draw two lines '*l*' and 'm' parallel to each other and draw a transversal 'p' on these lines.

Label the pairs of corresponding angles as shown in Figures (i), (ii), (iii) and (iv).

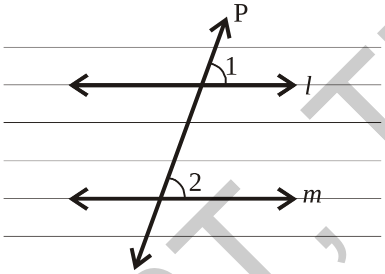


Figure (i)

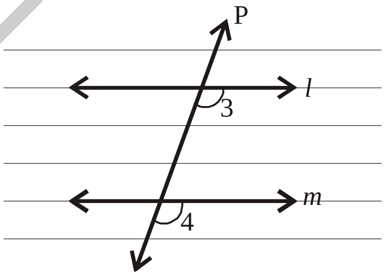


Figure (ii)

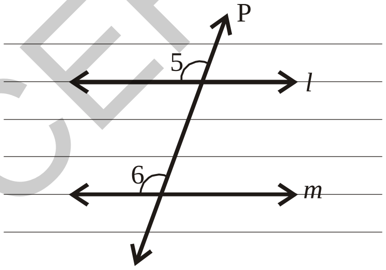


Figure (iii)

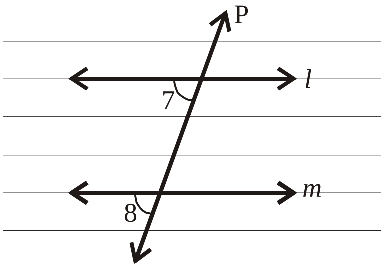


Figure (iv)

Place the tracing paper over Figure (i). Trace the lines '*l*', 'm' and 'p'. Slide the tracing paper along 'p', until the line '*l*' coincides with line 'm'. You find that $\angle 1$ on the traced figure coincides with $\angle 2$ of the original figure. Thus $\angle 1 = \angle 2$

Are the remaining pairs of corrosponding angles equal? Check by tracing and sliding.

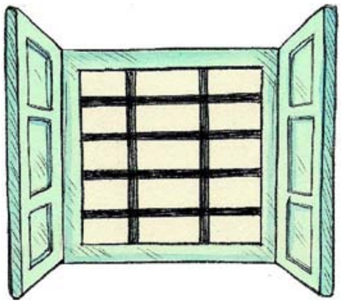
SCERT, TELANGANA

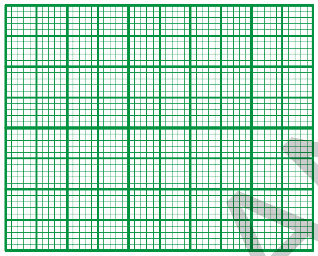
4.2.2. సమాంతర రేఖలపై తిర్యగ్రేఖ

ఒకే తలములోని రెండు రేఖలు ఖండన రేఖలు కాకుంటే, అట్టి రేఖలను సమాంతర రేఖలు అంటాం.

సమాంతర రేఖలపై తిర్యగ్రేఖను గీచినపుడు ఏర్పడు కోణాల ధర్మాలను గూర్చి తెలుసుకుందాం!

క్రింది పటాలను పరిశీలించండి.

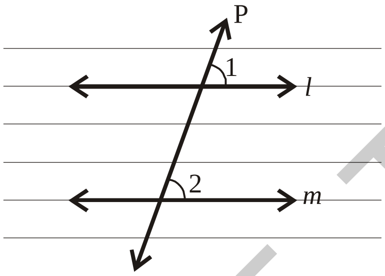




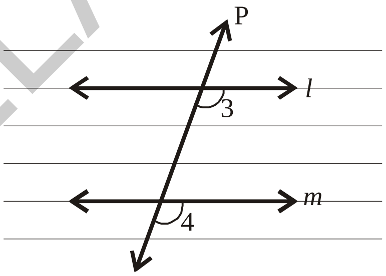
పై పటాలు సమాంతర రేఖలపై గీయబడిన తిర్యగ్రేఖలకు ఉదాహరణ

ఇవి చేయండి

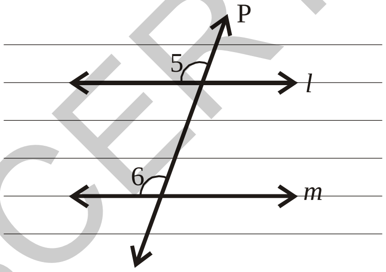
రూళ్ళ కాగితములను తీసుకొని వాటిపై 'l' మరియు 'm' రేఖలను గీచి వాటికి 'p' అను తిర్యగ్రేఖను గీయుము. పటములు (i), (ii), (iii) మరియు (iv) లలో చూపబడి ఉన్నట్లు సదృశ కోణాలను గుర్తించండి.



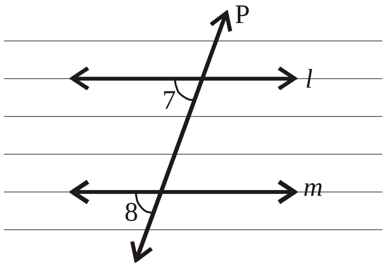
పటం (i)



పటం (ii)



పటం (iii)



పటం (iv)

ఉల్లిపొర కాగితము నుపయోగించి పటము (i) కి నకలుగా l, m మరియు p రేఖలు గీయండి. 'p' వెంబడి ఉల్లిపొర కాగితమును జరుపుతూ 'l', 'm' తో ఏకీభవించునట్లు చేయండి. ఉల్లిపొర కాగితము మీది $\angle 1$ అసలు పటములోని $\angle 2$ తో ఏకీభవించుట మనము గమనించగలము. కావున $\angle 1 = \angle 2$

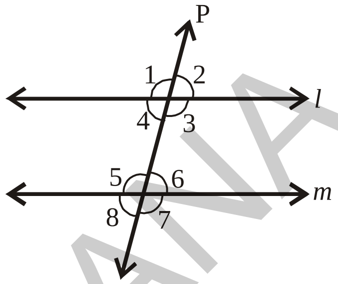
అలాగే మిగిలిన జతలలోని సదృశ కోణాలు కూడా సమానమేనా? ఉల్లిపొర కాగితపు నకలును జరుపుట ద్వారా సరిచూడండి.

SCERT, TELANGANA

You will find that if a pair of parallel lines are intersected by a transversal then the angles in each pair of corresponding angles are equal.

We can use this 'corresponding angles' property to get another result.

In the adjacent figure '*l*' and '*m*' are a pair of parallel lines and 'p' is a transversal.



As all pairs of corresponding angles are equal,

$\angle 1 = \angle 5$

But $\angle 1 = \angle 3$ (vertically opposite angles)

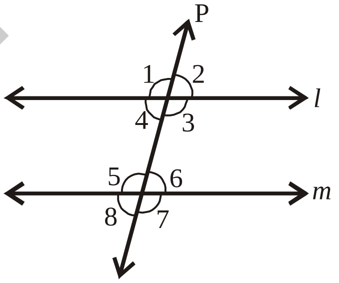
Thus, $\angle 3 = \angle 5$

Similarly, you can show that $\angle 4 = \angle 6$.

Therefore, if a pair of parallel lines are intersected by a transversal then the angles in each pair of alternate interior angles are equal.

Do you find the same result for exterior alternate angles? Try.

Now, we find one more interesting result about interior angles on the same side of the transversal.



In the adjacent figure '*l*' and '*m*' a pair of parallel lines intersected by a transversal '*p*'.

$\angle 3 = \angle 5$ (alternate interior angles)

But $\angle 3 + \angle 4 = 180^0$ (Why?)

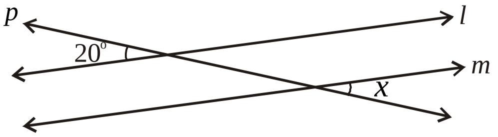
Thus, $\angle 4 + \angle 5 = 180^0$

Similarly $\angle 3 + \angle 6 = 180^0$ (Give reason)

Thus, if a pair of parallel lines are intersected by a transversal then the angles in each pair of interior angles on the same side of the transversal are supplementary.

Example 1 : In the adjacent figure, '*l*' and '*m*' are a pair of parallel lines.

'*p*' is a transversal. Find '*x*'.



Solution : Given $l \parallel m$, p is a transversal.

$\angle x$ and 20^0 are a pair of exterior alternate angles, therefore they are equal.

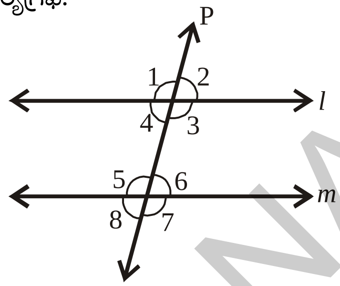
Thus, $\angle x = 20^0$.

SCERT, TELANGANA

రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడు ప్రతి జతయొక్క సదృశ కోణాలు సమానము అని కనుగొంటారు.

సమాంతర రేఖలకు చెందిన సదృశ కోణాల సమానత్వ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి మరియొక ధర్మాన్ని రాబడదాం.

ప్రక్క పటములో 'l' మరియు 'm' అను సమాంతర రేఖల జతకు 'p' అనునది తిర్యగ్రేఖ.



అన్ని జతల సదృశ కోణాలు సమానము కావున,

$\angle 1 = \angle 5$

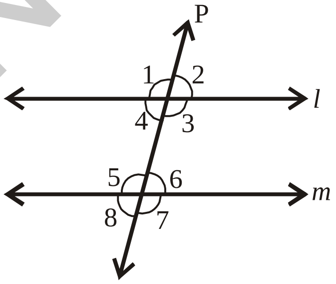
కానీ $\angle 1 = \angle 3$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

కావున $\angle 3 = \angle 5$

అలాగే $\angle 4 = \angle 6$ అని చూపగలం.

కావున రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడు ప్రతి జత ఏకాంతర కోణాలు సమానము.

ఏక బాహ్య కోణాలకు కూడా ఈ సమానత్వ ధర్మము వర్తిస్తుందా? ప్రయత్నించి ఋజువు చేయండి.



ఇపుడు తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల అంతర కోణములకు సంబంధించి మరియొక ఆసక్తి కరమైన అంశాన్ని కనుగొందాం!

ప్రక్క పటములో 'l' మరియు 'm' అను సమాంతర రేఖలను 'p' అను తిర్యగ్రేఖ ఖండిస్తోంది.

$\angle 3 = \angle 5$ (ఏకాంతర కోణాలు)

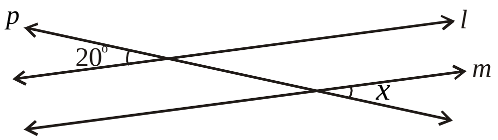
కాని $\angle 3 + \angle 4 = 180^0$ (ఎందుకు?)

కావున $\angle 4 + \angle 5 = 180^0$

అలాగే $\angle 3 + \angle 6 = 180^0$ (కారణమివ్వండి)

కావున రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునగల అంతర కోణాలు సంపూరకాలు.

ఉదాహరణ 1 : ప్రక్క పటములో 'l' మరియు 'm' లు సమాంతర రేఖలు మరియు 'p' ఒక తిర్యగ్రేఖ అయితే '$\angle x$' ను కనుగొనుము.



సాధన : $l \parallel m$ మరియు p ఒక తిర్యగ్రేఖ.

$\angle x$ మరియు 20^0 ఏక బాహ్యకోణాలు. కావున అవి సమానము.

కావున $\angle x = 20^0$.

SCERT, TELANGANA

Do This

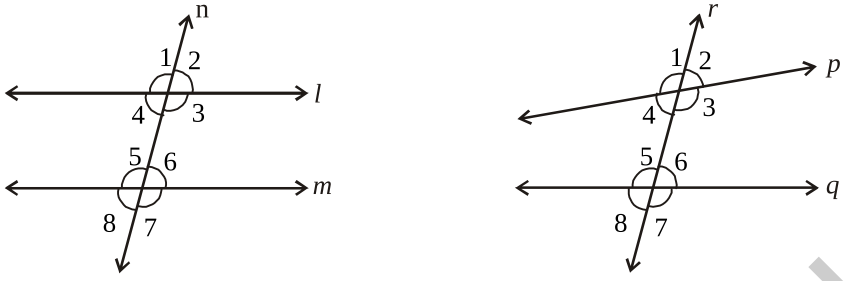


Figure (i) Figure (ii)

Trace the copy of figures (i) and (ii) in your note book. Measure the angles using a protractor and fill the following tables.

Table 1 : Fill the table with the measures of the corresponding angles.

Figure	Pairs of corresponding angles			
	1st pair	2nd pair	3rd pair	4th pair
(i)	∠1=	∠2 = ...	∠3 = ...	∠4 = ...
	∠5 = ...	∠6 = ...	∠7 = ...	∠8 = ...
(ii)	∠1 = ...	∠2 = ...	∠3 = ...	∠4 = ...
	∠5 = ...	∠6 = ...	∠7 = ...	∠8 = ...

Find out in which figure the pairs of corresponding angles are equal.

What can you say about the lines '*l*' and '*m*' ?

What can you say about the lines '*p*' and '*q*' ?

Which pair of lines are parallel?

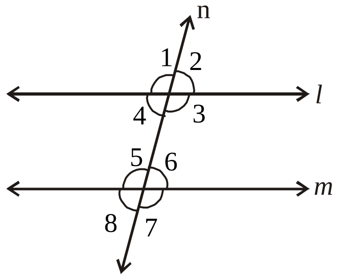
Thus, when a transversal intersects two lines and the pair of corresponding angles are equal then the lines are parallel.

Table 2 : Fill the table with the measures of the interior alternate angles.

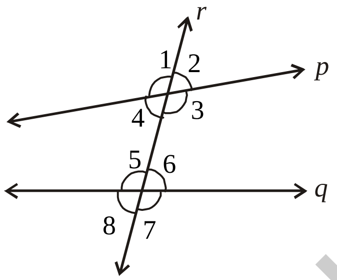
Figure	Pairs of interior alternate angles	
	1st pair	2nd pair
(i)	∠3 = ... ∠5 = ...	∠4 = ... ∠6 = ...
(ii)	∠3 = ... ∠5 = ...	∠4 = ... ∠6 = ...

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి



పటం (i)



పటం (ii)

(i), (ii) పటాలను ఉల్లిపొర కాగితము నుపయోగించి మీ నోటు పుస్తకాలలో నకలు చేయండి. కోణమానినుపయోగించి ఫలితాలను క్రింది పట్టికలలో నింపండి.

పట్టిక 1 : సదృశ కోణాల కొలతలను పట్టికలో పూరించండి.

పటం	సదృశ కోణాల జతలు			
	మొదటి జత	రెండవ జత	మూడవ జత	నాలుగవ జత
(i)	$\angle 1$=	$\angle 2$ = ...	$\angle 3$ = ...	$\angle 4$ = ...
	$\angle 5$ = ...	$\angle 6$ = ...	$\angle 7$ = ...	$\angle 8$ = ...
(ii)	$\angle 1$ = ...	$\angle 2$ = ...	$\angle 3$ = ...	$\angle 4$ = ...
	$\angle 5$ = ...	$\angle 6$ = ...	$\angle 7$ = ...	$\angle 8$ = ...

ఏయే జతల సదృశకోణాలు సమానంగా ఉంటాయో కనుగొనండి.

'l' మరియు 'm' రేఖలను గూర్చి నీవేమి చెప్పగలవు?

'p' మరియు 'q' రేఖలను గూర్చి నీవేమి చెప్పగలవు?

ఏయే రేఖల జతలు సమాంతరాలు?

కావున రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు ఏర్పడు సదృశ కోణాలు సమానమైతే ఆ రెండు రేఖలు సమాంతర రేఖలు.

పట్టిక 2 : మీరు కొలిచిన ఏకాంతర కోణాలను ఈ పట్టికలో పొందుపరచండి.

పటము	ఏకాంతర కోణాల జతలు	
	మొదటి జత	రెండవ జత
(i)	$\angle 3$ = ... $\angle 5$ = ...	$\angle 4$ = ... $\angle 6$ = ...
(ii)	$\angle 3$ = ... $\angle 5$ = ...	$\angle 4$ = ... $\angle 6$ = ...

SCERT, TELANGANA

Find out in which figure the pairs of interior alternate angles are equal?

What can you say about the lines '*l*' and '*m*' ?

What can you say about the lines '*p*' and '*q*'?

Thus, if a pair of lines are intersected by a transversal and the alternate interior angles are equal then the lines are parallel.

Table 3 : Fill the table with the measures of interior angles on the same side of the transversal

Figure	Pairs of interior angles on the same side of the transversal.			
	1st pair		2nd pair	
(i)	$\angle 3=$ .... $\angle 6=$	$\angle 3+\angle 6=$	$\angle 4=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4+\angle 5=$ ....
(ii)	$\angle 3=$ .... $\angle 6=$	$\angle 3+\angle 6=$	$\angle 4=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4+\angle 5=$ ....

In which figure the pairs of interior angles on the same side of the transversal are supplementary (i.e. sum is 180^0)?

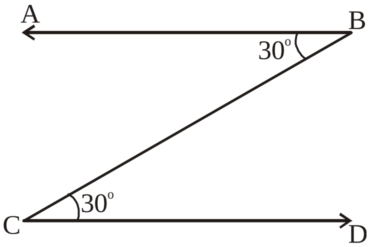
What can you say about the lines '*l*' and '*m*' ?

What can you say about the lines '*p*' and '*q*' ?

Thus, if a pair of lines are intersected by a transversal and the interior angles on the same side of the transversal are supplementary then the lines are parallel.

Example 2 : In the figure given below, two angles are marked as 30^0 each.

Is AB || CD? How?



Solution : The given angles form a pair of interior alternate angles with transversal $\overline{BC}$ and therefore, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.

Exercise - 4.7

1. Fill up the blanks-

   (i) The line which intersects two or more lines at distinct points is called __________

   (ii) If the pair of alternate interior angles are equal then the lines are _____________

SCERT, TELANGANA

పటాలలో ఏ పటంలోని ఏకాంతర కోణాల జత సమానంగా ఉంటాయో కనుగొనండి.

'l' మరియు 'm' రేఖల గూర్చి ఏమి చెప్పగలవు?

'p' మరియు 'q' రేఖల గూర్చి ఏమి చెప్పగలవు?

కాబట్టి రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడు ఏకాంతర కోణాలు సమానమైతే ఆరేఖలు సమాంతర రేఖలు.

పట్టిక 3 : తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునగల అంతర కోణాలను కొలిచి పట్టికలో వ్రాయుము.

పటం	తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపునగల అంతర కోణాల జతలు			
	మొదటి జత		రెండవ జత	
(i)	$\angle 3=$ .... $\angle 6=$	$\angle 3+\angle 6=$	$\angle 4=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4+\angle 5=$ ....
(ii)	$\angle 3=$ .... $\angle 6=$	$\angle 3+\angle 6=$	$\angle 4=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4+\angle 5=$ ....

ఏ పటములోని తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణాల జత సంపూరకాలు? (అనగా వాటి మొత్తము 180^0)

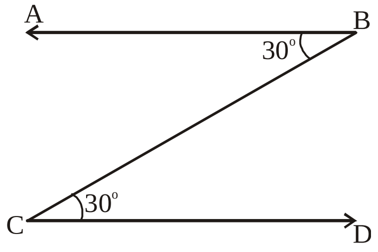
'l' మరియు 'm' రేఖల గూర్చి ఏమి చెప్పగలవు?

'p' మరియు 'q' రేఖల గూర్చి ఏమి చెప్పగలవు?

కావున రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపు గల అంతర కోణాలు సంపూరక కోణాలయితే ఆ రేఖలు సమాంతర రేఖలు.

ఉదాహరణ 2 : కింద ఇవ్వబడిన పటంలో, రెండు కోణాలను ప్రతి ఒకటి 30^0 ఉండేలా గుర్తించబడినవి.

AB||CD అవుతుందా? ఎలా?



సాధన : ఇవ్వబడిన కోణాలు, $\overline{BC}$ తిర్యగ్రేఖతో ఏర్పడిన ఒక జత ఏకాంతర కోణాలు మరియు అవి సమానం.

కావున, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

అభ్యాసం - 4.7

1. కింది ఖాళీలను పూరించండి.
   (i) ఒక రేఖ, రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ రేఖలను విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండిస్తే ఆ రేఖను .... అంటారు.
   (ii) ఒక జత ఏకాంతర కోణాలు సమానమైతే ఆరేఖలు ....

SCERT, TELANGANA

(iii) The sum of interior angles on the same side of the transversal are supplementary then the lines are ___________

(iv) If two lines intersect each other then the number of common points they have _____________.

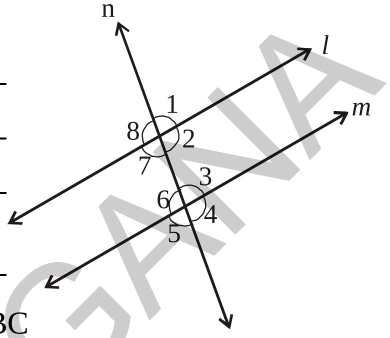
2. In the adjacent figure, the lines '*l*' and '*m*' are parallel and '*n*' is a transversal. Fill in the blanks for all the situations given below-

(i) If $\angle 1 = 80^0$ then $\angle 2$ = ______________

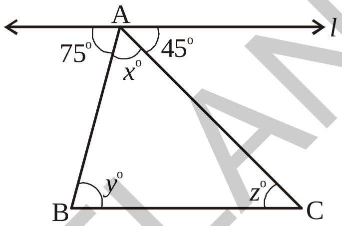
(ii) If $\angle 3 = 45^0$ then $\angle 7$ = ______________

(iii) If $\angle 2 = 90^0$ then $\angle 8$ = ______________

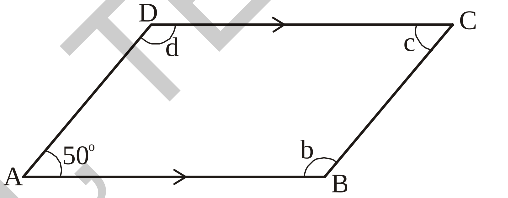
(iv) If $\angle 4 = 100^0$ then $\angle 8$ = ______________



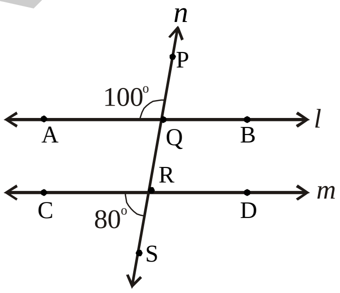
3. Find the measures of x,y and z in the figure, where *l* ll BC



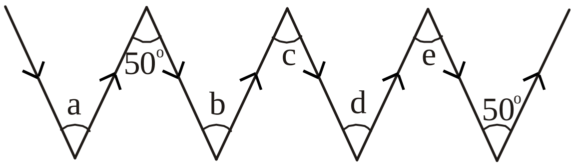
4. ABCD is a quadrilateral in which AB ll DC and AD ll BC. Find $\angle$ b, $\angle$ c and $\angle$ d.



5. In a given figure, '*l*' and '*m*' are intersected by a transversal '*n*'. Is *l* || *m*?



6. Find $\angle$a, $\angle$b, $\angle$c, $\angle$d and $\angle$e in the figure? Give reasons.



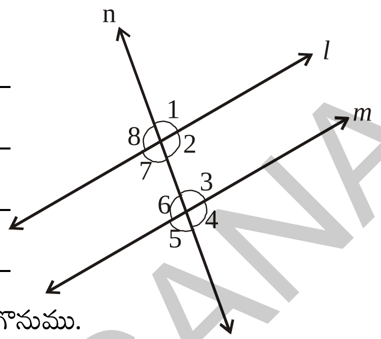
(Note: Two arrow marks pointing in the same direction represent parallel lines.)

SCERT, TELANGANA

(iii) తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణాల మొత్తం సంపూరకాలైతే ఆ రేఖలు ....

(iv) రెండు రేఖలు పరస్పరము ఖండించుకుంటే ఆ రేఖలకు ఉమ్మడి బిందువుల సంఖ్య ....

2. ప్రక్కన చూపబడిన పటంలో 'l' మరియు 'm' లు సమాంతర రేఖలు మరియు 'n' వాటి తిర్యగ్రేఖ. అయితే కింద ఇవ్వబడిన సందర్భాలలో ఖాళీలను పూరించండి.



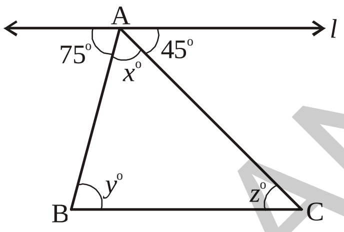
(i) $\angle 1 = 80^0$ అయితే $\angle 2 =$ ______________

(ii) $\angle 3 = 45^0$ అయితే $\angle 7 =$ ______________

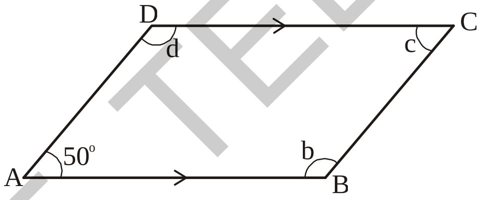
(iii) $\angle 2 = 90^0$ అయితే $\angle 8 =$ ______________

(iv) $\angle 4 = 100^0$ అయితే $\angle 8 =$ ______________

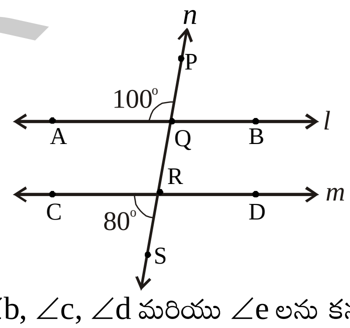
3. ఇవ్వబడిన పటంలో $l \parallel BC$ అయిన x,y, z కోణాల కొలతలను కనుగొనుము.



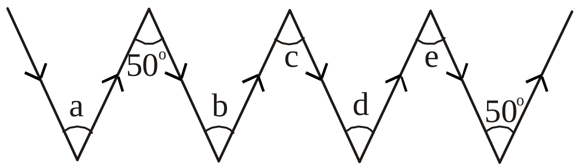
4. ABCD చతుర్భుజములో AB $\parallel$ DC మరియు AD $\parallel$ BC అయినచో $\angle$ b, $\angle$ c మరియు $\angle$ d లను కనుగొనుము.



5. ఇవ్వబడిన పటములో 'l' మరియు 'm' రేఖలకు 'n' తిర్యగ్రేఖ $l \parallel m$ అవునా?



6. కింది పటములో $\angle$a, $\angle$b, $\angle$c, $\angle$d మరియు $\angle$e లను కనుగొనుము. కారణాలను తెలపండి.



(సూచన : రేఖలపై ఒకే దిశలో చూపిన బాణాల గుర్తులు సమాంతర రేఖలను సూచించును).

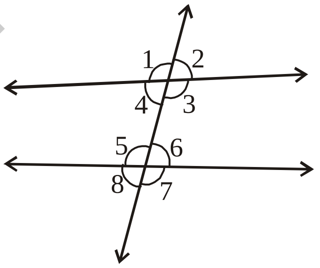
SCERT, TELANGANA

Looking Back

1.(i) If the sum of two angles is equal to 90°, then the angles are called complementary angles.

(ii) Each angle in a pair of complementary angles is acute.

2. (i) If the sum of two angles is equal to 180°, then the angles are called supplementary angles.
   (ii) Each angle in a pair of supplementary angles may be either acute or right or obtuse.
   (iii) Two right angles always supplement to each other.
3. The angles formed on both sides of a common arm and a common vertex are adjacent angles.
4. A pair of complementary angles or a pair of supplementary angles need not be adjacent angles.
5. A pair of angles that are adjacent and supplementary form a linear pair.
6. (i) When two lines intersect each other at a point (vertex), the angles formed opposite to each other are called vertically opposite angles.
   (ii) A pair of vertically opposite angles are always equal in measure
7. (i) A line which intersects two or more lines at distinct points is called a transversal to the lines.
   (ii) A transversal makes eight angles with two lines as shown in the adjacent figure.



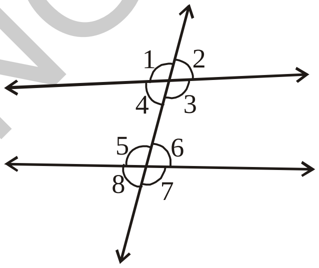
S.No.	Types of angles	No.of Pairs	Angles
1.	Interior angles	—-	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
2.	Exterior angles	—-	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
3.	Vertically opposite angles	4 pairs	$(\angle 1, \angle 3)$; $(\angle 4, \angle 2)$; $(\angle 5, \angle 7)$; $(\angle 8, \angle 6)$
4.	Corresponding angles	4 pairs	$(\angle 1, \angle 5)$; $(\angle 2, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 8)$; $(\angle 3, \angle 7)$
5.	Alternate interior angles	2 pairs	$(\angle 3, \angle 5)$; $(\angle 4, \angle 6)$
6.	Alternate exterior angles	2 pairs	$(\angle 1, \angle 7)$; $(\angle 2, \angle 8)$
7.	Interior angles on the same side of transversal	2 pairs	$(\angle 3, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 5)$

8. When a transversal intersects a pair of parallel lines, the angles in
   (i) Each pair of corresponding angles are equal.
   (ii) Each pair of alternate interior angles are equal.
   (iii) Each pair of alternate exterior angles are equal.
   (iv) Each pair of interior angles on the same side of the transversal are supplementary.

SCERT, TELANGANA

మనం నేర్చుకున్నవి

1. (i) రెండు కోణాల మొత్తము 90^0 అయినచో ఆ కోణాలను పూరక కోణాలు అంటాం.
   (ii) పరిపూరక కోణాలలో ప్రతి కోణము అల్పకోణము.
2. (i) రెండు కోణాల మొత్తము 180^0 అయినచో ఆ కోణాలను సంపూరక కోణాలు అంటాం.
   (ii) పూరక కోణాలలో ప్రతి కోణము అల్పకోణములేదా లంబకోణం లేదా అధిక కోణం అగును.
   (iii) రెండు లంబకోణాలు ఎల్లప్పుడు పరస్పర సంపూరకాలు.
3. ఉమ్మడి శీర్షము కలిగి ఉమ్మడి భుజానికి ఇరువైపులా గల కోణాలను ఆసన్న కోణాలు అంటాం.
4. పూరక కోణాలు గానీ, సంపూరక కోణాలు గానీ ఆసన్న కోణాలు కానవసరములేదు.
5. ఒక జత ఆసన్నకోణాలు సంపూరకాలయితే వానిని రేఖీయ ద్వయము అంటాం.
6. (i) రెండు రేఖలు ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటే ఖండన బిందువు వద్ద ఏర్పడు ఎదురెదురు కోణాలను 'శీర్షాభిముఖ కోణాలు' అంటాం.
   (ii) శీర్షాభిముఖ కోణాలు ఎల్లప్పుడూ సమానం.
7. (i) రెండు రేఖలను వేర్వేరు బిందువుల వద్ద ఖండించు రేఖను తిర్యగ్రేఖ అంటాం.
   (ii) పటములో చూపినట్లు రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు 8 కోణాలను ఏర్పరచును.



క్రమ సంఖ్య	కోణాల రకాలు	జతల సంఖ్య	కోణాలు
1.	అంతర కోణాలు	—-	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
2.	బాహ్య కోణాలు	—-	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
3.	శీర్షాభిముఖ కోణాలు	4 జతలు	$(\angle 1, \angle 3)$; $(\angle 4, \angle 2)$; $(\angle 5, \angle 7)$; $(\angle 8, \angle 6)$
4.	సదృశ కోణాలు	4 జతలు	$(\angle 1, \angle 5)$; $(\angle 2, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 8)$; $(\angle 3, \angle 7)$
5.	ఏకాంతర కోణాలు	2 జతలు	$(\angle 3, \angle 5)$; $(\angle 4, \angle 6)$
6.	ఏక బాహ్య కోణాలు	2 జతలు	$(\angle 1, \angle 7)$; $(\angle 2, \angle 8)$
7.	తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల అంతర కోణాలు	2 జతలు	$(\angle 3, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 5)$

8. రెండు సమాంతర రేఖలను తిర్యగ్రేఖచే ఖండించగా ఏర్పడు
   (i) ప్రతి జతలోని సదృశకోణాలు సమానము
   (ii) ప్రతి జత ఏకాంతర కోణ జతలోని కోణాలు సమానము.
   (iii) ప్రతి జత ఏక బాహ్య జతలోని కోణాలు సమానము.
   (iv) తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల అంతర కోణాలు సంపూరకాలు.

SCERT, TELANGANA

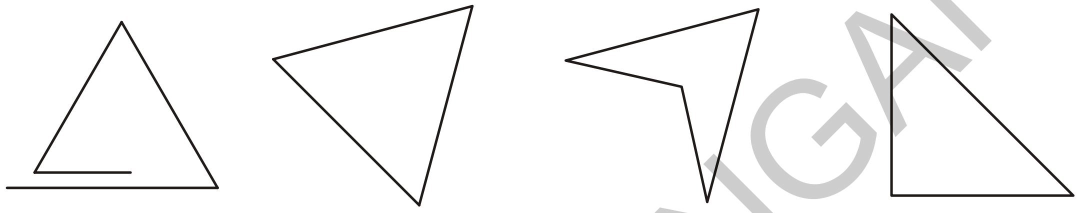
Chapter

5 Triangle and its Properties

W7A2T3

5.0 Introduction

You have learnt about triangles in your previous class. Look at the figures given below. Which of these are triangles?

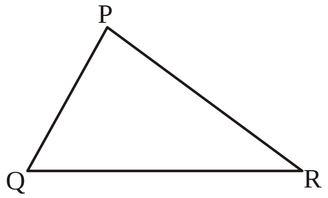


(i) (ii) (iii) (iv)

Discuss with your friends why only some of these figures are triangles.

We know that a triangle is a closed figure made up of three line segments.

Obser ΔPQR in the adjacent figure. It has



(i) Three sides which are $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RP}$

(ii) Three angles which are $\angle RQP$, $\angle QPR$, $\angle PRQ$

(iii) Three vertices which are P, Q, R

The side opposite to vertex P is $\overline{QR}$. Can you name the sides which are opposite to vertices Q and R?

Likewise, the side opposite to $\angle QPR$ is $\overline{QR}$. Can you name the side which is opposite to $\angle RQP$?

Try This

Uma felt that a triangle can be formed with three collinear points. Do you agree? Why?

Draw diagram to justify your answer.

Note: If three or more points lie on the same line, then they are called collinear points.

Note: LM = Length of Line segment of LM ; $\overline{LM}$ = Line segment LM

$\overrightarrow{LM}$ = Ray LM ; $\overleftrightarrow{LM}$ = Line LM

SCERT, TELANGANA

అధ్యాయము

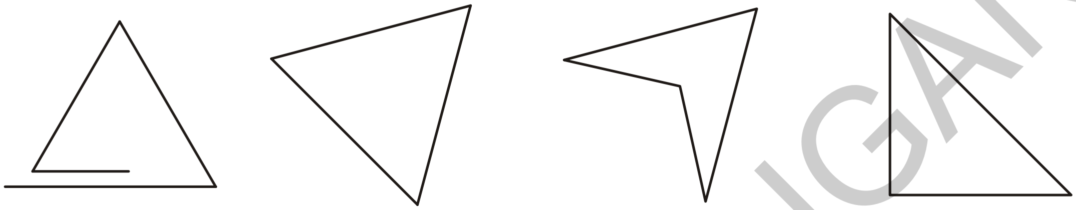
5

త్రిభుజము - ధర్మాలు

G8Y9T3

5.0 పరిచయం

మీరు త్రిభుజాలను గురించి క్రింది తరగతులలో నేర్చుకొన్నారు. కింది పటాలను చూడండి. వీటిలో త్రిభుజాలేవి?

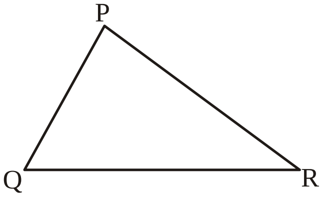


(i) (ii) (iii) (iv)

వీనిలో కొన్ని పటాలు మాత్రమే ఇలా ఎందుకు త్రిభుజాలు అవుతున్నాయో మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సంవృత పటాలనే త్రిభుజాలంటారని మనకు తెలుసు.

ప్రక్క పటములో త్రిభుజము PQR ను పరిశీలించు. దీనిలో



(i) మూడు భుజాలు కలవు. అవి $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RP}$

(ii) మూడు కోణాలు కలవు. అవి $\angle RQP$, $\angle QPR$, $\angle PRQ$

(iii) మూడు శీర్షాలు కలవు. అవి P, Q, R

శీర్షము P కి ఎదుటి భుజము $\overline{QR}$. శీర్షములు Q, R లకు ఎదుటి భుజాలు ఏవో నీవు చెప్పగలవా?

ఇదేవిధంగా, త్రిభుజంలో $\angle QPR$ కోణానికి ఎదురుగా వున్న భుజము $\overline{QR}$. $\angle RQP$ కోణానికి ఎదురుగావున్న భుజమేదో నీవు చెప్పగలవా?

ప్రయత్నించండి

ఉమ ఒక త్రిభుజం మూడు సరేఖీయ బిందువులతో ఏర్పడుతుందని భావిస్తున్నది. నీవు ఉమతో ఏకీభవిస్తావా? ఎందుకు?

పటం గీచి మీ సమాధానం సరైనదని తెలపండి.

సూచన: మూడు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ బిందువులు ఒకే రేఖపై వుంటే, వానిని సరేఖీయ బిందువులు అంటాం.

గమనిక : LM = రేఖా ఖండము LM పొడవు.

$\overline{LM}$ = రేఖా ఖండము LM

$\overrightarrow{LM}$ = కిరణము LM

$\overleftrightarrow{LM}$ = సరళరేఖ LM

SCERT, TELANGANA

5.1 Classification of triangles

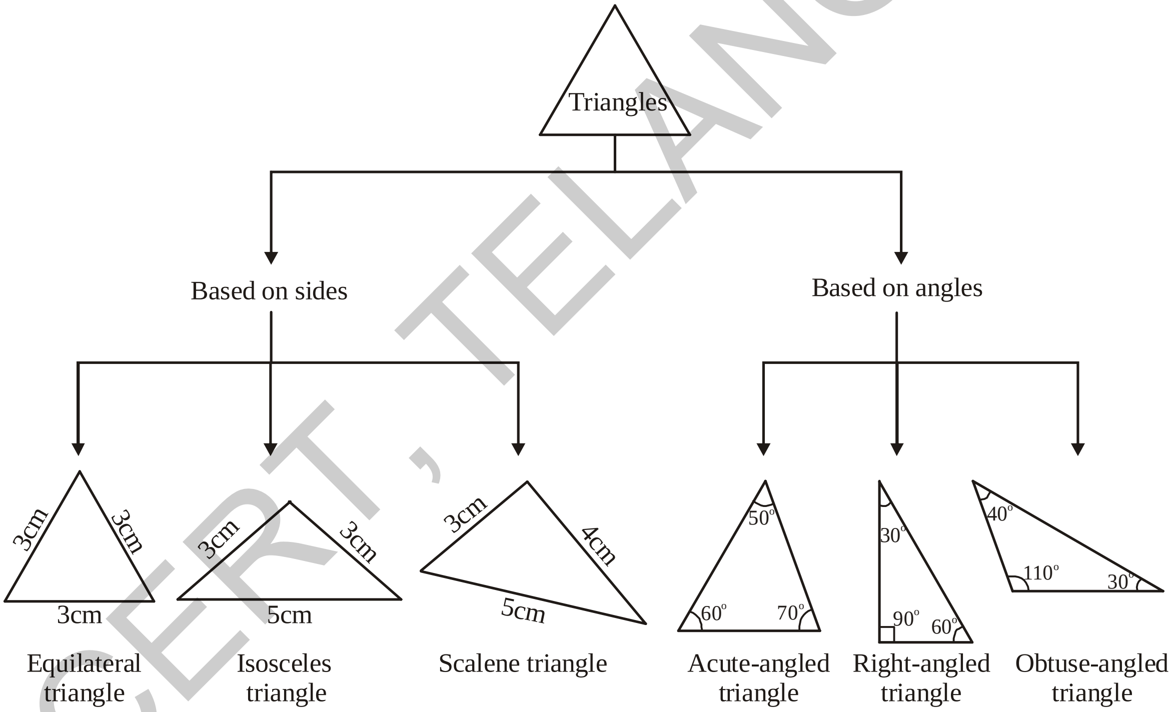
Triangles can be classified based on their sides and angles.

Based on the sides, triangles are classified into three types:

- A triangle having all three sides of equal length is called an Equilateral Triangle.
- A triangle having two sides of equal length is called an Isosceles Triangle.
- If all the three sides of a triangle are of different length, the triangle is called a Scalene Triangle.

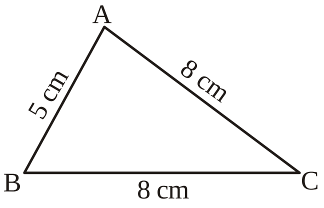
Based on the angles, triangles are again classified into three types:

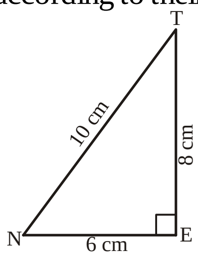
- A triangle whose all angles are acute is called an acute-angled triangle.
- A triangle whose any one of angles is obtuse is called an obtuse-angled triangle.
- A triangle whose any one of angles is a right angle is called a right-angled triangle.

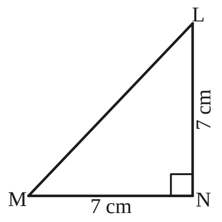


Do This

1. Classify the following triangles according to their (i) sides and (ii) angles.







SCERT, TELANGANA

5.1 త్రిభుజాలు - రకాలు

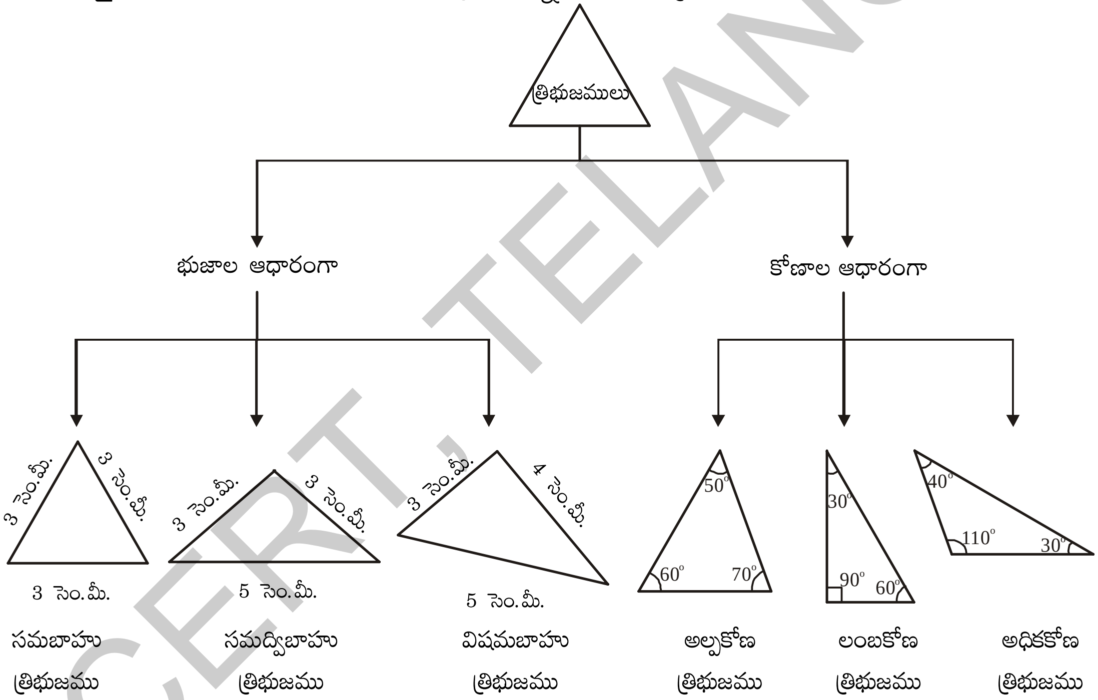
త్రిభుజాలను వాటి భుజాలు మరియు కోణాల ఆధారంగా విభజించవచ్చు.

భుజాల పొడవుల ఆధారంగా త్రిభుజాలు మూడు రకాలుగా విభజించవచ్చు:

- మూడు భుజాల పొడవులు సమానంగా గల త్రిభుజాన్ని **సమబాహు త్రిభుజము** అంటారు.
- ఏవైనా రెండు భుజాల పొడవులు మాత్రమే సమానంగా గల త్రిభుజాన్ని **సమద్విబాహు త్రిభుజము** అంటారు.
- మూడు భుజాల పొడవులు వేరు వేరుగా వున్న త్రిభుజాన్ని **విషమబాహు త్రిభుజము** అంటారు.

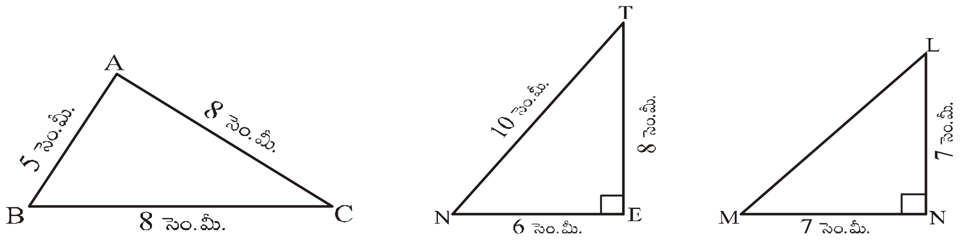
కోణాల ఆధారంగా కూడా త్రిభుజాలు మూడు రకాలుగా విభజించవచ్చు:

- మూడు కోణాలు అల్పకోణాలైన త్రిభుజాన్ని **అల్పకోణ త్రిభుము** అంటారు.
- ఏదైనా ఒక కోణం అధిక కోణంగా గల త్రిభుజాన్ని **అధికకోణ త్రిభుజము** అంటారు.
- ఏదైనా ఒక కోణం లంబకోణంగా గల త్రిభుజాన్ని **లంబకోణ త్రిభుజము** అంటారు.

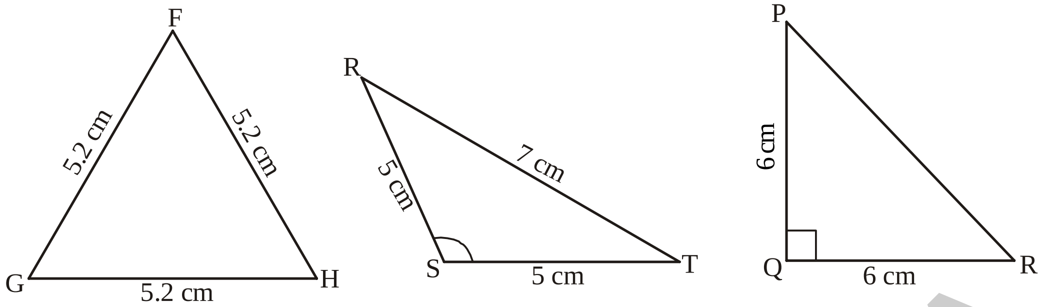


ఇవి చేయండి

1. కింది త్రిభుజాలను భుజాలు మరియు కోణాల ఆధారంగా విభజించుము.



SCERT, TELANGANA



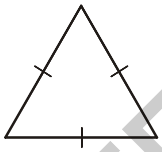
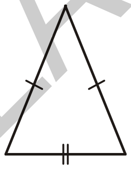
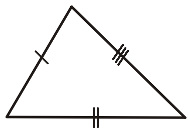
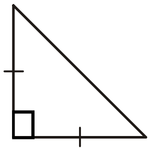
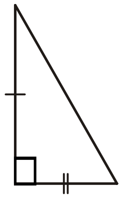
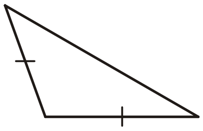
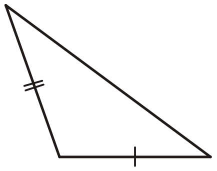
(2) Write the six elements (i.e. the 3 sides and 3 angles) of ΔABC.

(3) Write the side opposite to vertex Q in ΔPQR.

(4) Write the angle opposite to side $\overline{LM}$ in ΔLMN.

(5) Write the vertex opposite to side $\overline{RT}$ in ΔRST.

If we consider triangles in terms of both sides and angles we can have the following types of triangles:

Type of Triangle	Equilaterial	Isosceles	Scalene
Acute-angled			
Right-angled			
Obtuse-angled			

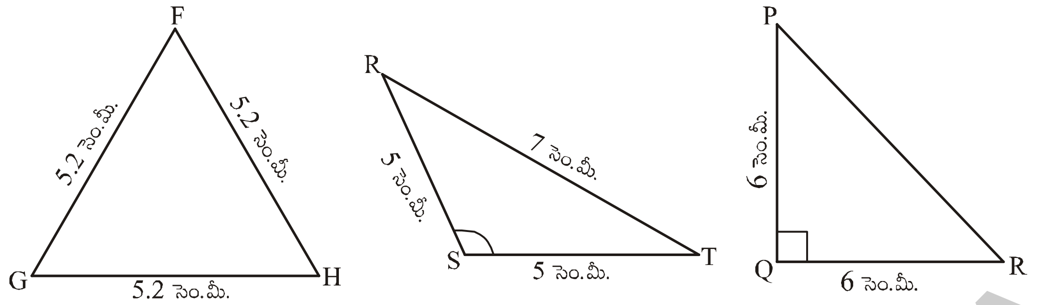
Try This

1. Make paper-cut models of the various types of triangles discussed above. Compare your models with those of your friends.

2. Rashmi claims that no triangle can have more than one right angle. Do you agree with her. Why?

3. Kamal claims that no triangle can have more than two acute angles. Do you agree with him. Why?

SCERT, TELANGANA



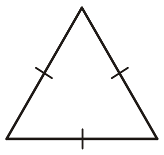
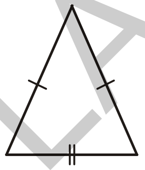
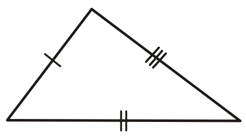
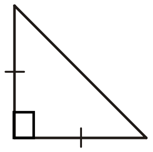
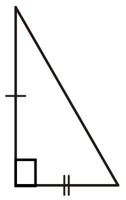
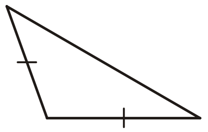
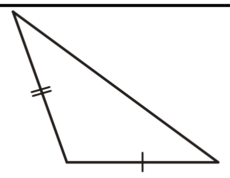
2. ΔABC యొక్క మూడు భుజాలను, మూడు కోణాలను పేర్కొనుము?

3. ΔPQR లో శీర్షము Q కు ఎదురుగా వున్న భుజం ఏది?

4. Δ LMN లో $\overline{LM}$ భుజానికి ఎదురుగా గల కోణం ఏది?

5. ΔRST లో $\overline{RT}$ భుజానికి ఎదురుగా గల శీర్షం ఏది?

త్రిభుజంలోని భుజాలు మరియు కోణాలను బట్టి క్రింది విధంగా వివిధ రకాల త్రిభుజాలను పొందగలము.

త్రిభుజం రకం	సమబాహు	సమద్విబాహు	విషమబాహు
అల్ప కోణము			
లంబ కోణము			
అధిక కోణము			

ప్రయత్నించండి

1. పేపరును పైన చర్చించిన వివిధ రకాల త్రిభుజాలుగా కత్తిరించండి. నీ త్రిభుజాలను నీ మిత్రుని త్రిభుజాలతో పోల్చుము.

2. ఒక త్రిభుజములో ఒకటి కంటే ఎక్కువ లంబకోణాలు వుండవని రష్మి అంటున్నది. రష్మితో నీవు ఏకీభవిస్తావా? ఎందుకు?

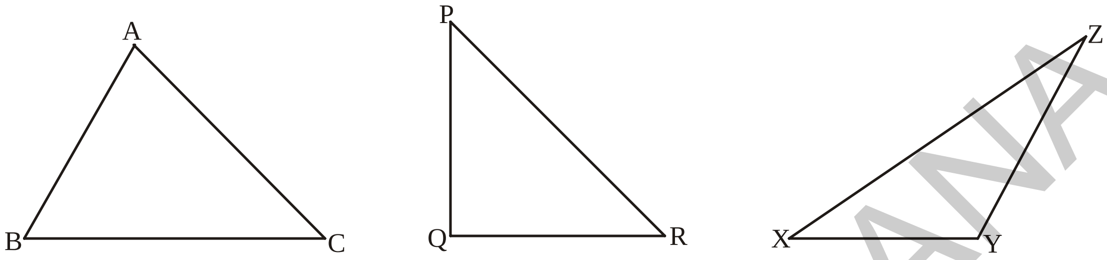
3. రెండు కంటే ఎక్కువ అల్పకోణాలు కలిగిన త్రిభుజాలు వుండవు అని కమల్ అంటున్నాడు. కమల్‌తో నీవు ఏకీభవిస్తావా? ఎందుకు?

SCERT, TELANGANA

5.2 Relationship between the sides of a triangle

5.2.1 Sum of the lengths of two sides of a triangle

Draw any three triangles say ΔABC, ΔPQR and ΔXYZ as given below:



Use your ruler to find the lengths of their sides and tabulate your results as follows:

Name of Δ	Length of sides	Sum of lengths of two sides	Is this true?	Yes/No
ΔABC	CA =	AB+BC =	AB + BC > CA	
	AB =	BC+CA =	BC + CA > AB	
	BC=	CA+AB =	CA + AB > BC	
ΔPQR	RP =	PQ+QR =	PQ + QR > RP	
	PQ =	QR+RP =	QR + RP > PQ	
	QR =	RP+PQ =	RP + PQ > QR	
ΔXYZ	ZX=	XY+YZ =	XY+ YZ > ZX	
	XY=	YZ+ZX =	YZ + ZX > XY	
	YZ	ZX+XY =	ZX + XY > YZ	

We can see that in all the above examples, the sum of the lengths of any two sides of a triangle is greater than the length of the third side.

For eg. In ΔABC, AB + BC > CA

BC + CA > AB

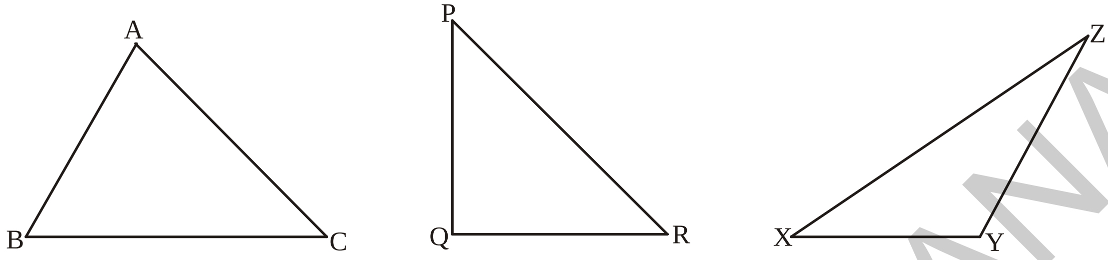
CA + AB > BC

SCERT, TELANGANA

5.2 త్రిభుజ భుజాల మధ్య సంబంధము

5.2.1 త్రిభుజములో రెండు భుజాల పొడవుల మొత్తము

కింది పటములో చూపిన విధంగా ఏవైనా మూడు త్రిభుజాలు ΔABC, ΔPQR మరియు ΔXYZ లను గీయండి.



స్కేలు సహాయముతో పై త్రిభుజాల భుజాల పొడవులను కనుగొని వాని విలువలను క్రింద పట్టికలో పొందు పరచండి.

త్రిభుజము	భుజం పొడవు	రెండు భుజాల పొడవుల మొత్తము	ఇది నిజమేనా?	అవును / కాదు
ΔABC	CA =	AB+BC =	AB + BC > CA	
	AB =	BC+CA =	BC + CA > AB	
	BC=	CA+AB =	CA + AB > BC	
ΔPQR	RP =	PQ+QR =	PQ + QR > RP	
	PQ =	QR+RP =	QR + RP > PQ	
	QR =	RP+PQ =	RP + PQ > QR	
ΔXYZ	ZX=	XY+YZ =	XY+ YZ > ZX	
	XY=	YZ+ZX =	YZ + ZX > XY	
	YZ	ZX+XY =	ZX + XY > YZ	

పై పట్టిక నుంచి ఒక త్రిభుజంలో ఏవైనా రెండు భుజాల పొడవుల మొత్తము మూడవ భుజం పొడవు కంటే ఎక్కువని మనం గమనించవచ్చు.

ఉదాహరణకు ΔABC లో, $AB + BC > CA$

$$BC + CA > AB$$

$$CA + AB > BC$$

SCERT, TELANGANA

5.2.2 Difference between the lengths of two sides of a triangle

Take the same triangles as in the above example and tabulate your results as follows:

Name of Δ	Length of sides	Difference between lengths of two sides	Is this true?	Yes/No
ΔABC	AB =	BC–CA =	BC – CA <AB	
	BC =	CA–AB =	CA – AB <BC	
	CA=	AB–BC =	AB – BC <CA	
ΔPQR	PQ =	QR–RP =	QR – RP <PQ	
	QR =	RP–PQ =	RP – PQ <QR	
	RP =	PQ–QR =	PQ – QR <RP	
ΔXYZ	XY=	YZ–ZX =	YZ – ZX <XY	
	YZ =	ZX–XY =	ZX – XY <YZ	
	ZX =	XY–YZ =	XY – YZ <ZX	

From these observations we can conclude that the difference between the lengths of any two sides of a triangle is less than the length of the third side.

For eg. In ΔABC, $AB - BC < CA$; $BC - AB < CA$

$BC - CA < AB$; $CA - BC < AB$

$CA - AB < BC$; $AB - CA < BC$

Try This

The lengths of two sides of a triangle are 6 cm and 9 cm. Write all the possible lengths of the third side.

Example 1: Can a triangle have sides with lengths 6 cm, 5 cm and 8 cm?

Solution : Let the sides of the triangle be AB = 6 cm

BC = 5 cm

CA = 8 cm

Sum of any two sides i.e, $AB + BC = 6 + 5 = 11 > 8$

$BC + CA = 5 + 8 = 13 > 6$

$CA + AB = 8 + 6 = 14 > 5$

Since, the sum of the lengths of any two sides is greater than the length of the third side. So, the triangle can be constructed using the above given measurements.

SCERT, TELANGANA

5.2.2 త్రిభుజంలో రెండు భుజాల పొడవుల భేదం

పై ఉదాహరణలో పేర్కొన్న త్రిభుజాలనే తీసుకొనుము. వాని భుజాల పొడవులను క్రింది పట్టికలో పొందుపరచండి.

త్రిభుజము	భుజాల పొడవులు	రెండు భుజాల పొడవుల బేధము	ఇది నిజమేనా?	అవును/కాదు
ΔABC	AB =	BC–CA =	BC – CA <AB	
	BC =	CA–AB =	CA – AB <BC	
	CA=	AB–BC =	AB – BC <CA	
ΔPQR	PQ =	QR–RP =	QR – RP <PQ	
	QR =	RP–PQ =	RP – PQ <QR	
	RP =	PQ–QR =	PQ – QR <RP	
ΔXYZ	XY=	YZ–ZX =	YZ – ZX <XY	
	YZ =	ZX–XY =	ZX – XY <YZ	
	ZX =	XY–YZ =	XY – YZ <ZX	

పై పట్టిక నుంచి ఒక త్రిభుజంలో ఏవైనా రెండు భుజాల పొడవుల భేదము మూడవ భుజం పొడవు కంటే తక్కువని నిర్ధారించగలము.

ఉదాహరణకు ΔABC లో $AB - BC < CA$; $BC - AB < CA$

$BC - CA < AB$; $CA - BC < AB$

$CA - AB < BC$; $AB - CA < BC$

ప్రయత్నించండి

ఒక త్రిభుజంలో రెండు భుజాల కొలతలు 6 సెం.మీ మరియు 9 సెం.మీ. అయిన మూడవ భుజం కొలతకు సరిపడు సాధ్యమయ్యే కొలతలన్నింటిని రాయండి.

ఉదాహరణ 1: భుజాల పొడవులు 6 సెం.మీ, 5 సెం.మీ, 8 సెం.మీ గా గల త్రిభుజం ఏర్పడుతుందా?

సాధన : త్రిభుజ భుజాల పొడవులు

AB = 6 సెం.మీ

BC = 5 సెం.మీ

CA = 8 సెం.మీ

ఏవైనా రెండు భుజాల మొత్తం అనగా $AB + BC = 6 + 5 = 11 > 8$

$BC + CA = 5 + 8 = 13 > 6$

$CA + AB = 8 + 6 = 14 > 5$

ఇచ్చుట ఏవైనా రెండు భుజాల మొత్తం మూడవ భుజం కంటే ఎక్కువగా వుంది కనుక పైన తెల్పిన కొలతలతో త్రిభుజం నిర్మించగలము.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 5.1

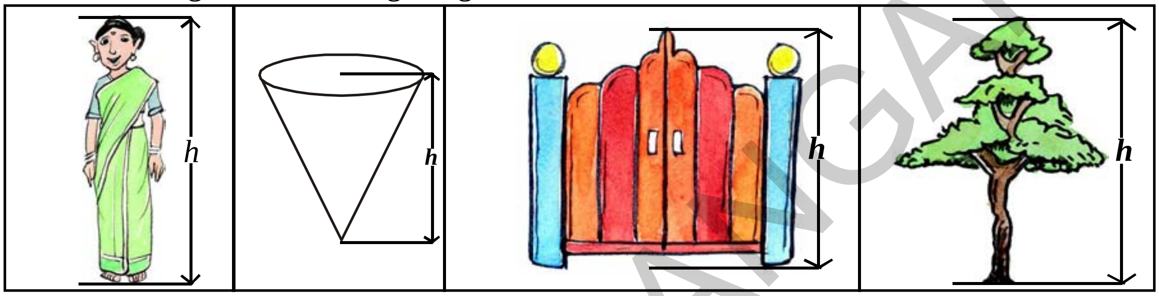
1. Is it possible to have a triangle with the following sides?

(i) 3 cm, 4 cm and 5 cm. (ii) 6 cm, 6 cm and 6 cm.

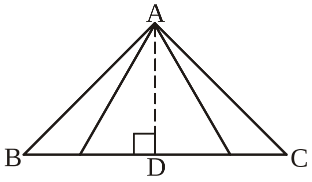
(iii) 4 cm, 4 cm and 8 cm. (iv) 3 cm, 5 cm and 7 cm.

5.3 Altitudes of a triangle

In your daily life you might have come across the word 'height' in different situations. How will you measure the height of different figures given below?



You will measure it from the top point of the object to its base as shown in the figures. Let us use this creteria to measure the height for a triangle.

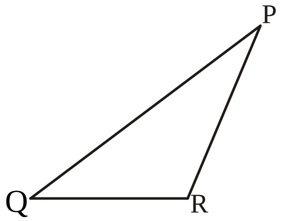


In a given Δ ABC, the height is the distance from vertex A to the base $\overline{BC}$. However, you can think of many line segments from A to $\overline{BC}$. Which among them will represent the height?

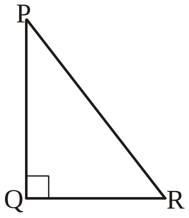
The height is given by length of the line segment that starts from A and is perpendicular to $\overline{BC}$. Thus, the line segment $\overline{AD}$ is the altitude of the triangle and its length is height. An altitude can be drawn from each vertex.

Try This

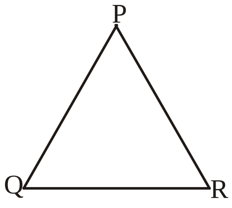
1. (i) Draw altitudes from P to $\overline{QR}$ for the following triangles. Also, draw altitudes from the other two vertices.(you can use set squares if needed)



Obtuse-angled



Right-angled



Acute-angled

(ii) Will an altitude always lie in the interior of a triangle?

(iii) Can you think of a triangle in which the two altitudes of a triangle are two of its sides?

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 5.1

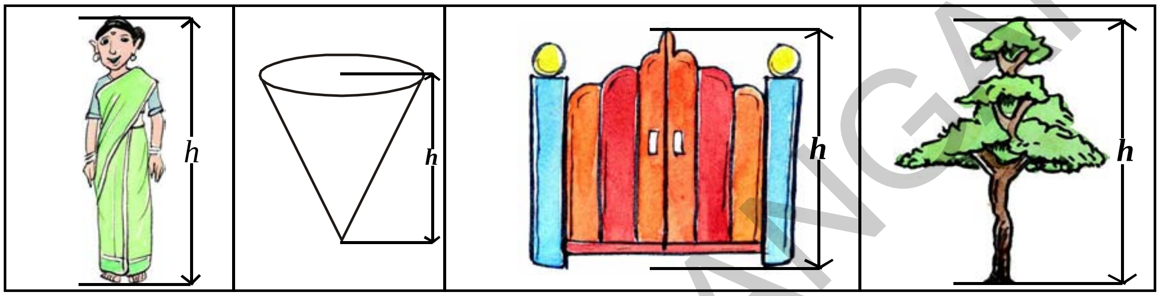
1. ఈ కింది కొలతలు భుజాలుగా కలిగిన త్రిభుజం సాధ్యమా?

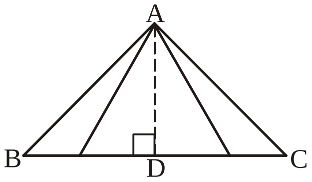
(i) 3 సెం.మీ, 4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ. (ii) 6 సెం.మీ, 6 సెం.మీ, 6 సెం.మీ.

(iii) 4 సెం.మీ, 4 సెం.మీ, 8 సెం.మీ. (iv) 3 సెం.మీ, 5 సెం.మీ, 7 సెం.మీ.

5.3 త్రిభుజము యొక్క ఎత్తులు

మన నిత్య జీవితంలో వివిధ సందర్భాలలో 'ఎత్తు' అనే పదాన్ని ఉపయోగిస్తూ ఉంటాము. క్రింది వివిధ పటాల ఎత్తును ఎలా కనుగొంటావు?





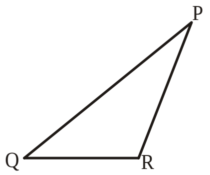
పై పటాల ఎత్తును కనుగొనుటకు పటములలో చూపిన విధంగా పటము యొక్క పై భాగము నుంచి ఆధారము వరకూ గల దూరాన్ని కొలుస్తాము. ఇదే విధానాన్ని త్రిభుజము యొక్క ఎత్తును కనుగొనుటకు కూడా ఉపయోగిస్తాం.

ఇచ్చిన త్రిభుజము ABC లో శీర్షము A నుంచి భూమి $\overline{BC}$ కి గల దూరమునే ఎత్తు అంటాం. అయితే A నుంచి $\overline{BC}$ కి అనేక దూరాలను రేఖాఖండాలుగా మనము ఊహించవచ్చు. వీనిలో ఎత్తును ఏ రేఖా ఖండము తెలియజేస్తుంది?

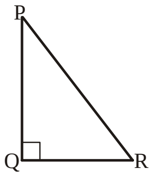
ΔABC లో A నుంచి $\overline{BC}$ కి గీయబడిన లంబమునే ఎత్తు అంటాం. కనుక రేఖాఖండం $\overline{AD}$ ని ఉన్నతి అంటాము మరియు దీని పొడవు ఎత్తు అవుతుంది. ఈ విధమైన ఎత్తులను త్రిభుజంలోని ప్రతి శీర్షం నుంచి ఎదుటి భుజం మీదకు గీయవచ్చు.

ప్రయత్నించండి

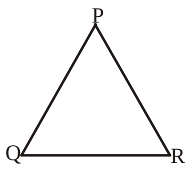
1. (i) కింది త్రిభుజాలలో P నుంచి $\overline{QR}$ కు అదే విధముగా మిగిలిన రెండు శీర్షాల నుంచి కూడా ఎత్తులను నిర్మించుము. (అవసరమైతే మూలమట్టాలు ఉపయోగించుము).



అధిక కోణ త్రిభుజము



లంబకోణ త్రిభుజము



అల్పకోణ త్రిభుజము

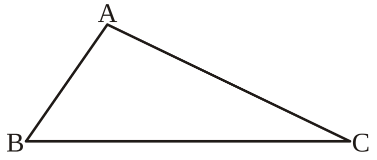
(ii) ఒక త్రిభుజము యొక్క ఎత్తు ఎల్లప్పుడూ దాని అంతరములోనే వుంటుందా?

(iii) ఏ త్రిభుజములో రెండు ఎత్తులు దాని రెండు భుజాలుగా వుంటాయో ఊహించగలవా?

SCERT, TELANGANA

5.4 Medians of a triangle

Make a paper cut out of ΔABC.



Now fold the triangle in such a way that the vertex B falls on vertex C. The line along which the triangle has been folded will intersect side $\overline{BC}$ as shown in Figure 1. The point of intersection is the mid-point of side $\overline{BC}$ which we call D. Join vertex A and this mid-point D (as can be seen in Figure 2).

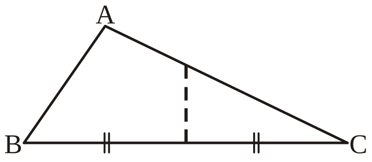


Figure 1

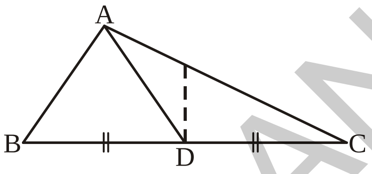
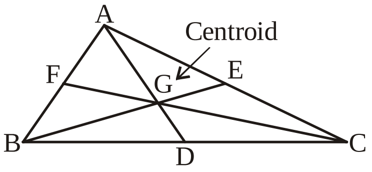


Figure 2

Similarly, fold the triangle in such a way that the vertex A falls on vertex C. The line along which the triangle has been folded will intersect side $\overline{AC}$. The point of intersection is the mid-point of side $\overline{AC}$ which is marked as E. Join vertex B and this mid-point E.

Lastly, fold the triangle in such a way that the vertex A falls on vertex B. The line along which the triangle has been folded will intersect side $\overline{AB}$. The point of intersection of F is the mid-point of side AB. Join vertex C and this mid-point F.

AD, BE and CF are the line segments formed by joining the vertices A, B and C of the triangle to the mid-points of the opposite sides. They are called the medians of the triangle.



You will observe that the three medians intersect each other at a point in the interior of the triangle. This point of concurrency is called the Centroid (G).

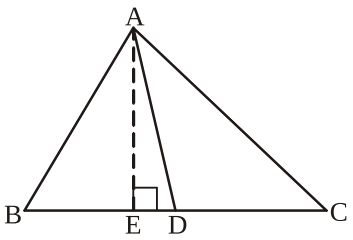
Thus, line segments which join the vertex of the triangle to the mid-point of the opposite side are called medians of the triangle. This point of concurrency of medians is called the Centroid (G).

Try This

Take paper cut outs of right-angled triangles and obtuse-angled triangles and find their centroid.

Exercise - 5.2

1. In ΔABC, D is the midpoint of BC

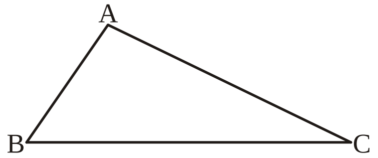


(i) AD is the ____________________

(ii) AE is the ____________________

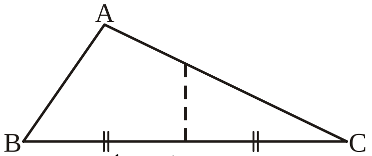
SCERT, TELANGANA

5.4 త్రిభుజము – మధ్యగత రేఖలు

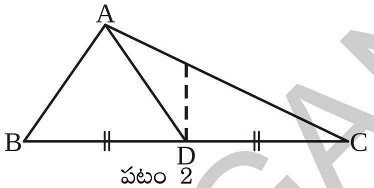


ఒక పేపరు పై త్రిభుజము ABC ని గీచి కత్తిరించుము.

ఇపుడు త్రిభుజము యొక్క B ,C. శీర్షాలు ఒకదానికొకటి ఏకీభవించే విధంగా మడత పెట్టుము. ఈ మడత పటము 1 లో చూపినట్లు BC భుజాన్ని ఖండించును. ఖండన బిందువు BC మధ్య బిందువు అవుతుంది. ఈ బిందువును D గా గుర్తించి A, D లను కలుపుము (2వ పటంలో చూపిన విధంగా).

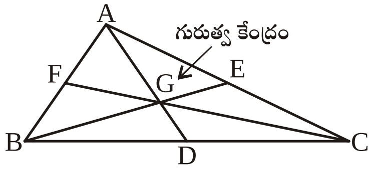


పటం 1



పటం 2

అదే విధంగా త్రిభుజం యొక్క A, C శీర్షాలు ఒకదానికొకటి ఏకీభవించే విధంగా మడత పెట్టాము. ఈ మడత AC భుజాన్ని ఖండించును. ఖండన బిందువు AC మధ్య బిందువు అవుతుంది. ఈ బిందువును E గా గుర్తించి B, E లను కలుపుము. చివరగా త్రిభుజం యొక్క A, B శీర్షాలు ఒకదానికొకటి ఏకీభవించే విధంగా మడత పెట్టాము. ఈ మడత AB భుజాన్ని ఖండించును. ఖండన బిందువు AB మధ్య బిందువు అవుతుంది. ఈ బిందువును F గా గుర్తించి C, F లను కలుపుము.



AD, BE , CF లు వరుసగా శీర్షాలు A, B, C ల నుంచి వాని ఎదుటి భుజాల మధ్యబిందువులను కలుపు రేఖా ఖండాలు. వీనినే త్రిభుజం యొక్క మధ్యగత రేఖలు అంటాము.

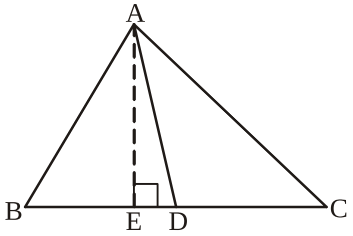
ఒక త్రిభుజంలో మూడు మధ్యగత రేఖలను నిర్మిస్తే అవి పటములో చూపిన విధంగా త్రిభుజం అంతరంలో ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటాయి. ఈ మిళిత బిందువునే గురుత్వ కేంద్రము (G) అంటారు.

ఈ విధంగా త్రిభుజంలో ఒక శీర్షం నుంచి దాని ఎదుటి భుజము యొక్క మధ్య బిందువుకు గీయబడిన రేఖా ఖండమునే మధ్యగత రేఖ అంటాము. ఈ మధ్యగత రేఖల మిళిత బిందువునే గురుత్వ కేంద్రము (G) అంటాము.

ప్రయత్నించండి

లంబకోణ మరియు అధికకోణ త్రిభుజాల ఆకారంలో పేపర్లను కత్తిరించి పైన చెప్పిన విధంగా వాని గురుత్వకేంద్రములను కనుగొనండి.

అభ్యాసం - 5.2



1. ప్రక్కపటము ΔABC లో BC మధ్య బిందువు D అయిన

   (i) AD ని ______________________ అంటాము

   (ii) AE ని ______________________ అంటాము

SCERT, TELANGANA

2. Name the triangle in which the two altitudes of the triangle are two of its sides.

3. Does a median always lie in the interior of the triangle?

4. Does an altitude always lie in the interior of a triangle?

5. (i) Write the side opposite to vertex Y in ΔXYZ.

(ii) Write the angle opposite to side $\overline{PQ}$ in ΔPQR.

(iii) Write the vertex opposite to side $\overline{AC}$ in ΔABC.

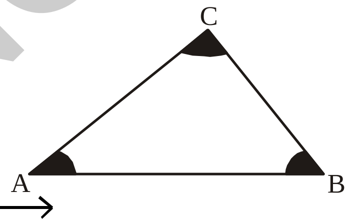
5.5 Properties of triangles

5.5.1 Angle-sum property of a triangle

Let us learn about this property through the following four activities

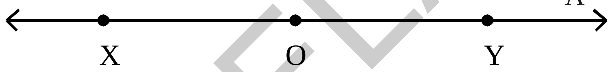
Activity 1

1. On a white sheet of paper, draw a triangle ABC. Using colour pencils mark its angles as shown.

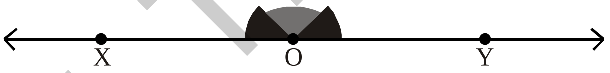


2. Using scissors, cut out the three angular regions.

3. Draw a line XY and mark a point 'O' on it.



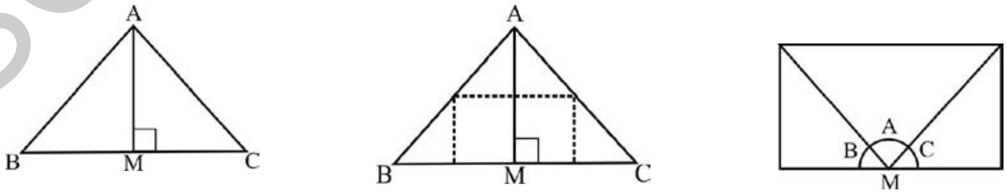
4. Paste the three angular cut outs adjacent to each other to form one angle at 'O' as shown in the figure below.



You will find that three angles now constitute a straight angle. Thus, the sum of the measures of angles of a triangle is equal to 180°.

Activity 2

Take a piece of paper and cut out a triangle, say ABC. Draw the altitude AM by folding ΔABC. Now, fold the three corners such that all the vertices A, B and C touch at M as shown in the following figures.



(i) (ii) (iii)

You will see that all the three angles A, B and C form a straight line and thus $\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$.

SCERT, TELANGANA

2. ఏ రకమైన త్రిభుజంలో దాని రెండు భుజాలే రెండు ఎత్తులుగా వుంటాయి.

3. ఒక త్రిభుజం యొక్క మధ్యగత రేఖ ఎల్లపుడూ ఆ త్రిభుజం యొక్క అంతరములోనే వుంటుందా?

4. ఒక త్రిభుజములో ఎత్తు ఎల్లపుడూ ఆ త్రిభుజం యొక్క అంతరములోనే వుంటుందా?

5. (i) ΔXYZ లో శీర్షము Y కి ఎదురుగా గల భుజంను రాయండి.

(ii) ΔPQR లో భుజం PQ కు ఎదురుగా గల కోణంను రాయండి.

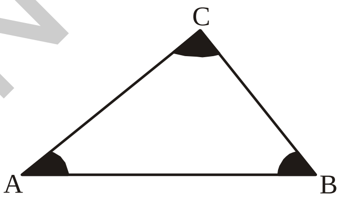
(iii) ΔABC లో AC భుజానికి ఎదురుగా గల శీర్షంను రాయండి.

5.5 త్రిభుజ ధర్మాలు

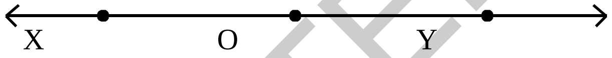
5.5.1 త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తము

క్రింది నాలుగు కృత్యాల ద్వారా త్రిభుజం యొక్క ఈ ధర్మాన్ని గురించి నేర్చుకుందాం.

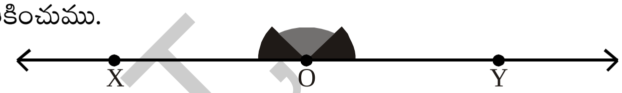
కృత్యం 1



1. ఒక తెల్ల కాగితముపై త్రిభుజము ABC గీచి పటములో చూపిన విధంగా దాని కోణాలకు రంగులు వేయండి.
2. రంగులు వేసిన కోణ భాగాలను కత్తెర సహాయంతో కత్తిరించండి.
3. వేరే కాగితముపై XY రేఖను గీచి దానిమీద ఒకచోట 'O' ను గుర్తించుము.



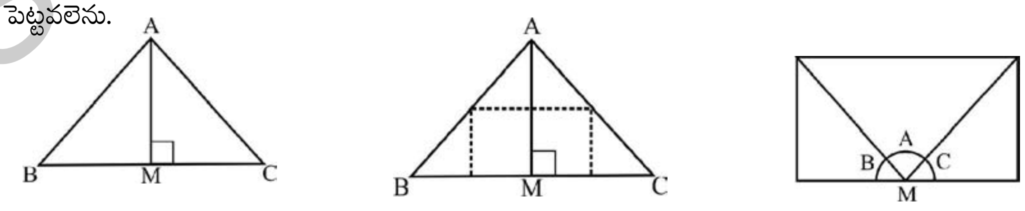
4. కత్తిరించిన మూడు కోణీయ భాగాల శీర్షాలు 'O' వద్ద ఒకే కోణం ఏర్పడే విధంగా క్రింది పటములో చూపిన విధముగా అతికించుము.



ఇలా అతికించినపుడు ఈ మూడూ కలిసి ఒక సరళ కోణంగా ఏర్పడటం మీరు గమనించవచ్చు. కనుక త్రిభుజములోని మూడు కోణాల కొలతల మొత్తం 180°.

కృత్యం 2

ఒక పేపరును తీసుకొని దీని నుంచి త్రిభుజము ABC ని కత్తిరించుము. ABC త్రిభుజాన్ని తగిన విధంగా మడిచి AM ఎత్తును గీయుము. క్రింద చూపబడిన విధంగా మూడు శీర్షాలు A, B, C లు అన్నింటిని M వద్ద కలిసేవిధంగా మడత పెట్టవలెను.



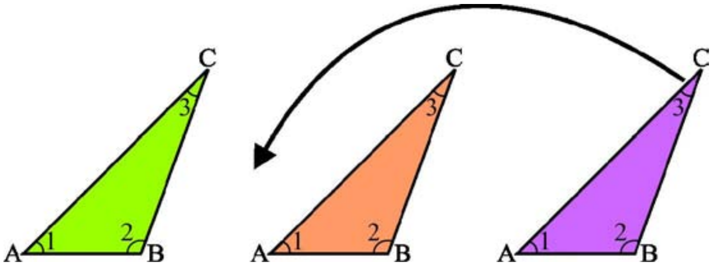
(i) (ii) (iii)

మూడు కోణాలు A, B,C లు కలిసిన ఒక సరళ కోణంగా ఏర్పడటం మీరు గమనించవచ్చు. కనుక $\angle A+\angle B+\angle C=180^o$.

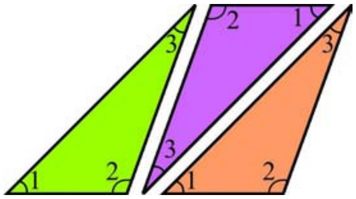
SCERT, TELANGANA

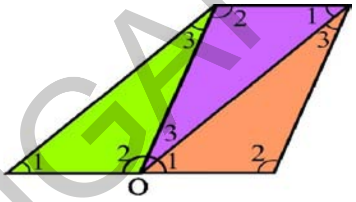
Activity 3

Take three copies of any triangle, say ABC. Mark its angles as 1,2 and 3 as shown below:



Arrange these triangular cut-outs as shown in the following figures.





What do you observe about ∠1+ ∠2 + ∠3 at the point 'O'?

You will observe that three angles form a straight line and so measure 180°.

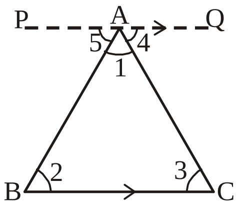
Activity 4

Draw any three triangles, say ΔABC, ΔPQR and ΔXYZ in your note book. Use your protractor and measure each of the angles of these triangles.

Name of the Triangle	Measure of angles	Sum of the measures of the three angles
ΔABC	∠A =....., ∠B =....., ∠C =.....,	∠A + ∠B + ∠C =
ΔPQR	∠P =....., ∠Q =....., ∠R =.....,	∠P + ∠Q + ∠R =
ΔXYZ	∠X =....., ∠Y =....., ∠Z =.....,	∠X + ∠Y + ∠Z =

Allowing marginal errors in measurements, you will find that the sum of the three angles of a triangle is 180°.

Now, let us observe the proof- "the sum of the angles of a triangle is equal to 180°" through logical argumentation.



Proof of angle-sum property of a triangle:

Statement : The sum of the three angles of a triangle is 180°

Given : A triangle ABC

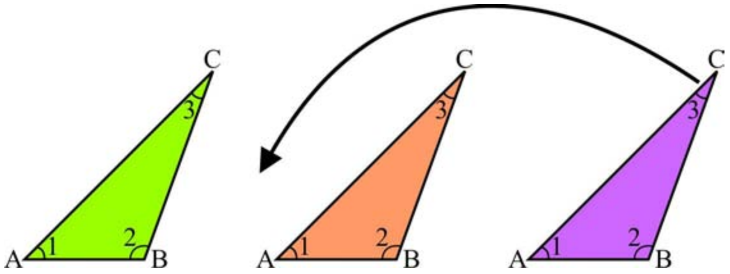
To prove : ∠A + ∠B + ∠C = 180°

Construction : Through A draw a line segment PQ parallel to BC.

SCERT, TELANGANA

కృత్యం 3

ఒక త్రిభుజం ABC యొక్క మూడు నమూనాలను తీసుకొనుము. వాని కోణాలకు పటములో చూపిన విధంగా 1,2,3 లను గుర్తించుము.



ఈ మూడు నమూనాలను ప్రక్క పటములో చూపిన విధంగా అమర్చుము.

బిందువు 'O' వద్ద గల $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ గురించి నీవేమి చెప్పగలవు?

ఈ మూడు కలసి ఒక సరళకోణంగా ఏర్పడడం మీరు గమనించవచ్చు. కనుక త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180°.

కృత్యం 4

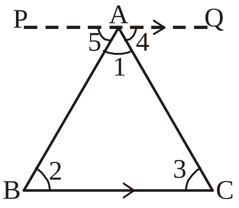
నీ నోట్‌బుక్‌లో ఏవేని మూడు త్రిభుజాలు ΔABC, ΔPQR , ΔXYZ లను గీయుము. ఈ త్రిభుజాల కోణాల కొలతలను కోణమాని సహాయంతో కనుగొనుము. ఫలితాలను క్రింది పట్టికలో పొందుపరుచుము.

త్రిభుజము	కోణాల కొలతలు	కోణాల మొత్తం
ΔABC	$\angle A$ =....., $\angle B$ =....., $\angle C$ =.....,	$\angle A + \angle B + \angle C =$
ΔPQR	$\angle P$ =....., $\angle Q$ =....., $\angle R$ =.....,	$\angle P + \angle Q + \angle R =$
ΔXYZ	$\angle X$ =....., $\angle Y$ =....., $\angle Z$ =.....,	$\angle X + \angle Y + \angle Z =$

కోణాలను కొలిచేటపుడు కొలతలలో ఏర్పడే చిన్న చిన్న దోషాలను పరిగణలోనికి తీసుకోకుంటే త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180^oగా పొందవచ్చు.

ఇపుడు "త్రిభుజములోని మూడు కోణాల మొత్తము 180°" యొక్క తార్కిక నిరూపణను పరిశీలిద్దాం.

త్రిభుజములోని మూడు కోణాల మొత్తం 180° అని నిరూపించుట :



సామాన్య వివరణ : త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180°

దత్తాంశము : ABC ఒక త్రిభుజము

సారాంశము : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$

నిర్మాణము : BC కి సమాంతరంగా A గుండా PQ రేఖాఖండం నిర్మించుము.

SCERT, TELANGANA

Proof :

Mark the angles with the numbers as indicated in the figure:

$\angle 2 = \angle 5$ (alternate interior angles)

$\angle 3 = \angle 4$ (alternate interior angles)

$\angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 4$ (adding above two equations)

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 5 + \angle 4$ (adding $\angle 1$ to both sides)

But $\angle 1 + \angle 5 + \angle 4 = 180^o$ (angles forming a straight line)

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^o$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^o$.

Thus, the sum of the three angles of a triangle is 180°.

Example 1: In ΔABC, $\angle A = 30^o$, $\angle B = 45^o$, find $\angle C$.

Solution : In ΔABC, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (angle-sum property of a triangle)

$30^o + 45^o + \angle C = 180^o$ (substituting given values in question)

$75^o + \angle C = 180^o$

$\angle C = 180^o - 75^o$

$\therefore \angle C = 105^o$

Example 2 : In ΔABC, if $\angle A = 3\angle B$ and $\angle C = 2\angle B$. Find all the three angles of ΔABC.

Solution : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ [angle-sum property of a triangle]

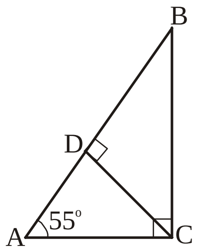
$3\angle B + \angle B + 2\angle B = 180^o$ [$\angle A = 3\angle B$, $\angle C = 2\angle B$]

$6\angle B = 180^o$

Therefore, $\angle B = 30^o$

Thus, $\angle A = 3\angle B = 3 \times 30^o = 90^o$

$\angle C = 2\angle B = 2 \times 30^o = 60^o$



Example 3 : ΔABC is right angled at C, $CD \perp AB$ and $\angle A = 55^o$.

Find (i) $\angle DCA$ (ii) $\angle BCD$ (iii) $\angle ABC$

Solution : In ΔACD,

$\angle CAD + \angle ADC + \angle DCA = 180^o$ (angle-sum property of a triangle)

$55^o + 90^o + \angle DCA = 180^o$ (substituing values given in question)

SCERT, TELANGANA

నిరూపణ (ఉపపత్తి) :

కోణాలను పటములో చూపిన విధంగా అంకెలతో గుర్తించుము.

$\angle 2$	$= \angle 5$	(ఏకాంతర కోణాలు)
$\angle 3$	$= \angle 4$	(ఏకాంతర కోణాలు)
$\angle 2 + \angle 3$	$= \angle 5 + \angle 4$	(పై రెండు సమీకరణాలను కూడటం ద్వారా)
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$	$= \angle 1 + \angle 5 + \angle 4$	($\angle 1$ ని రెండు వైపులా కూడటం ద్వారా)
$\angle 1 + \angle 5 + \angle 4$	$= 180^o$	(సరళరేఖపై ఏదైనా బిందువు వద్ద కోణము)
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$	$= 180^o$	
$\therefore \angle A + \angle B + \angle C$	$= 180^o$	

$\therefore$ త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180°.

ఉదాహరణ 1 : ΔABC లో $\angle A = 30^o$, $\angle B = 45^o$, అయిన $\angle C$ ను కనుగొనుము.

సాధన : ΔABC లో $\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (త్రిభుజములోని మూడు కోణాల మొత్తం180°)

$30^o + 45^o + \angle C = 180^o$ (ఇచ్చిన విలువలను ప్రతిక్షేపించగా)

$75^o + \angle C = 180^o$

$\angle C = 180^o - 75^o$

$\therefore \angle C = 105^o$

ఉదాహరణ 2 : ΔABC లో $\angle A = 3\angle B$ మరియు $\angle C = 2\angle B$. అయిన త్రిభుజములోని మూడు కోణాలను కనుగొనుము.

సాధన : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ [త్రిభుజములోని మూడుకోణాల మొత్తం]

$3\angle B + \angle B + 2\angle B = 180^o$ [$\angle A = 3\angle B$, $\angle C = 2\angle B$]

$6\angle B = 180^o$

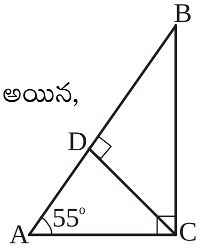
$\angle B = 30^o$

మరియు $\angle A = 3\angle B = 3 \times 30^o = 90^o$

$\angle C = 2\angle B = 2 \times 30^o = 60^o$

ఉదాహరణ 3 : ΔABC లో C వద్ద లంబకోణము కలదు. $CD \perp AB$ మరియు $\angle A = 55^o$ అయిన,

(i) $\angle DCA$ (ii) $\angle BCD$ (iii) $\angle ABC$ లను కనుగొనుము.



సాధన : ΔACD లో

$\angle CAD + \angle ADC + \angle DCA = 180^o$ (త్రిభుజములోని కోణాల మొత్తం 180°)

$\Rightarrow 55^o + 90^o + \angle DCA = 180^o$ (ఇచ్చిన విలువలను ప్రతిక్షేపించగా)

SCERT, TELANGANA

$$145^\circ + \angle DCA = 180^\circ$$

$$\angle DCA = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

Therefore, $\angle DCA = 35^\circ$

(ii) In ΔABC,

$$\angle ACB = 90^\circ$$

Therefore, $\angle DCA + \angle BCD = 90^\circ$ (from the figure $\angle ACB = \angle DCA + \angle BCD$)

$35^\circ + \angle BCD = 90^\circ$ (from (i), $\angle DCA = 35^\circ$)

$$\angle BCD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

(iii) In ΔABC,

$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$ (angle-sum property of a triangle)

$\angle ABC + 90^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ (given)

$$\angle ABC + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 145^\circ$$

Therefore, $\angle ABC = 35^\circ$

Example 4 : The angles of a triangle are in the ratio 2 : 3 : 4. Find the angles.

Solution : The given ratio between the angles of the triangle = 2 : 3 : 4

Sum of the terms of the ratio = 2 + 3 + 4 = 9

Sum of the angles of a triangle = 180°

Therefore, 1st angle $= \frac{2}{9} \times 180^\circ = 40^\circ$

2nd angle $= \frac{3}{9} \times 180^\circ = 60^\circ$

3rd angle $= \frac{4}{9} \times 180^\circ = 80^\circ$

Thus, the angles of the triangle are 40°, 60° and 80°.

SCERT, TELANGANA

$\Rightarrow \quad 145^o + \angle DCA = 180^o$

$\Rightarrow \quad \angle DCA = 180^o - 145^o = 35^o$

$\therefore \quad \angle DCA = 35^o$

(ii) ΔABC లో

$\angle ACB = 90^o$

$\Rightarrow \quad \angle DCA + \angle BCD = 90^o$ {పటము నుంచి $\angle ACB = \angle DCA + \angle BCD$)

$35^o + \angle BCD = 90^o$ ((i) నుంచి $\angle DCA = 35^o$)

$\angle BCD = 90^o - 35^o = 55^o$

(iii) ΔABC లో

$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^o$ [త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం]

$\angle ABC + 90^o + 55^o = 180^o$ (దత్తాంశము నుంచి)

$\angle ABC + 145^o = 180^o$

$\angle ABC = 180^o - 145^o$

$\therefore \quad \angle ABC = 35^o$

ఉదాహరణ 4 : ఒక త్రిభుజంలో కోణాలు 2 : 3 : 4 నిష్పత్తిలో కలవు. అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనుము.

సాధన : కోణాల నిష్పత్తి = 2 : 3 : 4

నిష్పత్తిలోని పదాల మొత్తము = 2 + 3 + 4 = 9

త్రిభుజంలో కోణాల మొత్తము = 180°

కనుక మొదటి కోణము = $\frac{2}{9} \times 180^o = 40^o$

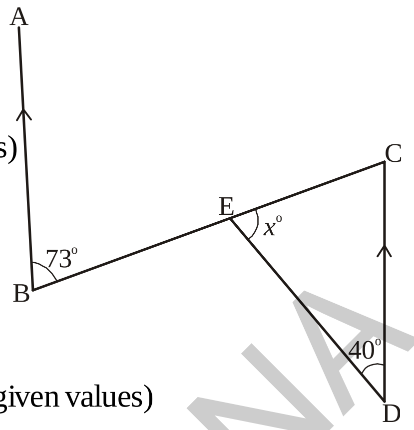
రెండవ కోణము = $\frac{3}{9} \times 180^o = 60^o$

మూడవ కోణము = $\frac{4}{9} \times 180^o = 80^o$

కావున, త్రిభుజములోని కోణాలు = $40^o, 60^o, 80^o$.

SCERT, TELANGANA

Example 5 : Find the value of angle 'x' in the figure.



Solution : $\angle ECD = \angle CBA = 73^o$

(Since AB || CD these two are alternate angles)

In ΔECD,

$\angle DEC + \angle CDE + \angle ECD = 180^o$

(sum of angles in a triangle is 180°)

$x^o + 40^o + 73^o = 180^o$ (substituing given values)

$x^o + 113^o = 180^o$

$x^o = 180^o - 113^o$

$x^o = 67^o$

Example 6 : One angle of ΔABC is 40° and the other two angles are equal. Find the measure (value) of each equal angle.

Solution : Let $\angle C = 40^o$ and $\angle A = \angle B = x^o$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (sum of angles in a triangle is 180°)

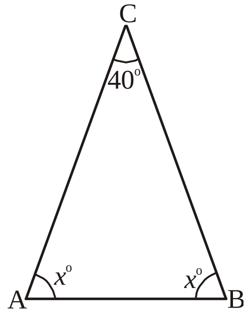
$x^o + x^o + 40^o = 180^o$ (substituing values given in the question)

$2x^o + 40^o = 180^o$

$2x = 180^o - 40^o$

$2x = 140^o$

$x^o = 70^o$



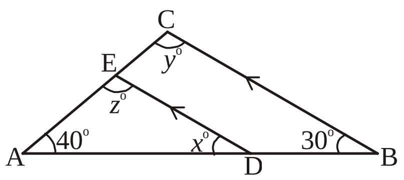
Thus, each equal angle is 70°.

Example 7 : In the figure, D and E are the points on sides AB and AC of ΔABC such that DE || BC. If $\angle B = 30^o$ and $\angle A = 40^o$, find (i) x (ii) y (iii) z

Solution : (i) $\angle EDA = \angle CBA$ (corresponding angles as DE || BC)

Therefore, $x^o = 30^o$

(ii) In ΔABC,



$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (sum of angles in a triangle is 180°)

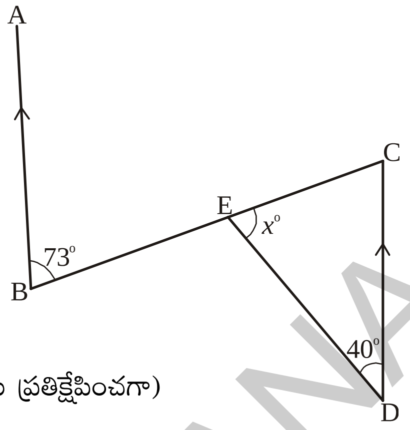
$40^o + 30^o + y^o = 180^o$ (substituting given values)

$70^o + y^o = 180^o$

$\therefore y^o = 180^o - 70^o = 110^o$

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 5 : ప్రక్క పటంలో కోణము x ను కనుగొనుము



సాధన : $\angle ECD = \angle CBA = 73^o$

(AB || CD కనుక ఈ రెండూ ఏకాంతర కోణాలు)

ΔECD లో

$\angle DEC + \angle CDE + \angle ECD = 180^o$

(త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180°)

$x^o + 40^o + 73^o = 180^o$ (దత్తాంశంలోని విలువలు ప్రతిక్షేపించగా)

$x^o + 113^o = 180^o$

$x^o = 180^o - 113^o$

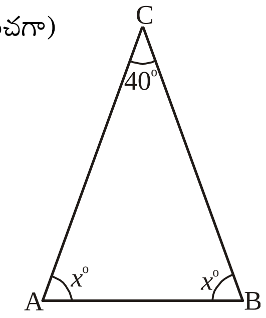
$x^o = 67^o$

ఉదాహరణ 6 : ΔABC లో ఒక కోణము 40° మరియు మిగిలిన రెండు కోణాలు సమానము. అయిన రెండు సమాన కోణాలతో ప్రతి కోణం కొలతను కనుగొనుము.

సాధన : $\angle C = 40^o$ మరియు $\angle A = \angle B = x^o$ అనుకొనుము.

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (త్రిభుజములోని మూడు కోణాల మొత్తం 180°)

$x^o + x^o + 40^o = 180^o$ (దత్తాంశంలోని విలువలు ప్రతిక్షేపించగా)



$2x^o + 40^o = 180^o$

$2x = 180^o - 40^o$

$2x = 140^o$

$x^o = 70^o$

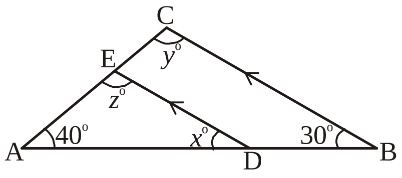
కనుక రెండు సమాన కోణాలలో ప్రతి కోణము 70°

ఉదాహరణ 7 : ప్రక్క పటం ΔABC లో D,E లు వరుసగా AB,AC ల మీద బిందువులు మరియు DE || BC, $\angle B = 30^o$, $\angle A = 40^o$, అయిన (i) x (ii) y (iii) z విలువలను కనుగొనుము.

సాధన : (i) $\angle EDA = \angle CBA$ (DE||BC కనుక ఈ రెండు సదృశ్య కోణాలు)

$\therefore\ x^o = 30^o$

(ii) ΔABC లో



$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (త్రిభుజములోని మూడు కోణాల మొత్తం 180°)

$40^o + 30^o + y^o = 180^o$ (దత్తాంశము)

$70^o + y^o = 180^o$ విలువలను ప్రతిక్షేపించగా

$\therefore\ y^o = 180^o - 70^o = 110^o$

SCERT, TELANGANA

(iii) $y^o = z^o = 110^o$ (corresponding angles since DE || BC)

(OR)

In ΔADE, $\angle A + \angle ADE + \angle AED = 180^o$ (the sum of the three angles of a triangle is 180°)

$$30^o + 40^o + z^o = 180^o$$

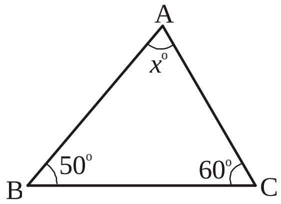
$$70^o + z^o = 180^o$$

$$z^o = 180^o - 70^o$$

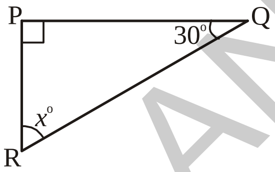
$$z^o = 110^o$$

Exercise - 5.3

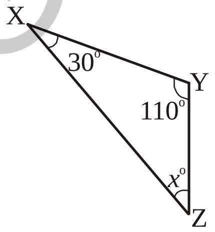
1. Find the value of the unknown 'x' in the following triangles.



(i)

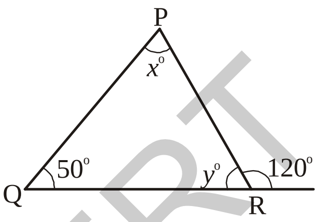


(ii)

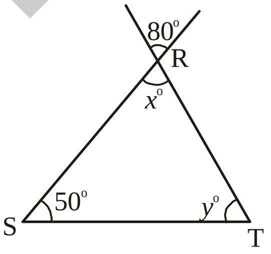


(iii)

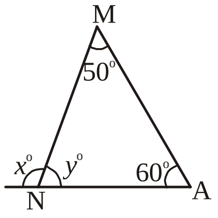
2. Find the values of the unknowns 'x' and 'y' in the following diagrams.



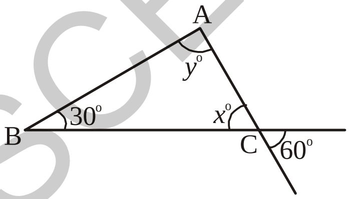
(i)



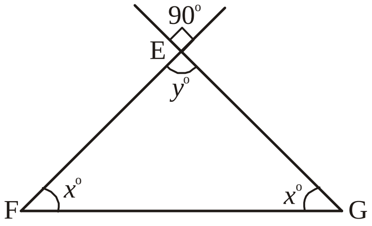
(ii)



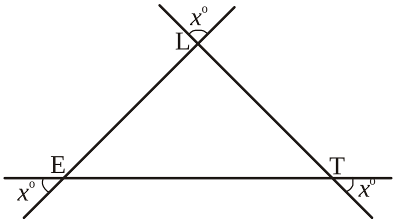
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

3. Find the measure of the third angle of triangles whose two angles are given below:

(i) $38^o, 102^o$ (ii) $116^o, 30^o$ (iii) $40^o, 80^o$

4. In a right-angled triangle, one acute angle is 30°. Find the other acute angle.

SCERT, TELANGANA

(iii) $y^o = z^o = 110^o$ (DE || BC, ఈ రెండు సదృశ్య కోణాలు)

(లేదా)

ΔADE లో, $\angle A + \angle ADE + \angle AED = 180^o$ (త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం)

$$30^o + 40^o + z^o = 180^o$$

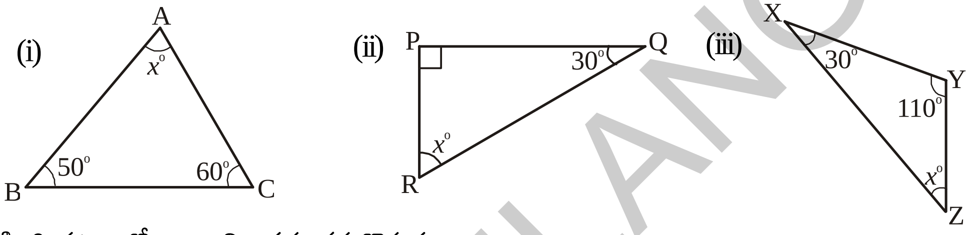
$$70^o + z^o = 180^o$$

$$z^o = 180^o - 70^o$$

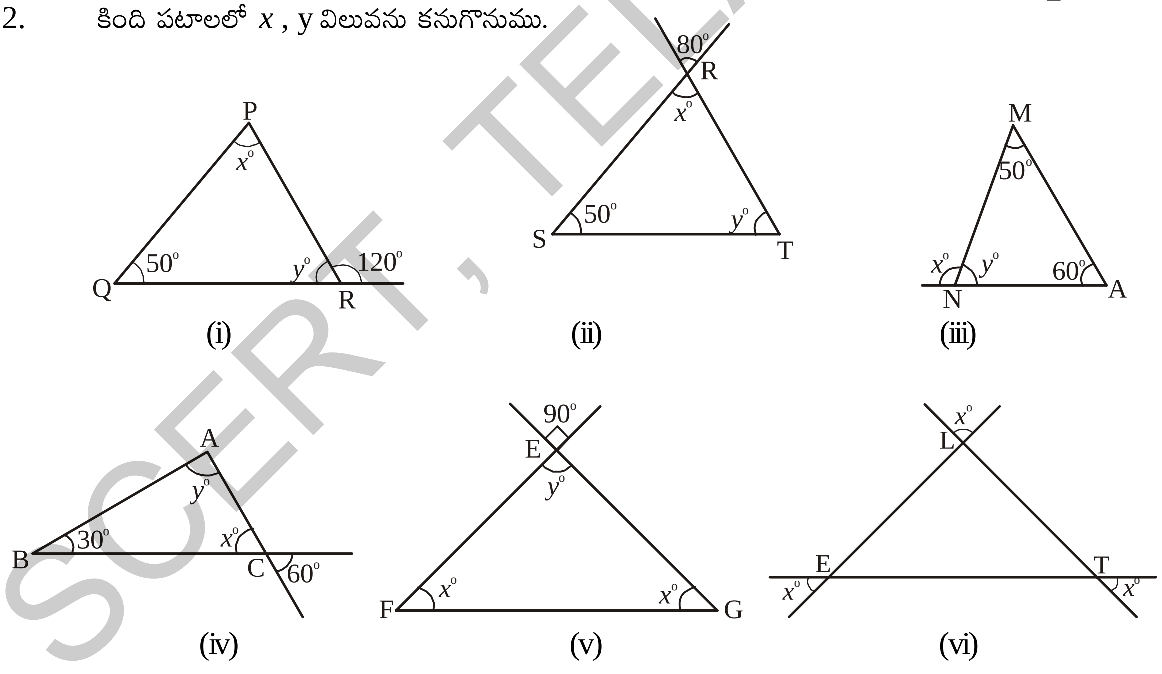
$$z^o = 110^o$$

అభ్యాసం - 5.3

1. కింది త్రిభుజాలలో x^0 విలువను కనుగొనుము.



2. కింది పటాలలో x , y విలువను కనుగొనుము.



3. త్రిభుజాల రెండు కోణాల కొలతలు కింది నీయబడినాయి. మూడవ కోణం కొలతను కనుగొనుము.

(i) $38^o, 102^o$ (ii) $116^o, 30^o$ (iii) $40^o, 80^o$

4. ఒక లంబకోణ త్రిభుజములో ఒక అల్పకోణము 30° అయిన రెండవ అల్పకోణం ఎంత?

SCERT , TELANGANA

5. State true or false for each of the following statements.

(i) A triangle can have two right angles.

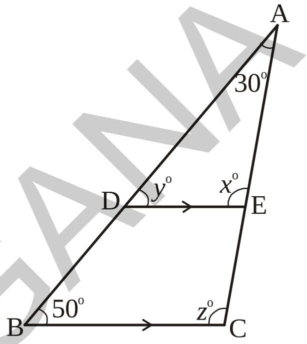
(ii) A triangle can have two acute angles.

(iii) A triangle can have two obtuse angles.

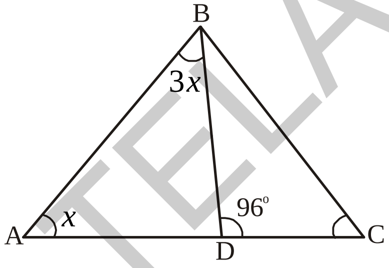
(iv) Each angle of a triangle can be less than 60°.

6. The angles of a triangle are in the ratio 1 : 2 : 3. Find the angles.

7. In the figure, DE||BC, $\angle A = 30^o$ and $\angle B = 50^o$. Find the values of x, y and z.



8. In the figure, $\angle ABD = 3\angle DAB$ and $\angle CDB = 96^o$. Find $\angle ABD$.

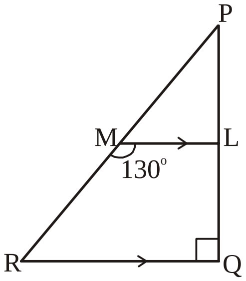


9. In ΔPQR $\angle P = 2\angle Q$ and $2\angle R = 3\angle Q$, calculate the angles of ΔPQR.

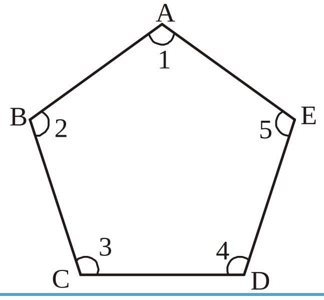
10. If the angles of a triangle are in the ratio 1 : 4 : 5, find the angles.

11. The acute angles of a right triangle are in the ratio 2 : 3. Find the angles of the triangle.

12. In the figure, ΔPQR is right angled at Q, $\overline{ML} \parallel \overline{RQ}$ and $\angle LMR = 130^o$. Find $\angle MPL$, $\angle LMP$ and $\angle QRP$.



13. In Figure ABCDE, find $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$.



SCERT, TELANGANA

5. క్రింది వాక్యాలు సత్యమో, అసత్యమో తెల్పండి.

(i) ఒక త్రిభుజం రెండు లంబ కోణాలను కలిగి వుండవచ్చు.

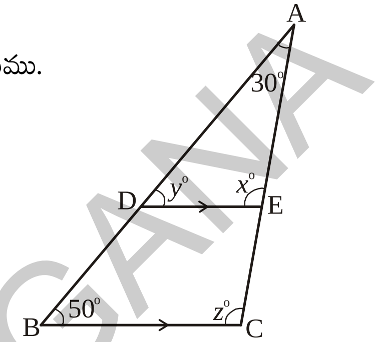
(ii) ఒక త్రిభుజం రెండు అల్ప కోణాలను కలిగి వుండవచ్చు.

(iii) ఒక త్రిభుజం రెండు అధిక కోణాలను కలిగి వుండవచ్చు.

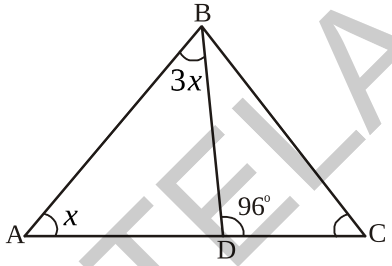
(iv) ఒక త్రిభుజంలోని ప్రతీ కోణము 60° కంటే తక్కువ వుండవచ్చు.

6. ఒక త్రిభుజంలోని కోణాల నిష్పత్తి $1:2:3$ అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనుము.

7. ప్రక్కపటంలో $DE \| BC$, $\angle A = 30^o$, $\angle B = 50^o$ అయిన x, y, z విలువను కనుగొనుము.



8. పక్క పటంలో $\angle ABD = 3\angle DAB$ మరియు $\angle CDB = 96^o$ అయిన $\angle ABD$ ని గణించండి.

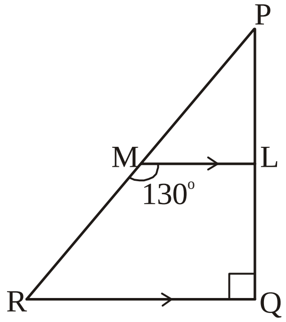


9. ΔPQR లో $\angle P = 2\angle Q$ మరియు $2\angle R = 3\angle Q$, అయిన ΔPQR లోని కోణాలను కనుగొనుము.

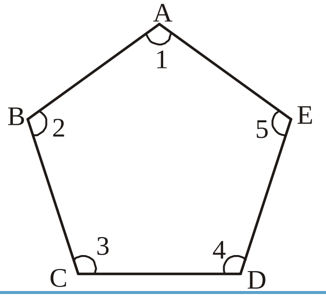
10. ఒక త్రిభుజంలోని కోణాల నిష్పత్తి $1:4:5$ అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనుము

11. ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో రెండు అల్పకోణాలు $2:3$. నిష్పత్తిలో కలవు. అయిన ఆ రెండు అల్పకోణాలను కనుగొనుము.

12. ప్రక్క పటం ΔPQR లో Q వద్ద లంబకోణం కలదు $ML \| RQ$ మరియు $\angle LMR = 130^o$. అయిన $\angle MPL$, $\angle LMP$ మరియు $\angle QRP$ లను కనుగొనుము.



13. క్రింది ABCDE పటంలో $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ విలువను కనుగొనుము.



SCERT, TELANGANA

5.5.2 Exterior angle of a triangle

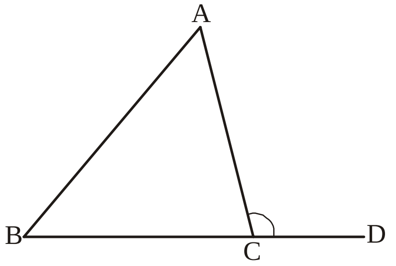


Figure 1

Draw ΔABC and produce one of its sides say BC to a point D as shown in the Figure 1. Observe the $\angle ACD$ formed at point C. This angle lies in the exterior of ΔABC. We call it the exterior angle of ΔABC formed at vertex C.

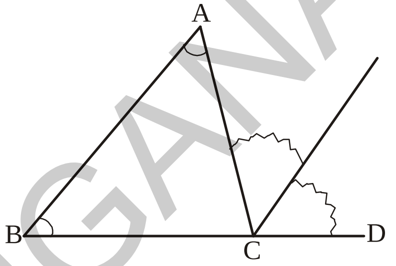


Figure 2

Clearly $\angle BCA$ is an adjacent angle to $\angle ACD$. The remaining two angles of the triangle namely $\angle BAC$ or $\angle A$ and $\angle CBA$ or $\angle B$ are called the two interior opposite angles of $\angle ACD$. Now cut out (or make trace copies of) $\angle A$ and $\angle B$ and place them adjacent to each other as shown in the Figure 2.

Do these two pieces together entirely cover $\angle ACD$?

Can you say that $\angle DCA = \angle A + \angle B$?

From the above activity, we can say that **an exterior angle of a triangle is equal to the sum of two interior opposite angles.**

Do This

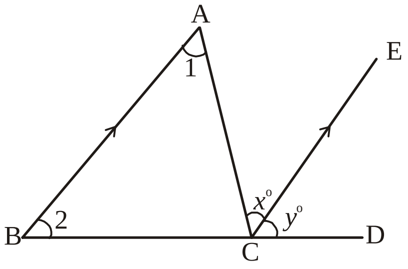
Draw ΔABC and form an exterior $\angle ACD$. Now take a protractor and measure $\angle ACD$, $\angle A$ and $\angle B$.

Find $\angle A + \angle B$ and compare it with the measure $\angle ACD$.

Do you observe that $\angle ACD$ is equal (or nearly equal) to $\angle A + \angle B$?

A logical step- by- step argument can further confirm that the exterior angle of a triangle is equal to the sum of the interior opposite angles.

Statement : An exterior angle of triangle is equal to the sum of its interior opposite angles.



Given : ΔABC with $\angle ACD$ as exterior angle

To prove : $\angle ACD = \angle A + \angle B$

Construction : Through C draw CE parallel to BA

Justification :

$\angle 1 = \angle x$ (BA || CE and AC is transversal therefore, alternate angles are equal)

$\angle 2 = \angle y$ (BA || CE and BD is transversal therefore, corresponding angles are equal)

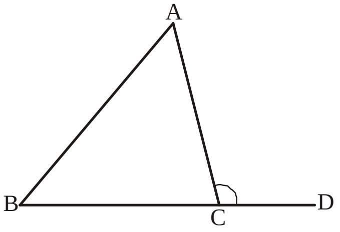
$\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$

$\angle ACD = \angle 1 + \angle 2$

Therefore , $\angle ACD = \angle 1 + \angle 2$ (from the figure $\angle x + \angle y = \angle ACD$)

SCERT, TELANGANA

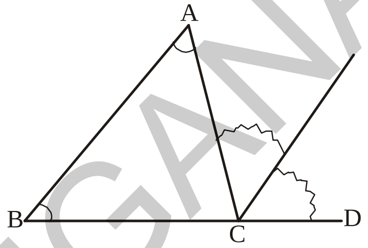
5.5.2 త్రిభుజము – బాహ్యకోణము



పటము (1)

ΔABC త్రిభుజాన్ని గీచి పటము (1) లో చూపిన విధంగా BC భుజాన్ని D వరకు పొడిగించుము. బిందువు C వద్ద ఏర్పడిన $\angle ACD$ ని పరిశీలించుము. ఇది త్రిభుజం యొక్క బాహ్యములో కలదు. కనుక దీనిని C వద్ద త్రిభుజం యొక్క బాహ్యకోణము అంటారు.

పటము (1) నుండి $\angle ACD$ కి $\angle BCA$ ఆసన్న కోణమని గమనించవచ్చు. ఈ కోణములే కాకుండా ABC త్రిభుజములోని మిగిలిన రెండు కోణాలు అనగా $\angle A$ లేదా $\angle BAC$ మరియు $\angle B$ లేదా $\angle CBA$ లను $\angle ACD$. యొక్క అంతరాభిముఖ కోణాలు అంటాము. ఇప్పుడు A,B కోణాలను కత్తిరించి పటము (2) లో చూపిన విధంగా వానిని C వద్ద ఒక దాని ప్రక్కన ఒక దానిని ఉంచుము.



పటము (2)

ఈ రెండు కోణాలు కలసి $\angle ACD$ కోణంతో ఏకీభవించాయా?

అనగా $\angle DCA = \angle A + \angle B$ అని నీవు చెప్పగలవా?

ఈ కృత్యము నుండి **"ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్య కోణము దాని అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానము"**ని మనము చెప్పగలము.

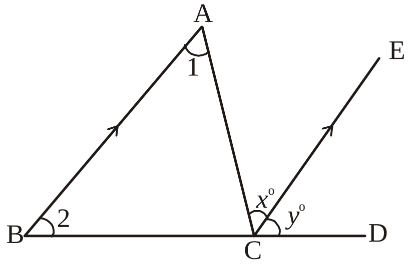
ఇవి చేయండి

త్రిభుజం ABC ని గీచి దానికి C వద్ద $\angle ACD$ బాహ్యకోణమును ఏర్పరుచుము. కోణమాని సహాయంతో $\angle ACD$, $\angle A$, $\angle B$ లను కొలవండి.

$\angle ACD$ అనేది $\angle A + \angle B$ సమానమవుతుందో, లేదో పరిశీలించండి.

ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్య కోణము దాని అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానమని కింది విధంగా తార్కిక సోపానాల ద్వారా నిరూపించవచ్చు.

సామాన్య వివరణ : ఒక త్రిభుజంలోని బాహ్యకోణము దాని అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానం.



దత్తాంశము : ΔABC లో $\angle ACD$ బాహ్యకోణం.

సారాంశము : $\angle ACD = \angle A + \angle B$

నిర్మాణము : C నుంచి BA కు సమాంతరంగా CE ని నిర్మించుము.

నిరూపణ (ఉపపత్తి) :

$\angle 1 = \angle x$ (BA || CE , AC తిర్యగ్రేఖ, కనుక ఏకాంతర కోణాలు సమానం)

$\angle 2 = \angle y$ (BA || CE , BD తిర్యగ్రేఖ కనుక సదృశ్య కోణాలు సమానం)

$\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$

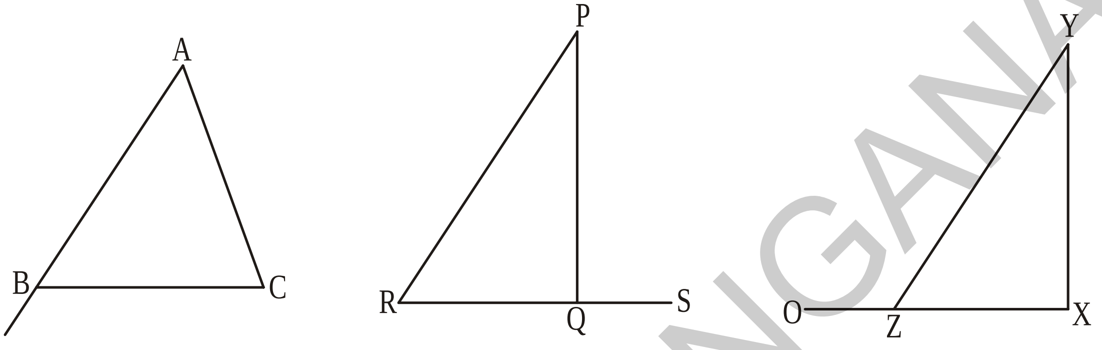
అందువల్ల $\angle ACD = \angle 1 + \angle 2$ (పటం నుంచి $\angle x + \angle y = \angle ACD$)

SCERT TELANGANA

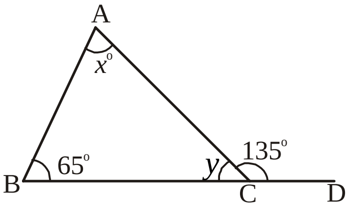
Thus, the exterior angle of a triangle is equal to the sum of the interior opposite angles. This property is called the exterior-angle property of a triangle.

Do This

Copy each of the following triangles. In each case verify that an exterior angle of a triangle is equal to the sum of the two interior opposite angles.



Example 8 : In the figure, find the values of x and y.



Solution : $\angle DCA = \angle CBA + \angle BAC$

(exterior angle property)

$135^o = 65^o + x^o$

$135^o - 65^o = x^o$

Therefore, $x^o = 70^o$

$\angle CBA + \angle ACB + \angle BAC = 180^o$ (angle-sum property of a triangle)

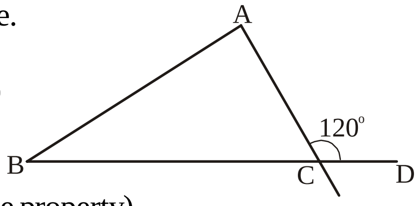
$65^o + y^o + 70^o = 180^o$

$135^o + y^o = 180^o$

$y^o = 180^o - 135^o$

$\therefore \quad y^o = 45^o$

Example 9 : One of the exterior angles of a triangle is 120° and the interior opposite angles are in the ratio 1 : 5. Find the angles of the triangle.



Solution : $\angle DCA = 120^o$ (from the question)

$\angle DCA = \angle A + \angle B$ (exterior angle property)

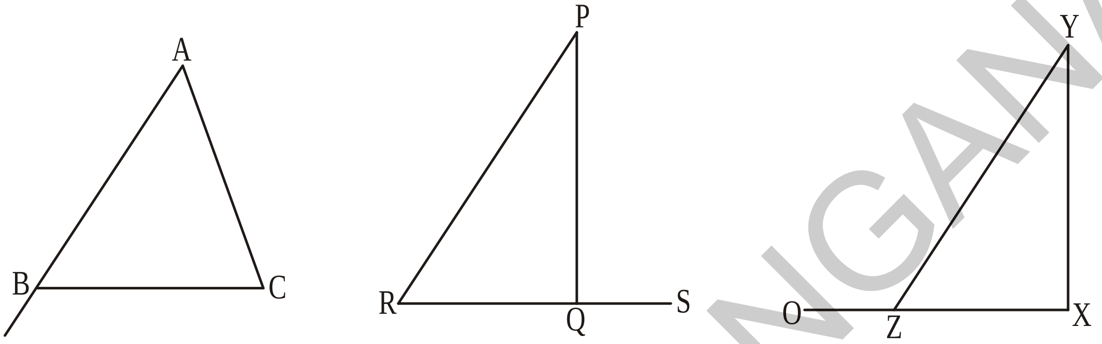
$\angle A + \angle B = 120^o$

SCERT, TELANGANA

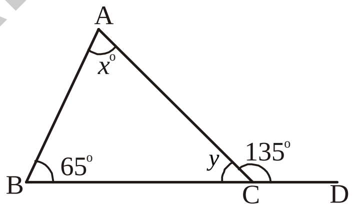
అనగా త్రిభుజంలో ఒక భుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్యకోణం దాని అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానము. దీనిని త్రిభుజం యొక్క బాహ్యకోణ ధర్మం అంటాము.

ఇది చేయండి

క్రింది పటాల నకలు గీయుము. ప్రతీ సందర్భంలో బాహ్యకోణము దాని అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానమవుతుందేమో సరిచూడుము.



ఉదాహరణ 8 : ప్రక్క పటంలో x మరియు y విలువలను కనుగొనుము.



సాధన : $\angle DCA = \angle CBA + \angle BAC$

(బాహ్యకోణం అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానం)

$$135^\circ = 65^\circ + x^\circ$$

$$135^\circ - 65^\circ = x^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 70^\circ$$

మరియు $\angle CBA + \angle BAC + \angle ACB = 180^\circ$ (త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం)

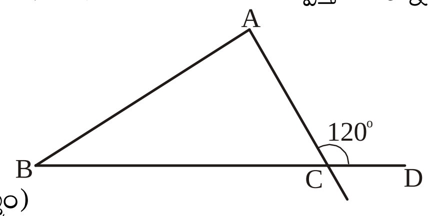
$$65^\circ + 70^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$135^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\therefore y^\circ = 45^\circ$$

ఉదాహరణ 9 : ఒక త్రిభుజంలో ఒక బాహ్యకోణము 120° దాని అంతరాభిముఖ కోణాలు $1 : 5$ నిష్పత్తిలో వున్న త్రిభుజంలోని కోణాలను కనుగొనుము.



సాధన : $\angle DCA = 120^\circ$

$\angle DCA = \angle A + \angle B$ (బాహ్యకోణ ధర్మం)

$\angle A + \angle B = 120^\circ$

SCERT, TELANGANA

$$\angle B : \angle A = 1:5$$

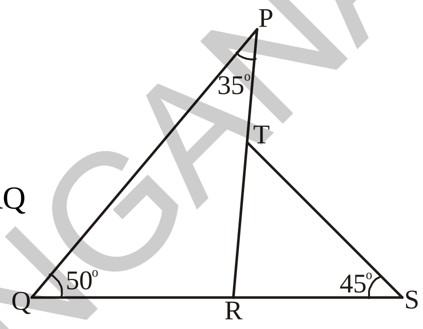
$$\angle B = \frac{1}{6} \times 120^o = 20^o$$

$$\angle A = \frac{5}{6} \times 120^o = 100^o$$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (angle-sum property of a triangle)

$100^o + 20^o + \angle C = 180^o$

Therefore, $\angle C = 180^o - 120^o = 60^o$



Example 10 : In the adjacent figure, find

(i) $\angle SRP$ (ii) $\angle STP$ (iii) $\angle RTS$ (iv) $\angle PRQ$

Solution : (i) In ΔPQR, $\angle PRS$ is the exterior angle and $\angle RQP$ and $\angle QPR$ are the interior opposite angles.

$\therefore \angle PRS = \angle RQP + \angle QPR$ (exterior angle property)

$\angle PRS = 50^o + 35^o = 85^o$

(ii) In ΔRST, $\angle PTS$ is the exterior angle and $\angle SRT$ and $\angle RST$ are the interior opposite angles.

Therefore, $\angle PTS = \angle SRT + \angle TSR$

$\angle PTS = 85^o + 45^o$ ($\angle SRT = \angle PRS = 85^o$)

$\angle PTS = 130^o$

(iii) In Δ RST

$\angle RTS + \angle TSR + \angle SRT = 180^o$ (angle-sum property of a triangle)

$\angle RTS + 45^o + 85^o = 180^o$

$\angle RTS + 130^o = 180^o$

Therefore, $\angle RTS = 180^o - 130^o = 50^o$

(iv) $\angle PRQ + \angle SRP = 180^o$ (liner pair property)

$\angle PRQ + 85^o = 180^o$

$\angle PRQ = 180^o - 85^o$

$\angle PRQ = 95^o$

SCERT, TELANGANA

కానీ $\angle B : \angle A = 1 : 5$

$$\angle B = \frac{1}{6} \times 120^o = 20^o$$

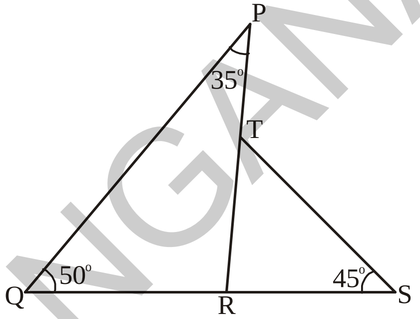
$$\angle A = \frac{5}{6} \times 120^o = 100^o$$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం)

$100^o + 20^o + \angle C = 180^o$

కావున, $\angle C = 180^o - 120^o = 60^o$

ఉదాహరణ 10 : ప్రక్క పటంలో



(i) $\angle SRP$ (ii) $\angle STP$ (iii) $\angle RTS$

(iv) $\angle PRQ$ లను కనుగొనుము.

సాధన : (i) ΔPQR లో $\angle PRS$ బాహ్యకోణం

$\angle RQP$ మరియు $\angle QPR$ లు అంతరాభి ముఖ కోణాలు

$\angle PRS = \angle RQP + \angle QPR$ (బాహ్యకోణ ధర్మం)

$\angle PRS = 50^o + 35^o = 85^o$

(ii) ΔRST లో $\angle PTS$ బాహ్యకోణం మరియు $\angle SRT, \angle RST$ లు అంతరాభిముఖ కోణాలు

$\therefore \angle PTS = \angle SRT + \angle TSR$

$\angle PTS = 85^o + 45^o$ $(\angle SRT = \angle PRS = 85^o)$

$\angle PTS = 130^o$

(iii) ΔRST లో

$\angle RTS + \angle TSR + \angle SRT = 180^o$ (త్రిభుజములోని మూడు కోణాల మొత్తం 180^0)

$\angle RTS + 45^o + 85^o = 180^o$

$\angle RTS + 130^o = 180^o$

$\therefore \angle RTS = 180^o - 130^o = 50^o$

(iv) $\angle PRQ + \angle SRP = 180^o$ (రేఖీయద్వయము)

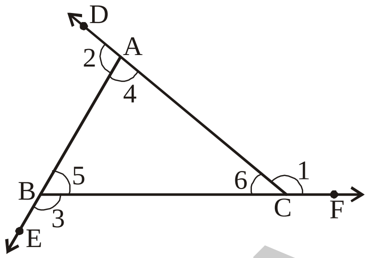
$\angle PRQ + 85^o = 180^o$

$\angle PRQ = 180^o - 85^o$

$\angle PRQ = 95^o$

SCERT, TELANGANA

Example 11 : Show that the sum of the exterior angles of ΔABC is 360°.



Solution : $\angle 2 + \angle 4 = 180^o$ (linear pair)

$\angle 3 + \angle 5 = 180^o$ (linear pair)

$\angle 6 + \angle 1 = 180^o$ (linear pair)

Adding the angles on both sides, we get-

$\angle 2 + \angle 4 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 1 = 180^o + 180^o + 180^o$

$(\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^o$

We know that, $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^o$ (angle-sum property of a triangle)

Therefore, $180^o + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^o$

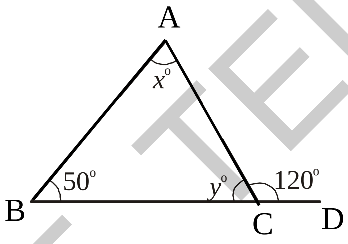
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^o - 180^o$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^o$

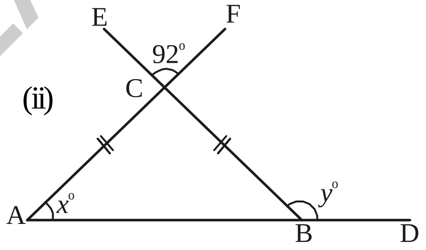
$\therefore$ The sum of the exterior angles of a triangle is 360°.

Example 12 : Find the angles x and y in the following figures.

(i)



(ii)



Solution : (i) $\angle BAC + \angle CBA = \angle ACD$ (exterior angle property)

$x^o + 50^o = 120^o$

$x^o = 120^o - 50^o = 70^o$

$\angle ACB + \angle ACD = 180^o$ (linear pair)

$y^o + 120^o = 180^o$

$y^o = 180^o - 120^o = 60^o$

(ii) $\angle ACB = \angle FCE = 92^o$ (vertically opposite angles)

$\angle BAC = \angle CBA$ (opposite angles of equal sides)

In ΔABC,

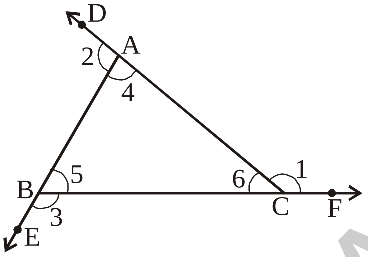
$\angle BAC + \angle CBA + \angle ACB = 180^o$ (angle-sum property)

$x^o + x^o + 92^o = 180^o$

$2x = 180^o - 92^o = 88^o$

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 11 : పటంలో చూపబడిన ΔABC యొక్క బాహ్యకోణాల మొత్తము 360° అని చూపుము.



సాధన : $\angle 2 + \angle 4 = 180^o$ (రేఖీయద్వయము)

$\angle 3 + \angle 5 = 180^o$ (రేఖీయద్వయము)

$\angle 6 + \angle 1 = 180^o$ (రేఖీయద్వయము)

పై వానిని ఇరువైపులా కూడగా

$\angle 2 + \angle 4 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 1 = 180^o + 180^o + 180^o$

$(\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^o$

కానీ $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^o$ అని మనకు తెలుసు (త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం)

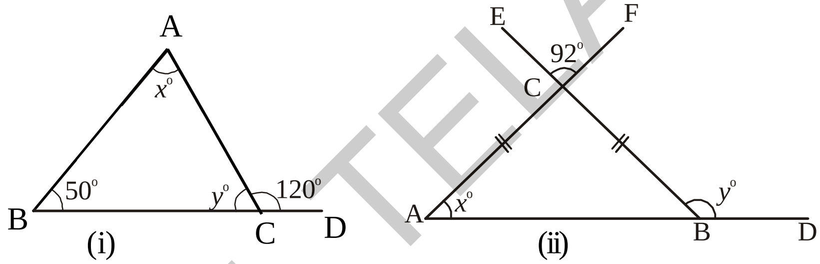
కనుక $180^o + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^o$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^o - 180^o$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^o$

$\therefore$ ఒక త్రిభుజంలోని బాహ్యకోణాల మొత్తము = 360°.

ఉదాహరణ 12 : క్రింది పటాలలో x మరియు y విలువలను కనుగొనుము



సాధన : (i) $\angle BAC + \angle CBA = \angle ACD$ (బాహ్యకోణం ధర్మము)

$x^o + 50^o = 120^o$

$x^o = 120^o - 50^o = 70^o$

$\angle ACB + \angle ACD = 180^o$ (రేఖీయద్వయం)

$y^o + 120^o = 180^o$

$y^o = 180^o - 120^o = 60^o$

(ii) $\angle ACB = \angle FCE = 92^o$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

$\angle BAC = \angle CBA$ (సమాన భుజాలకు ఎదురుగా గల కోణాలు సమానం)

ΔABC లో

$\angle BAC + \angle CBA + \angle ACB = 180^o$ (త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180^0)

$x^o + x^o + 92^o = 180^o$

$2x = 180^o - 92^o = 88^o$

SCERT, TELANGANA

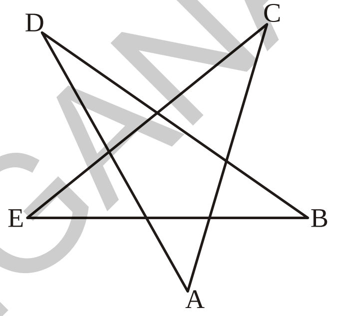
$$\therefore\ x^o = \frac{88}{2} = 44^o$$

Also $\angle CBA + y^o = 180^o$ (linear pair)

$$y^o = 180^o - x^o$$

$$\therefore\ y^o = 180^o - 44^o = 136^o$$

Example 13 : Find the value of $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ of the following figure.



Solution : Mark the angles as shown in the figure.

In ΔGHC, $\angle 3 + \angle 6 + \angle 7 = 180^o$ ....(1)

(angle-sum property of triangle)

In ΔEHB, $\angle 6 = \angle 5 + \angle 2$ ....(2)

In ΔAGD, $\angle 7 = \angle 1 + \angle 4$ ....(3)

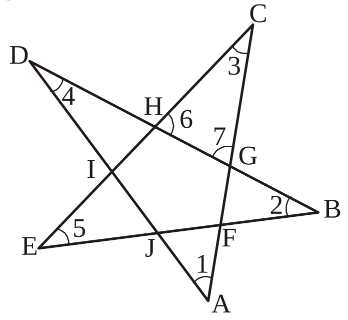
(exterior angle property of a triangle)

Substituting (2) and (3) in (1)

$\Rightarrow \quad \angle 3 + \angle 5 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 4 = 180^o$

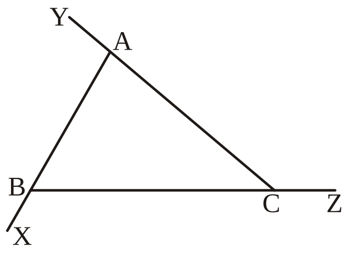
$\Rightarrow \quad \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^o$

Therefore, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^o$

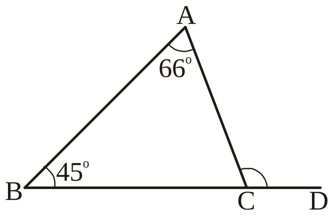


Exercise - 5.4

1. In ΔABC, name all the interior and exterior angles of the triangle.



2. For ΔABC, find the measure of $\angle ACD$.



SCERT, TELANGANA

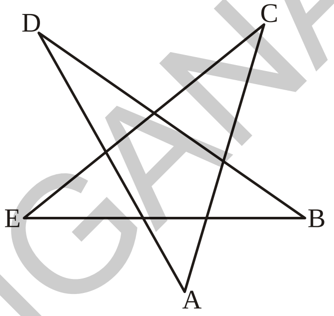
$$\therefore \quad x^o = \frac{88}{2} = 44^o$$

ఇంకా $\angle CBA + y^o = 180^o$ (రేఖీయద్వయం)

$y^o = 180^o - x^o$

$\therefore \; y^o = 180^o - 44^o = 136^o$

ఉదాహరణ 13 : ప్రక్క పటంలో $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ విలువను కనుగొనుము?



సాధన : పటంలో చూపిన విధంగా కోణాలను గుర్తించుము

ΔGHC లో, $\angle 3 + \angle 6 + \angle 7 = 180^o$ .... (1)

(త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180°)

ΔEHB లో $\angle 6 = \angle 5 + \angle 2$ ....(2)

ΔAGD లో $\angle 7 = \angle 1 + \angle 4$ ....(3)

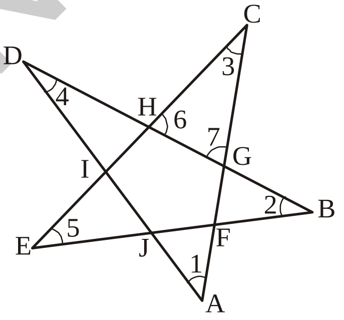
(బాహ్యకోణ ధర్మం)

(2), (3) లను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$\Rightarrow \quad \angle 3 + \angle 5 + \angle 2 + \angle 1 + \angle 4 = 180^o$

$\Rightarrow \therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^o$

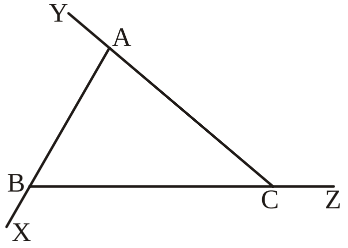
అనగా $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^o$



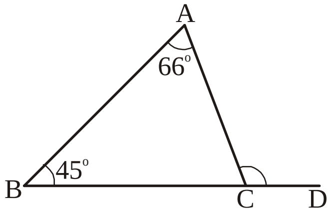
SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 5.4

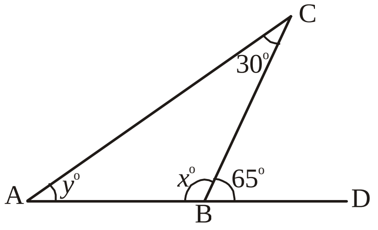
1. ΔABC యొక్క అంతర, బాహ్యకోణాలను పేర్కొనుము.



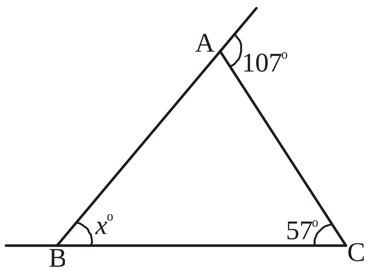
2. ΔABC లో $\angle ACD$ విలువను కనుగొనుము.

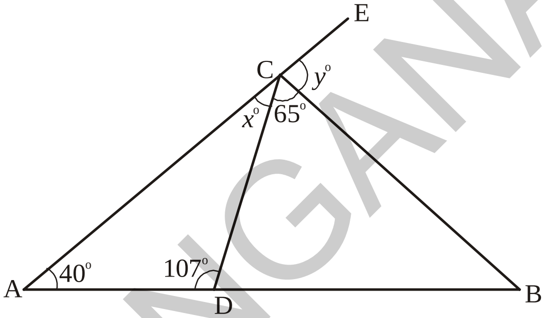


3. Find the measure of angles x and y.

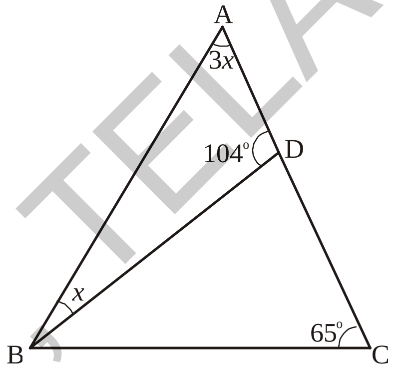


4. In the following figures, find the values of x and y.

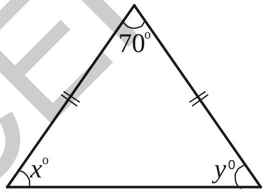




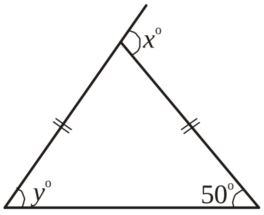
5. In the figure $\angle BAD = 3\angle DBA$, find $\angle CDB$, $\angle DBC$ and $\angle ABC$.



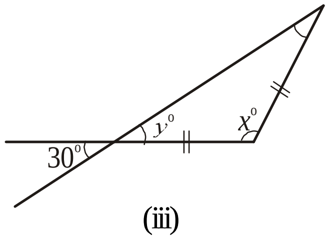
6. Find the values of x and y in the following figures.



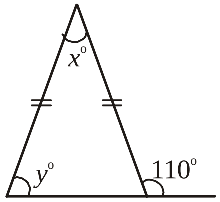
(i)



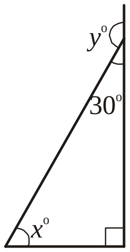
(ii)



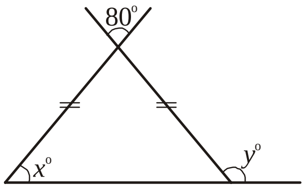
(iii)



(iv)



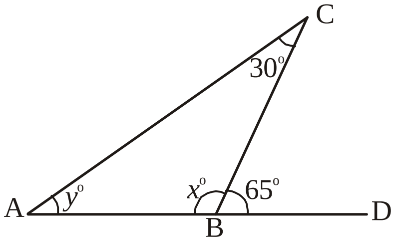
(v)



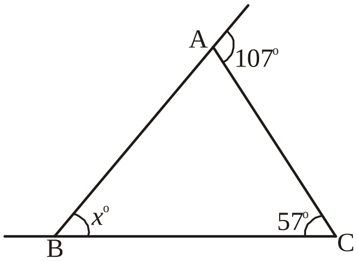
(vi)

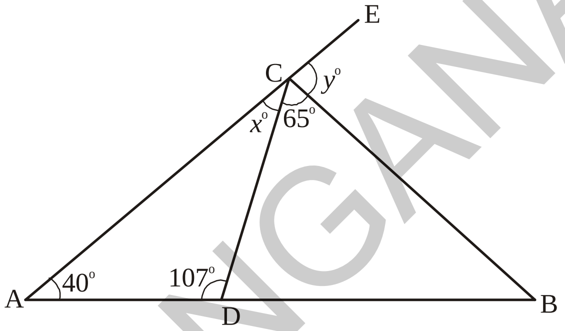
SCERT, TELANGANA

3. x, y కోణాల విలువలను కనుగొనుము.

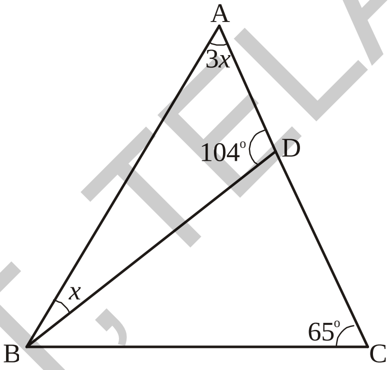


4. క్రింది పటాలలో x, y లను కనుగొనుము.

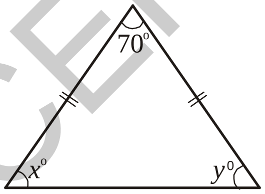




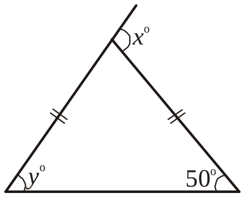
5. పటంలో $\angle BAD = 3\angle DBA$, అయిన $\angle CDB$, $\angle DBC$ మరియు $\angle ABC$ లను కనుగొనుము.



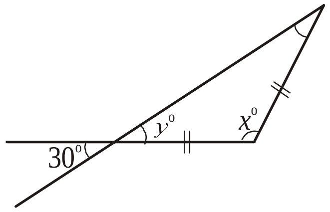
6. క్రింది పటాలలో x, y విలువను కనుగొనుము.



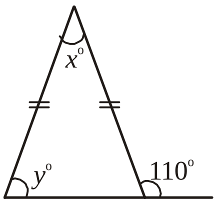
(i)



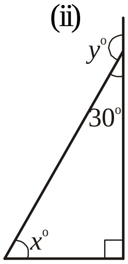
(ii)



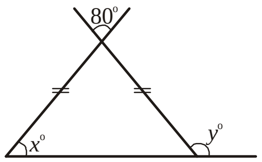
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

SCERT, TELANGANA

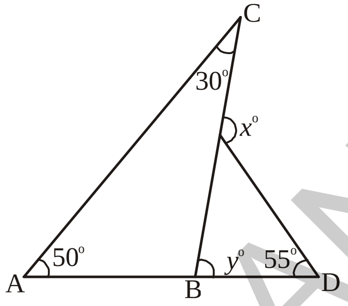
7. One of the exterior angles of a triangle is 125° and the interior opposite angles to it are in the ratio 2 : 3. Find the angles of the triangle.

8. The exterior $\angle PRS$ of ΔPQR is 105°. If Q = 70°, find $\angle P$. Is $\angle PRS > \angle P$?

9. If an exterior angle of a triangle is 130° and one of the interior opposite angle is 60°. Find the other interior opposite angle.

10. One of the exterior angle of a triangle is 105° and the interior opposite angles are in the ratio 2 : 5. Find the angles of the triangle.

11. In the figure find the values of x and y.



Looking Back

Z6F9Z2

1 (i) A triangle is a simple closed figure made up of three line segments.

(ii) Based on the sides, triangles are of three types

- A triangle having all three sides of same length is called an Equilateral Triangle.
- A triangle having at least two sides of equal length is called an Isosceles Triangle.
- If all the three sides of a triangle are of different length, the triangle is called a Scalene Triangle.

(iii) Based on the angles, triangles are of three types

- A triangle whose all angles are acute is called an acute-angled triangle.
- A triangle whose one angle is obtuse is called an obtuse-angled triangle.
- A triangle whose one angle is a right angle is called a right-angled triangle.

2. The six elements of a triangle are three angles and the three sides.

SCERT, TELANGANA

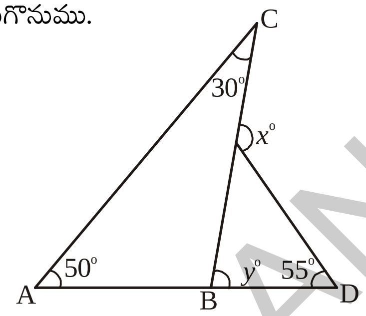
7. ఒక త్రిభుజములో ఒక బాహ్యకోణము 125° మరియు దీని అంతరాభిముఖ కోణాలు 2 : 3. నిష్పత్తిలో వున్న త్రిభుజములోని కోణాలను కనుగొనుము.

8. ΔPQR లో బాహ్యకోణము $\angle PRS = 105^o$ మరియు $Q = 70^o$, అయిన $\angle P$. విలువను కనుగొనుము. $\angle PRS > \angle P$ అవుతుందా?

9. ఒక త్రిభుజములో బాహ్యకోణము 130° మరియు దీని అంతరాభిముఖ కోణాలలో ఒక దాని విలువ 60° అయిన రెండవ కోణము విలువ ఎంత?

10. ఒక త్రిభుజములో ఒక బాహ్యకోణము 105° మరియు దీని అంతరాభిముఖ కోణాలు 2 : 5, నిష్పత్తిలో వున్న త్రిభుజములోని కోణాలను కనుగొనుము.

11. పటములో x మరియు y లను కనుగొనుము.



మనం నేర్చుకున్నవి

D9T2M4

1. (i) ఏవైనా మూడు రేఖా ఖండాలచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటమునే త్రిభుజము అంటాము.

(ii) భుజాల పొడవుల ఆధారంగా త్రిభుజాలు మూడు రకాలు

- మూడు భుజాలు సమానంగా గల త్రిభుజాన్ని సమబాహు త్రిభుజమంటారు.
- కనీసం ఏవైనా రెండు భుజాలు సమానంగా గల త్రిభుజాన్ని సమద్విబాహు త్రిభుజము అంటారు.
- మూడు భుజాలు వేరువేరు పొడవులు కలిగియున్న త్రిభుజాన్ని విషమబాహు త్రిభుజము అంటారు.

(iii) కోణాల ఆధారంగా త్రిభుజాలు మూడు రకాలు

- అన్ని కోణాలు అల్పకోణాలైన త్రిభుజాన్ని అల్పకోణ త్రిభుజమంటారు.
- ఒక కోణం అధికకోణంగా గల త్రిభుజాన్ని అధికకోణ త్రిభుజమంటారు.
- ఒక కోణం లంబకోణమైన త్రిభుజాన్ని లంబకోణ త్రిభుజము అంటారు.

2. మూడు భుజాలు, మూడు కోణాలను కలిపి త్రిభుజం యొక్క 6 మూలకాలు అంటాము.

SCERT, TELANGANA

3. Properties of the lengths of the sides of a triangle:

   (i) The sum of the lengths of any two sides of a triangle is greater than the length of the third side.

   (ii) The difference between the lengths of any two sides of a triangle is smaller than the length of the third side.

4. The line segment joining a vertex of a triangle to the mid-point of its opposite side is called a median of the triangle. A triangle has 3 medians.

5. The perpendicular line segment from a vertex of a triangle to its opposite side is called the altitude of the triangle.

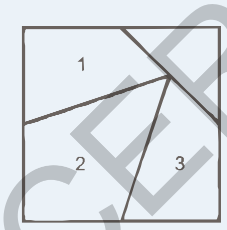
6. The total measure of the three angles of a triangle is 180°. This is called the angle sum property of a triangle.

7. The measure of any exterior angle of a triangle is equal to the sum of its interior opposite angles. This is called the exterior angle property of the triangle.

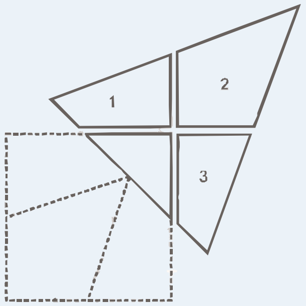
Note: LM = Length of Line segment of LM ; $\overline{LM}$ = Line segment LM

$\overrightarrow{LM}$ = Ray LM ; $\overleftrightarrow{LM}$ = Line LM

Fun with Card board shapes



Take square card board sheet. Mark the mid points of sides and draw lines as shown in the figure. Cut the square into four parts and rearrange them to get a triangle.



SCERT TELANGANA

3. త్రిభుజ భుజాల పొడవుల మధ్య సంబంధము :

(i) ఏవైనా రెండు భుజాల పొడవుల మొత్తము మూడవ భుజం పొడవు కంటే ఎక్కువ

(ii) ఏవైనా రెండు భుజాల పొడవుల బేధము మూడవ భుజం పొడవు కంటే తక్కువ

4. త్రిభుజములో ఏదైనా ఒక శీర్షం నుంచి ఎదుటి భుజం మధ్య బిందువుకు గీయబడిన రేఖా ఖండమును మధ్యగత రేఖ అంటారు. త్రిభుజములో ఇలాంటి మధ్యగత రేఖలు మూడు వుంటాయి.

5. త్రిభుజములో ఏదైనా ఒక శీర్షం నుంచి దాని ఎదుటి భుజానికి గీయబడిన లంబమును ఎత్తు అంటాము.

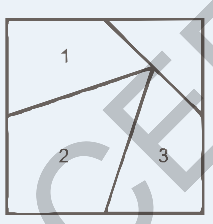
6. త్రిభుజములోని మూడు కోణాల మొత్తం 180°.

7. త్రిభుజంలో ఏదైనా ఒక భుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్య కోణము దాని అంతరాభి ముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానము.

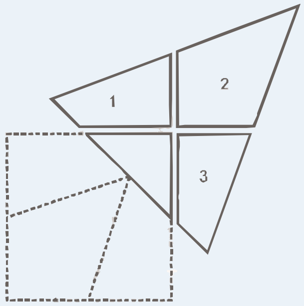
సూచన: LM = LM రేఖాఖండం యొక్క పొడవు ; $\overline{LM}$ = రేఖా ఖండం LM

$\overrightarrow{LM}$ = కిరణం LM ; $\overleftrightarrow{LM}$ = సరళ రేఖ LM

అట్ట ముక్కలతో తమాషా!



ఒక చతురస్రాకార అట్ట ముక్కను తీసుకోండి. దాని భుజాల మధ్య బిందువును గుర్తించి, పటంలో చూపిన విధంగా రేఖలను గీయండి. వాటి వెంబడి చతుర్రసాన్ని 4 భాగాలుగా విభజించి వాటితో ఒక త్రిభుజం ఏర్పడేటట్లు అమర్చండి.



SCERT TELANGANA

Chapter

6 Ratio - Applications

W7A2T3

6.0 Introduction

In your previous class, you have learnt how to use ratio and proportion to compare quantities. In this class, we will first review our understanding of the same and then learn about ratios expressed in the form of percentages.

6.1 Ratio

- Madhuri's weight is 50 kg and her daughter's weight is 10 kg. We say that Madhuri's weight is 5 times her daughter's weight. We can also say that the daughter's weight is one-fifth of her mother's weight. Thus, the ratio of Madhuri's weight to her daughter's weight is 50 : 10 or 5 : 1. Inversely, the ratio of the daughter's weight to her mother's weight is 1 : 5.
- In a class there are 60 boys and 40 girls. The number of boys is $\frac{3}{2}$ times the number of girls. we can also say that the number of girls is two-thirds of the boys. Thus, the ratio of the number of boys to the number of girls is 60 : 40 or 3 : 2. Inversely, the ratio of number of girls to number of boys is 2 : 3.

Anand has a wire of length 100 cm and Rashmi has a wire of length 5 m. Anand said to Rashmi, "the wire with me is 20 times longer than yours." You know that this is not true as 5 m is much longer than 100 cm. The length of Rashmi's wire has been expressed in meters and that of Anand has been expressed in centimeters. Both have to be expressed in the same units before they are compared.

We know that 1 m = 100 cm. So the length of the wire with Rashmi is 5 m = 5 × 100 = 500 cm. Thus, the ratio of Rashmi and Anand's wire is 500 : 100 or 5 : 1. We can also say that the length of Rashmi's wire is 5 times that of Anand.

In all the above examples quantities have been comapred in the form of ratios. Thus, a ratio is an ordered comparison of quantities of the same units. We use the symbol ':' to represent a ratio. The ratio of two quantities a and b is a: b and we read this as "a is to b". The two quantities 'a' and 'b' are called terms of the ratio. The first quantity 'a' is called first term or antecedent and the second quantity 'b' is called second term or consequent.

SCERT TELANGANA

అధ్యాయము

6

నిష్పత్తి - ఉపయోగాలు

G8Y9T3

6.0 ఉపోద్ఘాతము

నిష్పత్తి మరియు అనుపాతంలను రాశులను పోల్చడానికి ఉపయోగిస్తారని క్రింది తరగతిలో నేర్చుకున్నాము. ఈ తరగతిలో మొదట మనం నేర్చుకున్న వాటిని పునర్విమర్శ చేసుకుని నిష్పత్తులకు ఒక రూపమైన శాతంలను గురించి నేర్చుకుందాం.

6.1 నిష్పత్తి

- మాధురి బరువు 50 కిలోలు మరియు ఆమె కుమార్తె బరువు 10 కిలోలు. మాధురి బరువు ఆమె కుమార్తె బరువుకు 5 రెట్లు అని చెప్పవచ్చు. మరో రకంగా కుమార్తె బరువు తల్లి బరువులో 5వ వంతు అని అనవచ్చు. ఈ విధంగా మాధురి బరువుకు, ఆమె కుమార్తె బరువుకు గల నిష్పత్తి 50:10 లేక 5:1.

  విలోమంగా, కుమార్తె బరువు, తల్లి బరువుల నిష్పత్తి 1:5.

- ఒక తరగతిలో 60 మంది బాలురు, 40 మంది బాలికలు కలరు. బాలుర సంఖ్య బాలికల సంఖ్యకు $\frac{3}{2}$ రెట్లు. మరోవిధంగా బాలికల సంఖ్య బాలుర సంఖ్యలో 2/3 వ వంతు. ఈ విధంగా బాలురు మరియు బాలికల నిష్పత్తి 60 : 40 లేదా 3 : 2. విలోమంగా బాలికలు, బాలుర నిష్పత్తి 2 : 3.

ఆనంద్ వద్ద 100 సెం.మీ. పొడవు గల తీగ మరియు రష్మి వద్ద 5 మీ. పొడవుగల తీగ కలదు. ఆనంద్, రష్మితో "నావద్ద గల తీగ పొడవు నీవద్ద గల తీగ పొడవు కంటే 20 రెట్లు పొడవైనది." అని అన్నాడు. ఇది అసత్యము. ఎందుకంటే 100 సెం.మీ. కన్నా 5 మీ. అనేది చాలా పొడవైనదని నీకు తెలుసు. రష్మి తీగ పొడవును మీటర్లలో తెలుపగా, అదే ఆనంద్ తీగ పొడవును సెం.మీ.లలో తెలుపబడినది. కనుక రెండు పొడవులను ఒకే ప్రమాణాలలోనికి మార్చుకున్నాకనే పోల్చాలి.

1 మీ. = 100 సెం.మీ. అని నీకు తెలుసు. కనుక రష్మీ తీగపొడవు = 5 మీ. = 5×100 = 500 సెం.మీ. ఈ విధంగా రష్మీ, ఆనంద్‌ల తీగల పొడవుల నిష్పత్తి 500 : 100 లేక 5 : 1 మరోవిధంగా రష్మి తీగ పొడవు ఆనంద్ తీగపొడవుకు 5 రెట్లు.

పై అన్ని ఉదాహరణల్లో రాశులను, నిష్పత్తుల రూపంలో పోల్చడం జరిగింది. కనుక ఒకే ప్రమాణంలో గల రాశుల క్రమానుగత పోలికే నిష్పత్తి. దీనిని ':' గుర్తుతో సూచిస్తాం. రెండు రాశులు a,b నిష్పత్తి a : b మరియు దీన్ని 'a ఈజ్ టు b' అని చదువుతాము. 'a', 'b' లను నిష్పత్తిలోని పదాలు అంటాం. 'a' ని మొదటి పదం లేదా పూర్వ పదం అని, 'b' ని రెండవ పదం లేదా పరపదం అని అంటాం.

SCERT, TELANGANA

Try This

Think of some real life situations in which you have to compare quantities in the form of a ratio.

Exercise - 6.1

1. What is the ratio of ` 100 and ` 10 ? Express your answer in the simplest form.
2. Sudha has ` 5. Money with Radha is 3 times the money with Sudha. How much money does Radha have?
   a) What is the ratio of Radha's money and Sudha's money?
   b) What is the ratio of Sudha's money and Radha's money?
3. A rectangle measures 40 cm at its length and 20 cm at its width. Find the ratio of the length to the width.
4. The speed of a Garden-Snail is 50 meters per hour and that of the Cheetah is 120 kilometers per hour. Find the ratio of their speeds.
5. Divide 96 chocolates between Raju and Ravi in the ratio 5 : 7
6. The length of a line segment AB is 38 cm. A point X on it divides it in the ratio 9 : 10. Find the lengths of the line segments AX and XB.

7. A sum of ` 1,60,000 is divided in the ratio of 3 : 5. What is the smaller share?
8. To make green paint, a painter mixes yellow paint and blue paint in the ratio of 3 : 2. If he used twelve liters of yellow paint, how much blue paint did he use?
9. Find
   a) The ratio of boys to girls in your class.
   b) The ratio of number of doors to number of windows of your classroom.
   c) The ratio of number of text books to number of note books with you

Project Work

1. Take a tape and with the help of your friend measure the length and breadth of your classroom Find the ratio of length and breadth.
2. Take a ` 10 note. Find its length and breadth. Roundoff the answers to the nearest whole number, with the help of your teacher, find the ratio of the length and breadth.

   Repeat this activity with ` 20 and ` 50 notes and record the lengths in your note book.

SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

రాశులను నిష్పత్తి రూపంలో పోల్చడానికి నిత్య జీవితంలోని కొన్ని సందర్భాలను ఆలోచించండి.

అభ్యాసం - 6.1

1. ` 100 మరియు ` 10 ల నిష్పత్తి ఎంత? సూక్ష్మ రూపంలో మీ సమాధానాన్ని తెలపండి.
2. సుధ వద్ద ` 5 ఉన్నవి. రాధ వద్ద సుధ కన్నా 3 రెట్లు సొమ్ము ఉన్నది. అయితే రాధ వద్ద ఉన్న సొమ్మెంత?

   ఎ) రాధ మరియు సుధల వద్ద నున్న సొమ్ముల నిష్పత్తి ఎంత?

   బి) సుధ సొమ్ముకు, రాధ సొమ్ముకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
3. ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 40 సెం.మీ, వెడల్పు 20 సెం.మీ. పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
4. ఒక సాధారణ నత్త వేగం గంటకు 50 మీ. మరియు చిరుతపులి వేగం గంటకు 120 కి.మీ. వాటి వేగాల నిష్పత్తి కనుగొనండి.
5. రాజు మరియు రవిలకు 96 చాక్లెట్లను 5 : 7 నిష్పత్తిలో పంచండి.
6. AB రేఖా ఖండం పొడవు 38 సెం.మీ. దీనిపై గల X అనే బిందువు రేఖాఖండాన్ని 9 : 10 నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది. అయిన AX మరియు XB రేఖా ఖండాల పొడవులెంత?

7. ` 1,60,000ను 3 : 5 నిష్పత్తిలో రెండు భాగములుగా విభజించబడింది. వీటిలో కనిష్ఠ భాగమెంత?
8. ఆకు పచ్చరంగు పొందడానికి, ఒక పెయింటర్ పసుపు, నీలం రంగులను 3 : 2 నిష్పత్తిలో కలపాలి. పసుపు రంగును 12 లీటర్లు వాడితే నీలం రంగును ఎన్ని లీటర్లు వాడాలి?
9. కనుగొనండి.

   ఎ) నీ తరగతిలోని బాలురు, బాలికల నిష్పత్తి.

   బి) నీ తరగతి గదిలోని తలుపులు, కిటికీల నిష్పత్తి.

   సి) నీ వద్ద గల పాఠ్యపుస్తకాలు మరియు నోటు పుస్తకాల నిష్పత్తి.

ప్రాజెక్ట్ పని

1) టేప్‌తో నీ తరగతి గది పొడవు, వెడల్పులను నీ మిత్రుని సహాయంతో కొలిచి, పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

2) ` 10 ల నోటు పొడవు, వెడల్పులను కొలచి దగ్గరి సంఖ్యకు సవరించి, వాటి పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

ఇదే కృత్యాన్ని కొనసాగించి ` 20 మరియు ` 50 ల నోట్లతో ప్రయత్నించి నీ నోట్ పుస్తకంలో వ్రాయండి.

SCERT, TELANGANA

6.2 Proportion

Srilekha's mother prepares tea by using 2 spoons of tea powder for 1 cup of tea. One day 3 guests visited their home. How many spoons of tea powder must she use to prepare 3 cups of tea? Yes, you are right. She uses 6 spoons of tea powder to prepare 3 cups of tea. Here, Srilekha's mother used the 'law of proportion' to solve the problem.

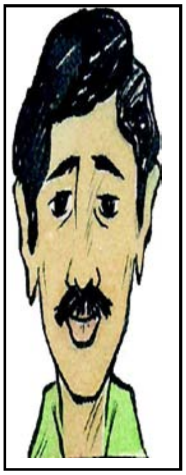
4 cm

6 cm

Let us see one more example:

Ravi took a photo. He got the picture developed in a photo lab in a size 4 cm × 6 cm .

4 cm



12 cm

He wanted to get the photo enlarged so he went to the photo lab again.

The lab-man gave him this photo. In turn Ravi said, "there seems to be something wrong with this picture".

Do you think, is Ravi right?

Can you say what is wrong with this picture?

Ravi decided to measure the length and breadth of the photo. He knew that the ratio of length and breadth of the original photo should be equal to the ratio of length and breadth of the enlarged photo.

Ratio of length and breadth of the original photo = 4 : 6 = 2 : 3

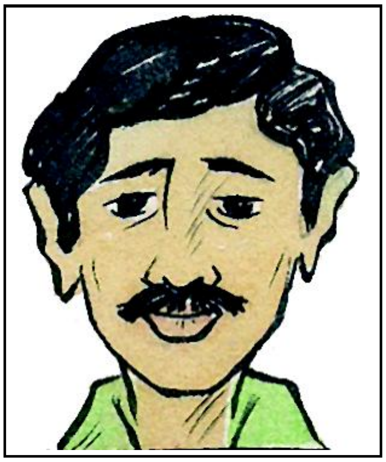
Ratio of length and breadth of the enlarged photo = 4 : 12 = 1 : 3

Are the two ratios equal? Ravi also realised that the ratio of length and breadth of the enlarged photo was not equal to that of the original photo. He understood that the second picture was not proportionate to the first.

He asked the lab-man to develop another enlarged photo. This time the photo was good. He again measured the length and breadth and calculated the ratio.

Ratio of length and breadth = 8 : 12 = 2 : 3

8 cm



12 cm

Now, Ravi understood that the original photo and the new enlarged photo looked fine to him because the ratios of their length and breadth were equal i.e., they were in proportion.

Thus, two ratios are said to be in proportion when they are equal. The symbol we use for propotion is **': :'** (is as). If two ratios **a : b** and **c : d** are equal, we write **a : b = c : d** or **a : b : : c : d**. We read this as '**a is to b is proportionate to c is to d**'. This can also be read as '**a is to b is as c is to d**'.

SCERT, TELANGANA

6.2 అనుపాతము

శ్రీలేఖ తల్లి 2 చెంచాల టీ పొడిని 1 కప్పు టీ తయారీకి ఉపయోగిస్తుంది. ఒక రోజు ముగ్గురు బంధువులు వారి ఇంటికి వచ్చారు. 3 కప్పుల టీ తయారీకి ఎన్ని చెంచాల టీ పొడిని వాడాలి? అవును. మీరు అనుకొన్నది నిజమే. 6 చెంచాల టీపొడిని 3 కప్పుల టీ తయారీకి వాడాలి. శ్రీలేఖ తల్లి సమస్యా సాధనకు అనుపాత ధర్మాన్ని ఉపయోగించింది. ఇంకొక ఉదాహరణను చూద్దాం.

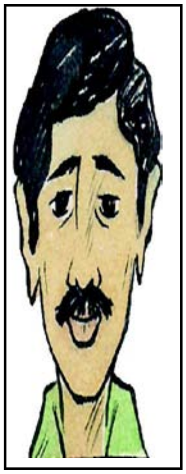
4 సెం.మీ

6 సెం.మీ

రవి ఒక ఫోటో స్టూడియోలో ఫోటో తీయించుకొన్నాడు.

దాని కొలతలు 4 సెం.మీ. × 6 సెం.మీ.

4 సెం.మీ.



12 సెం.మీ.

ఆ ఫోటోని అతడు ల్యాబ్‌కు వెళ్ళి పెద్దది చేయించుకోవాలనుకున్నాడు. ల్యాబ్ అతను కొంతసమయం తర్వాత ఇలా చేసి ఇచ్చాడు. "ఇప్పుడు చేసిన ఫొటోలో ఏదో దోషం ఉందని" అన్నాడు రవి.

మరి రవి అన్నది నిజమేనా?

దోషం ఏమిటో నువ్వు చెప్పగలవా?

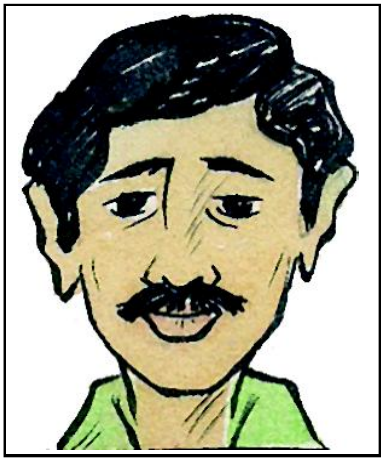
రవి ఈ ఫొటో పొడవు, వెడల్పులను కొలిచాడు. పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి మొదటి ఫోటోకి, రెండవ ఫోటోకి ఒకే విధంగా ఉండాలని అతనికి తెలుసు.

మొదటి ఫొటో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి = 4 : 6 = 2 : 3

రెండవ ఫోటో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి = 4 : 12 = 1 : 3

మరి ఈ రెండు నిష్పత్తులు సమానమా? మొదటి ఫొటో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి, రెండవ ఫొటో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తికి సమానంగా లేదని గ్రహించాడు. రెండవ ఫొటో మొదటి ఫొటోకు అనుపాతంలో లేదని అర్థమయింది. అప్పుడు ల్యాబ్ అతన్ని మరొక పెద్ద ఫోటోను చేయమన్నాడు. ఇప్పుడు చేసిన ఫొటో సరిగా ఉంది. మరలా పొడవు, వెడల్పులను కొలిచి నిష్పత్తి కనుగొన్నాడు.

8 సెం.మీ.



12 సెం.మీ.

పొడవు వెడల్పుల నిష్పత్తి = 8 : 12 = 2 : 3

ఇప్పుడు రవి మొదటి ఫొటో, మూడవ ఫోటో రెండూ బాగున్నాయని భావించాడు. ఎందుకంటే వాటి పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి సమానం. అంటే అవి అనుపాతంలో ఉన్నాయి.

ఈ విధంగా రెండు నిష్పత్తులు సమానంగా ఉంటే అవి అనుపాతంలో ఉన్నాయంటారు. అనుపాతానికి గుర్తు ': :'. రెండు నిష్పత్తులు **a : b** మరియు **c : d** లు సమానమైతే ఇలా వ్రాయవచ్చు., **a : b = c : d** లేక **a : b : : c : d.** దీన్ని **a : b ఈజ్ ఏజ్‌టు c : d** అని చదువుతాం.

SCERT, TELANGANA

The four quantities a, b, c and d are called first, second, third and fourth terms respectively. The first and fourth terms are known as extreme terms or extremes. The second and third terms are known as middle terms or means.

In a proportion, $a : b = c : d$

i.e. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Therefore, $ad = bc$

Thus, The product of the means is equal to the product of the extremes.

i.e., Means

$a : b = c : d$

Extremes

Here 'd' is called the fourth proportional and $d = \frac{b.c}{a}$

Let us observe some examples

Example 1 : Find $\square$ to complete the proportion.

(i) $2 : 5 = 6 : \square$

Solution: The product of the means is equal to the product of the extremes,

i.e. $2 : 5 = 6 : \square$

Therefore, $2 \times \square = 5 \times 6$

$$\square = \frac{30}{2} = 15$$

(ii) $16 : 20 = \square : 35$

The product of the means is equal to the product of the extremes,

i.e. $16 : 20 = \square : 35$

Therefore, $20 \times \square = 16 \times 35$

$$\square = \frac{560}{20} = 28$$

$\therefore$ $6 : 20 = \boxed{28} : 35$

SCERT, TELANGANA

a, b, c, d నాలుగు రాశులను ఒకటవ, రెండవ, మూడవ, నాలుగవ పదాలని అంటాం. ఒకటవ, నాల్గవ పదాలను అంత్యపదాలని లేక అంత్యాలని, రెండవ, మూడవ పదాలను మధ్యపదాలని లేక మధ్యమాలని అంటాం.

ఈ అనుపాతంలో $a : b = c : d$

అనగా $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

కావున, $ad = bc$

ఈ విధంగా అంత్యముల లబ్ధం = మధ్యమాల లబ్ధమునకు సమానం.

అంటే

మధ్యములు

$a : b = c : d$

అంత్యములు

దీనిలో d ని అనుపాత చతుర్థం లేదా చతుర్థానుపాతం అని అంటాం. మరియు $d = \frac{b.c}{a}$

కొన్ని ఉదాహరణలను పరిశీలిద్దాం.

ఉదాహరణ 1 : అనుపాతమును పూర్తిచేయుటకు □ ను నింపుము.

(i) $2 : 5 = 6 : \square$

సాధన : అంత్యముల లబ్ధము, మధ్యముల లబ్ధానికి సమానము.

అనగా $2 : 5 = 6 : \square$

కనుక $2 \times \square = 5 \times 6$

$\square = \frac{30}{2} = 15$

(ii) $16 : 20 = \square : 35$

అంత్యాల లబ్ధం, మధ్యమాల లబ్ధానికి సమానం.

$\therefore$ $16 : 20 = \square : 35$

కావున, $20 \times \square = 16 \times 35$

$\square = \frac{560}{20} = 28$

$\therefore$ $6 : 20 = \boxed{28} \times 35$

SCERT, TELANGANA

Exercise - 6.2

1. Find the missing numbers in the following proportions in the table given below .

S.No.	Proportion	Product of extremes	Product of means
(i)	1 : 2 : : 4 : 8		
(ii)	5 : 6 : : 75 : 90		
(iii)	3 : 4 : : 24 : 32		
(iv)	2 : 5 : : ☐ : 15	30	
(v)	3 : 6 : : 12 : ☐		72

2. State true or false.

(i) 15 : 30 : : 30 : 40

(ii) 22 : 11 : : 12 : 6

(iii) 90 : 30 : : 36 : 12

(iv) 32 : 64 : : 6 : 12

(v) 25 : 1 : : 40 : 160

3 Madhu buys 5 kg of potatoes at the market. If the cost of 2 kg is ₹. 36, how much will Madhu pay?

4. A man whose weight is 90 kgs weighs 15 kg on the moon, what will be the weight of a man on the moon whose weight is 60 kg?

5. A disaster relief team consists of engineers and doctors in the ratio of 2 : 5.

(i) If there are 18 engineers, find the number of doctors.

(ii) If there are 65 doctors, find the number of engineers.

6. The ratio of two angles is 3 : 1. Find the

(i) larger angle if the smaller is 180°

(ii) smaller angle if the larger is 63°.

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 6.2

1. కింది పట్టికలోని ఖాళీలలో లోపించిన సంఖ్యలను సరియైన సమాధానాలతో నింపండి.

క్ర.సంఖ్య	అనుపాతము	అంత్యాల లబ్ధము	మధ్యముల లబ్ధము
1.	1 : 2 : : 4 : 8		
2.	5 : 6 : : 75 : 90		
3.	3 : 4 : : 24 : 32		
4.	2 : 5 : : ☐ : 15	30	
5.	3 : 6 : : 12 : ☐		72

2. సత్యమా, అసత్యమా తెల్పండి.

(i) 15: 30 : : 30 : 40

(ii) 22 : 11 : : 12 : 6

(iii) 90 : 30 : : 36 : 12

(iv) 32 : 64 : : 6 : 12

(v) 25 : 1 : : 40 : 160

3. మధు మార్కెట్‌లో 5 కిలోల ఆలుగడ్డలు కొన్నాడు. 2 కిలోల ధర ` 36 లు అయితే మధు ఎంత సొమ్ము చెల్లించాలి?

4. భౌతికశాస్త్రం ప్రకారం భూమిపై ఒక వస్తువు బరువు చంద్రునిపై అదే వస్తువు బరువులు అనుపాతంలో ఉంటాయి. ఉదాహరణకి భూమిపై 90 కిలోల బరువు గల ఒక పురుషుని బరువు చంద్రునిపై 15 కిలోలైతే, భూమిపై 60 కిలోల బరువుగల స్త్రీ బరువు చంద్రునిపై ఎంత?

5. ఒక విపత్తు సహాయక బృందంలో ఇంజనీర్లు మరియు డాక్టర్లు 2 : 5 నిష్పత్తిలో ఉన్నారు.

(i) 18 మంది ఇంజనీర్లున్న బృందంలో డాక్టర్ల సంఖ్య ఎంత?

(ii) 65 మంది డాక్టర్లున్న బృందంలో ఇంజనీర్ల సంఖ్య ఎంత?

6. రెండు కోణాల నిష్పత్తి 3:1 అయిన

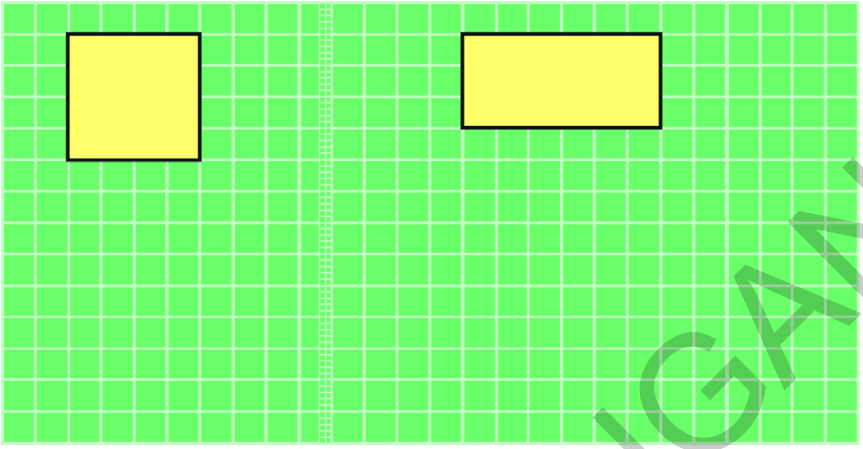
(i) చిన్న కోణం 180^0 ఐన పెద్ద కోణం ఎంత?

(ii) పెద్ద కోణం 63^0 ఐన చిన్న కోణం ఎంత?

SCERT, TELANGANA

Do This

Enlarge the square and rectangle in the figure given below such that the enlarged square and rectangle remain proportional to the original square and rectangle.



6.3 Rate

Sometimes ratios are expressed as rates. Some examples are given below **:**

i) My father drives the vehicle with a speed of 60 km per hour.

ii) I bought apples at the rate of ₹ 120 per kg.

iii) My heart beat rate is 72 per minute.

iv) The cost of eggs is ₹ 60 per dozen.

v) The birth rate of India is 21 (approximately). (Birth rate is the number of live births per thousand people in a given time -

Refer: http://www.indexmundi.com/g/g.aspx?c=in&v=25)

In the first example the distance travelled by the vehicle is compared with the time taken. In the second example cost of apples is compared to the quantity of apples. In the third example the number of heart beats is compared to the time taken. In the fourth example, the cost of eggs is compared to the quantity of eggs. In the fifth example, the number of live births is compared to 1000 poeple.

The above examples can be written as 60km/ hour, ₹ 120/kg, 72 beats/ minute, ₹ 60/dozen and 21 births per 1000 people.

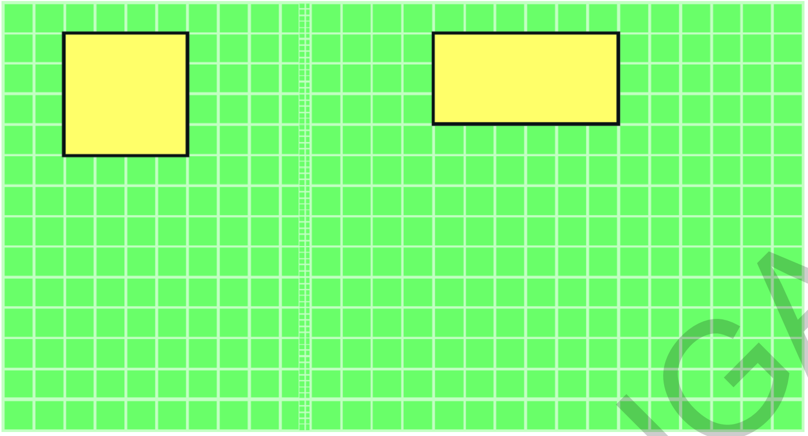
6.4 Unitary Method

The method in which we first find the value of one unit and then the value of the required number of units is known as unitary method.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

కింది పటంలో చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం ఇవ్వబడ్డాయి. ఈ పటాలను పెద్దవిచేసి అనుపాతంలో ఉండేలా మరొక చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రాలను గీయండి.



6.3 రేటు

కొన్ని సందర్భాల్లో నిష్పత్తులను రేటుగా చెప్తాం. కింద కొన్ని ఉదాహరణలను ఇవ్వబడినవి.

(i) మానాన్నగారు వాహనాన్ని గంటకు 60 కి.మీ. వేగంతో నడుపుతారు. (అనగా 60 కి.మీ./గం.) (గంటకు 60 కిలో మీటర్లు)

(ii) నేను కిలో ఆపిల్ పండ్లు ` 120 వంతున కొన్నాను.

(iii) నా హృదయ స్పందన రేటు నిమిషానికి 72 సార్లు.

(iv) డజను గుడ్ల వెల ` 60 లు.

(v) ఆంధ్రప్రదేశ్ సరాసరి జననరేటు 924.(జనన రేటు అనగా ఇచ్చిన సమయంలో ప్రతి వేయి మందికి ఉండే జననాల సంఖ్య) శోధించండి: http://www.indexmundi.com/g/g.aspx?c=in&v=25)

మొదటి ఉదాహరణలో వాహనం వెళ్ళే దూరాన్ని దానికి పట్టే కాలంతో పోల్చారు. రెండవ దాన్లో ఆపిల్ పండ్ల ధరను దాని బరువుతో పోల్చారు. మూడవ దాన్లో హృదయ స్పందనల సంఖ్యను కాలంతో పోల్చారు. నాల్గవ దాన్లో గుడ్ల ధరను గుడ్ల సంఖ్యతో పోల్చారు. ఐదవ దాన్లో సజీవ జననాల సంఖ్యను 1000 మంది జనులతో పోల్చారు.

గంటకు 60 కి.మీ. వేగాన్ని సాంకేతికంగా 60 కి.మీ./గం. అని అలాగే ` 120/కి.గ్రా., 72 స్పందనలు/ని., ` 60/డజన్, 918/1000 జననాలుగా రాస్తాము.

6.4 ఏకవస్తుమార్గం

మొదటగా ఒక రాశి విలువను కనుగొని తర్వాత కావలసిన రాశుల విలువను కనుగొనే పద్ధతినే ఏకవస్తు మార్గం అంటాం.

SCERT, TELANGANA

Example 2 : A shopkeeper sells 5 tumblers for ₹ 30. What would be the cost of 10 such tumblers?

Solution : Cost of 5 tumblers = ₹ 30

Therefore, Cost of 1 tumbler = $\frac{30}{5}$ = ₹ 6

Thus, cost of 10 tumblers = 6×10 = ₹60.

Example 3 : What is the cost of 9 bananas, if the cost of a dozen bananas is ` 20?

Solution : 1 dozen = 12 units.

Cost of 12 bananas = ₹ 20

Therefore, cost of 1 banana = ₹ $\frac{20}{12}$

Thus, cost of 9 bananas = $\frac{20}{12} \times 9$ = ₹ 15

Do This

1. 40 benches are required to seat 160 students. How many benches will be required to seat 240 students at the same rate?
2. When a Robin bird flies, it flaps wings 23 times in ten seconds. How many times will it flap its wings in 2 minutes?"
3. The average human heart beats at 72 times per minute. How many times does it beat in 15 seconds? How many in an hour? How many in a day?

6.5 Direct Proportion

There are various situations in day-to-day life, when a change in one quantity leads to a change in the other quantity.

For example**:**

- If the number of things purchased increases, the cost incurred also increases. Alternately, if the number of things purchased decreases, the cost incurred also decreases.
- If the money deposited with a bank increases, the interest earned on that sum also increases. Alternately, if the money in the bank decreases, the interest also decreases.
- At a constant speed, if the distance travelled increases, the time taken for it also increases. Alternately, if the distance travelled decreases, time also decreases.

In the above examples, when one quantity increases the other also increases and vice-versa. Let us understand such situations with the help of an example.

A tap takes 1 hour to fill 300 litres of a tank. How many litres will be filled up in 2 hours?

The tank will be filled up by 600 litres in 2 hours. How many litres of water will be filled up in 8 hours? How do you make this calculation?

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 2 : ఒక దుకాణదారు ` 30 లకు 5 గ్లాసులు అమ్ముతున్నాడు. అలాంటి 10 గ్లాసుల విలువ ఎంత?

సాధన : 5 గ్లాసుల ధర = ` 30

కావున, 1 గ్లాసు ధర = $\frac{30}{5}$ = ₹ 6

ఈ విధంగా, 10 గ్లాసుల ధర = 6×10 = ` 60

ఉదాహరణ 3 : ఒక డజను అరటిపండ్ల వెల ` 20 లు అయిన 9 అరటి పండ్ల వెల ఎంత?

సాధన : 1 డజను = 12 యూనిట్లు

12 అరటిపండ్ల వెల = ` 20లు

కావున ఒక అరటి పండు వెల = $\frac{20}{12}$

అందువల్ల 9 అరటిపండ్ల వెల = $\frac{20}{12}\times 9$ = ` 15

ఇవి చేయండి

1. 160 మంది పిల్లలు కూర్చోవడానికి 40 బెంచీలు అవసరం. ఇదే వంతున 240 మంది పిల్లలు కూర్చోవడానికి ఎన్ని బెంచీలు అవసరమౌతాయి.
2. ఒక రాబిన్ పిట్ట 10 సెకన్లకు 23 సార్లు తన రెక్కలను ఆడిస్తుంది. మరి 2 నిమిషాల్లో ఎన్ని సార్లు అది రెక్కలను ఆడిస్తుంది.
3. మానవ గుండె సరాసరిన నిమిషానికి 72 సార్లు కొట్టుకుంటుంది. మరి 15 సెకన్లలో ఎన్ని సార్లు కొట్టుకుంటుంది? అలాగే 1 గంటలో, 1 రోజులో ఎన్ని సార్లు కొట్టుకుంటుంది?

6.5 అనులోమానుపాతం

నిత్యజీవితంలో ఎన్నో సందర్భాల్లో ఒక రాశిలో వచ్చే మార్పు మరొక రాశిలో మార్పుకు దారితీయటాన్ని గమనించి ఉంటాం.

ఉదాహరణకు

- కొనే వస్తువుల సంఖ్య పెరిగితే, దానికి చెల్లించవలసిన మొత్తం కూడా పెరుగుతుంది. అలాగే కొనే వస్తువుల సంఖ్య తగ్గితే చెల్లించవలసిన మొత్తం కూడా తగ్గుతుంది.
- బ్యాంకులో డిపాజిట్ చేసే సొమ్ము పెరిగిన కొలదీ దానిపై వచ్చే వడ్డీ పెరుగుతుంది. అలాగే డిపాజిట్ సొమ్ము తగ్గిన కొలదీ దానిపై వచ్చే వడ్డీ కూడా తగ్గుతుంది.
- వేగంలో మార్పులేనప్పుడు ప్రయాణించే దూరం పెరిగితే దానికి పట్టేకాలం పెరుగుతుంది. అలాగే దూరం తగ్గితే, పట్టేకాలం కూడా తగ్గుతుంది.

పై ఉదాహరణల ద్వారా ఒక రాశి పరిమాణం పెరిగే కొద్దీ(తగ్గేకొద్దీ) మరొక రాశి పరిమాణం కూడా పెరుగుతుందని (తగ్గుతుందని) తెలుస్తుంది. మరియు దాని విపర్యయం కూడా సత్యమే.

ఇలాంటి సందర్భాన్నే ఒక ఉదాహరణ ద్వారా అర్థం చేసుకుందాం.

ఒక కుళాయి గంటకు 300 లీటర్ల సామర్థ్యంతో ఒక ట్యాంకును నింపుతుంది. 2 గంటల్లో ఎన్ని లీటర్లని నింపగలదు?

ఒక ట్యాంకు 2 గంటలలో 600 లీటర్లతో నింపబడుతుంది. అదే ట్యాంకును 8 గంటల్లో ఎన్ని లీటర్ల నీటితో నింపగలం? మీరు ఏవిధంగా గణిస్తారు?

SCERT, TELANGANA

Look at the table given below :

Time taken to fill tank (hours)	1	2	4	8
Capacity filled (lts)	300	600	1200	2400

You will find that in each case above, if the time taken increases the quantity of water filled also increases such that the ratio of the time taken and the ratio of the quantity filled is same. Thus, when the time taken doubles, the quantity filled will also doubled; when the time taken is 4 times, the quantity filled is also four times the original. And when the time taken is 8 times, the quantity filled is also 8 times. The ratio of the time taken is 1 : 2 and the ratio of quantity filled is also 1 : 2. Thus, we can say that time taken to fill the tank and quantity filled are in direct proportion.

Example 4 : A shopkeeper sells 6 eggs for ₹ 30. What would be the cost of 10 eggs?

Solution : Let the cost of 10 eggs be ₹ x.

We know that as the number of eggs increases, the cost will also increase such that the ratio of the number of eggs and the ratio of their costs will remain the same. In other words, the ratio of the number of eggs and the ratio of the cost of eggs is in proportion.

Thus, $6 : 10 = 30 : x$

Since the product of the means is equal to the product of the extremes :

$6 \times x = 10 \times 30$

$6x = 10 \times 30$

$$x = \frac{10 \times 30}{6} = 50$$

$x =$ ₹ 50

Thus, the cost of 10 eggs is equal to ₹50.

This problem can be solved by using unitary method too i.e. finding the cost of one egg and then multiplying the unit cost with the number of eggs required.

Cost of 6 eggs = ₹ 30

Therefore, cost of 1 egg = $\frac{30}{6}$ = ₹ 5

Cost of 10 eggs = 5 × 10 = ₹ 50

SCERT, TELANGANA

కింది పట్టికను గమనించండి.

×2, ×4, ×8

ట్యాంక్‌ను నింపే సమయం(గంటల్లో)	1	2	4	8
నింపే నీటి సామర్థ్యం (లీటర్లలో)	300	600	1200	2400

×2, ×4, ×8

ప్రతి సందర్భంలోను కాల వ్యవధి పెరిగే కొద్ది, నింపే సామర్థ్యం పెరుగుతోంది. అనగా పట్టే కాలవ్యవధికి, నింపే సామర్థ్యానికి గల నిష్పత్తులు సమానము. ఈ విధంగా పట్టేకాలము రెట్టింపైన నింపే సామర్థ్యం కూడా రెట్టింపవుతుంది. పట్టే కాలము 4 రెట్లయిన నింపే సామర్థ్యం కూడా 4 రెట్లవుతోంది. అలాగే పట్టేకాలము 8 రెట్లయిన, నింపేసామర్థ్యం కూడా 8 రెట్లయింది. పట్టేకాలమునకు గల నిష్పత్తి 1 :2 మరియు నింపే సామర్థ్యంనకు గల నిష్పత్తి కూడా 1 : 2. ఈవిధంగా ట్యాంక్‌నింపడానికి పట్టే కాలం మరియు నింపే నీటి సామర్థ్యంలు అనులోమానుపాతంలోనున్నవని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణ 4 : ఒక దుకాణదారు 6 గుడ్లను ` 30 లకు అమ్మిన 10 గుడ్ల ధర ఎంత?

సాధన : 10 గుడ్ల ధర ` x అనుకొనుము.

గుడ్లసంఖ్యపెరిగితే వాటికి చెల్లించవలసిన ధర కూడా పెరుగుతుందని మనకు తెలుసు. అనగా గుడ్ల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి, వాటి ధరకు గల నిష్పత్తి సమానంగా ఉంటుంది. మరోవిధంగా, గుడ్ల సంఖ్యల నిష్పత్తి మరియు వాటి ధరల నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉంటాయి. ఈ విధంగా

$$6 : 10 = 30 : x$$

అంత్యముల లబ్దం, మధ్యమముల లబ్దం సమానం కనుక,

$$6 \times x = 10 \times 30$$

$$6x = 30 \times 10$$

$$x = \frac{10 \times 30}{6} = 50$$

$$x = ` \, 50$$

కనుక, పది గుడ్ల ధర = ` 50

ఈ సమస్యనే ఏకవస్తు మార్గం ద్వారా కూడా సాధించవచ్చు. అంటే ఒక గుడ్డు ధరను కనుగొని దాని వెలతో కావలసిన గుడ్ల సంఖ్యను గుణించడం ద్వారా కనుగొనవచ్చు.

6 గుడ్ల ధర = ` 30

1 గుడ్డు ధర = $\frac{30}{6}$ = ` 5

10 గుడ్ల ధర = 5×10 = ` 50

SCERT, TELANGANA

Example 5: 20 kgs of rice is needed for a family of 4 members. How many kgs of rice will be required if the number of members in the house increases to 10?

Method 1 : As the number of members increases, the quantity of rice required will also increase such that the ratio of number of members and the ratio of the quantity of rice is the same. Thus, the number of members and quantity of rice are in direct proportion.

Solution : Let x be the quantity of rice required for 10 members

Then $x : 20 = 10 : 4$

Since the product of the means is equal to the product of the extremes:

$$4x = 20 \times 10$$

$$x = \frac{20 \times 10}{4} = 50$$

$$x = 50 \text{ kgs}$$

$\therefore$ The quantity of Rice required for 10 members = 50 Kgs.

Method 2 : Unitary method

The quantity of Rice required for 4 members = 20 kgs.

Thus, quantity of Rice required for one member = $\frac{20}{4}$ = 5 kgs.

$\therefore$ The quantity of Rice required for 10 members = 10 × 5 = 50 kgs.

Example 6 : A jeep travels 90 km in 3 hours at a constant speed. In how many hours will the jeep cover 150 kms?

We know that as the distance travelled increases the time taken will also increase such that the ratio of the distances travelled and the ratio of the times taken is the same. Thus, the distance travelled and the time taken is directly proportional.

Solution : Let x be the number of hours for the jeep to cover 150 kms.

Thus, $x : 3 = 150 : 90$

Since the product of the means is equal to the product of the extremes

$$90\,x = 150 \times 3$$

$$x = \frac{150 \times 3}{90} = 5$$

$$x = 5$$

Therefore, time taken to cover 150 Km = 5 hours.

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 5 : నలుగురు సభ్యులు గల కుటుంబానికి 20 కి.గ్రా.ల బియ్యం అవసరం. సభ్యుల సంఖ్య 10 కి పెరిగిన ఎన్ని కి.గ్రా.ల బియ్యం అవసరమౌతుంది?

మొదటి పద్ధతి : సభ్యుల సంఖ్య పెరిగితే, కావలసిన బియ్యం పరిమాణం కూడా పెరుగుతుంది. అలాగే సభ్యుల నిష్పత్తి, కావలసిన బియ్యం పరిమాణాల నిష్పత్తులు సమానం. ఇలా సభ్యుల సంఖ్య, బియ్యం పరిమాణానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

సాధన : 10 మంది సభ్యులకు x కి.గ్రా.ల బియ్యం అవసరమనుకొనిన

$x : 20 = 10 : 4$

అంత్యముల లబ్ధం మధ్యమముల లబ్ధం సమానం కనుక,

$4x = 20 \times 10$

$$x = \frac{20 \times 10}{4} = 50$$

$x = 50$ కి.గ్రా.

రెండవ పద్ధతి : ఏకవస్తుమార్గం

నలుగురు సభ్యులకు అవసరమైన బియ్యం పరిమాణం = 20 కి.గ్రా.

ఒకరికి అవసరమయ్యే బియ్యం పరిమాణం = $\frac{20}{4}$ = 5 కి.గ్రా.

∴ 10 మంది సభ్యులకు అవసరమయ్యే బియ్యం పరిమాణం = 10×5 = 50 కి.గ్రా.

ఉదాహరణ 6 : ఒక జీపు 3 గంటల్లో 90 కి.మీ. ప్రయాణిస్తుంది. అదేవేగంతో ఎన్ని గంటల్లో ఆజీపు 150 కి.మీ. దూరాన్ని పూర్తి చేయగలదు?

సాధన : ప్రయాణించే దూరం పెరిగితే దానికి పట్టే కాలం పెరుగుతుందని మనకు తెలుసు. అలాగే వాటి నిష్పత్తులు కూడా సమానం. ఈ విధంగా ప్రయాణించే దూరం దానికి పట్టే కాలానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

150 కి.మీ. దూరం పూర్తి చేయడానికి పట్టే కాలం x గం॥లు అనుకొనిన

కావున, $x : 3 = 150 : 90$

అంత్యముల లబ్ధం, మధ్యమముల లబ్ధం సమానం కనుక

$90\,x = 150 \times 3$

$$x = \frac{150 \times 3}{90} = 5$$

$x = 5$ గంటలు.

అందువల్ల, 150 కి.మీ. దూరం పూర్తి చేయడానికి పట్టేకాలం = 5 గం॥లు.

SCERT, TELANGANA

Example 7 : The scale of a map is given as 1:30000. Two cities are 4 cm apart on the map. Find the actual distance between them.

Solution : Let the actual distance be x cm. Since the distance on the map is directly proportional to the actual distance,

$1:30000 = 4 : x$

Since the product of the means is equal to the product of the extremes

$x = 4 \times 30,000$

$= 1,20,000$ cm

$= 1.2$ kms (1 km = 1,00,000 cm)

Thus, two cities, which are 4 cm apart on the map, are actually 1.2 kms away from each other.

Try This

1. Place a 1litre empty bottle under a tap from which water is falling drop by drop due to leakage. How much time did it take to fill the bottle? Calculate how much water would be wasted in a year?

2. Take a clock and fix its minutes hand at 12.

Note the angles made by minutes hand in the given intervals of time **:**

Time Passed	(T_1)	(T_2)	(T_3)	(T_4)
(in minutes)	15	30	45	60
Angle turned	(A_1)	(A_2)	(A_3)	(A_4)
(in degree)	90	....	....	....

Is the angle turned through by the minute hand directly proportional to the time that has passed? Yes!

From the above table, you can also see

$T_1 : T_2 = A_1 : A_2$, because

$T_1 : T_2 = 15 : 30 = 1 : 2$

$A_1 : A_2 = 90 : 180 = 1 : 2$

Check if $T_2 : T_3 = A_2 : A_3$ and $T_3 : T_4 = A_3 : A_4$

You can repeat this activity by choosing your own time interval.

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 7 : ఒకపటం యొక్క స్కేలు 1 : 30,000 అని ఇవ్వబడినది. పటంలో రెండు పట్టణాలమధ్య 4సెం.మీ. ఉన్నది. ఆ రెండు పట్టణాల మధ్య గల నిజదూర మెంత?

సాధన : వాస్తవ దూరం x కి.మీ. అనుకొనుము. పటంలో దూరం, వాస్తవ దూరానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. కావున $1:30,000 = 4 : x$

అంత్యముల లబ్ధము, మధ్యముల లబ్ధమునకు సమానము కావున

$x = 4 \times 30,000$

$= 1,20,000$ సెం.మీ.

$= 1.2$ కి.మీ. ($\because$ 1 కి.మీ. = 1,00,000 సెం.మీ.)

ఈ విధంగా పటంలో 4 సెం.మీ. దూరంగల రెండు పట్టణాల మధ్య గల నిజదూరం 1.2 కి.మీ.

ప్రయత్నించండి

1. బొట్టు బొట్లుగా కారుతున్న ఒక కుళాయి క్రింద ఒక లీటరు ఖాళీ సీసాను ఉంచండి. అందులో ప్రతి నీటిచుక్కను భద్ర పరిస్తే, సీసా నిండటానికి ఎంత సమయం పడుతుందో చూడండి. ఈ విధంగా ఒక సంవత్సరానికి ఎంత నీరు వృథా అవుతుందో కనుగొనండి.
2. ఒక గడియారాన్ని తీసుకొని దాని నిమిషాల ముల్లును 12 వద్ద ఉంచండి.

ఇచ్చిన కాల వ్యవధులలో నిమిషాల ముల్లు చేసే కోణము, కాలములను పట్టికలో చూపండి.

కాలము	T_1	T_2	T_3	T_4
నిమిషాలలో	15	30	45	60
తిరిగిన కోణము	A_1	A_2	A_3	A_4
(డిగ్రీలలో)	90	....	....	....

నిమిషాల ముల్లు తిరిగిన కోణము కాలమునకు అనులోమానుపాతంలో ఉన్నదా? అవును.

పై పట్టిక నుంచి ఇవి గమనించవచ్చు.

$T_1 : T_2 = A_1 : A_2$, కావున

$T_1 : T_2 = 15 : 30 = 1 : 2$

$A_1 : A_2 = 90 : 180 = 1 : 2$

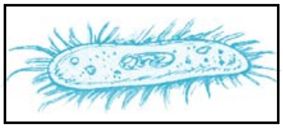
$T_2 : T_3 = A_2 : A_3$ మరియు $T_3 : T_4 = A_3 : A_4$ అవుతుందేమో సరిచూడండి.

ఇదే కృత్యాన్ని కొనసాగించి వివిధ కాల వ్యవధులకు ప్రయత్నించండి.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 6.3

1. A length of a bacteria enlarged 50,000 times attains a length of 5 cm. What is the actual length of the bacteria? If the length is enlarged 20,000 times only, what would be its enlarged length?



2. Observe the following tables and find if x is directly proportional .

(i)

x	20	17	14	11	8	5	2
y	40	34	28	22	16	10	4

(ii)

x	6	10	14	18	22	26	30
y	4	8	12	16	20	24	28

(iii)

x	5	8	12	15	18	20	25
y	15	24	36	60	72	100	125

3. Sushma has a road map with a scale of 1 cm representing 18 km. She drives on a road for 72 km. What would be her distance covered in the map?

4. On a Grid paper, draw five squares of different sizes. Write the following information in a tabular form.

	Square 1	Square 2	Square 3	Square 4	Square 5
Length of a side (L)					
Perimeter (P)					
Area (A)					

Find whether the length of a side is in direct proportion to:

(i) the perimeter of the square.

(ii) the area of the square.

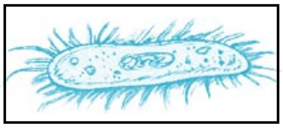
Ratios also appear in the form of percentages. We will learn about percentages and the various ways in which we use them in day-to-day life.

6.6 Percentages

- Soumya got 65% marks in Mathematics and Ranjeet got 59% marks.
- A cloth seller in whole-sale market makes a profit of 25% on silk sarees in the retail-market makes a profit of 10%.

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 6.3



1. ఒక బ్యాక్టీరియా పొడవును 50,000 రెట్లు పెద్దది చేయగా, 5 సెం.మీ. పొడవుంది అయిన బ్యాక్టీరియా అసలు పొడవెంత? ఒకవేళ 20,000 రెట్లు పెంచబడితే, బ్యాక్టీరియా పొడవు ఎంత ఉంటుంది ?

2. క్రింది పట్టికలను పరిశీలించి x, y లు అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయేమో పరిశీలించండి.

(i)

x	20	17	14	11	8	5	2
y	40	34	28	22	16	10	4

(ii)

x	6	10	14	18	22	26	30
y	4	8	12	16	20	24	28

(iii)

x	5	8	12	15	18	20	25
y	15	24	36	60	72	100	125

3. సుష్మ వద్ద ఒక రోడ్డు మ్యాప్ ఉన్నది. దాని స్కేలు 1సెం.మీ.కు 18 కి.మీ. గా ఇవ్వబడినది. ఆమె రోడ్డుపై 72 కి.మీ. వాహనం నడిపిన మ్యాప్‌పై ఎంత దూరం పూర్తి చేసినట్లో తెలపండి.

4. ఒక గళ్ళ కాగితముపై వివిధ కొలతలతో ఐదు చతురస్రాలను గీయండి. సమాచారాన్ని క్రింది పట్టికలో నింపండి.

	చతురస్రం 1	చతురస్రం 2	చతురస్రం 3	చతురస్రం 4	చతురస్రం 5
భుజం కొలత (L)					
చుట్టుకొలత (P)					
వైశాల్యం (A)					

భుజం కొలత క్రింది వాటికి అనులోమానుపాతంలో ఉందేమో కనుగొనండి.

ఎ) చతురస్ర చుట్టుకొలతకు

బి) చతురస్ర వైశాల్యంనకు

నిష్పత్తులు శాతముల రూపంలో కూడా ఉండవచ్చు. ఇప్పుడు మనం శాతముల గురించి, వాటిని నిత్యజీవితంలో ఎలా ఉపయోగిస్తామనే విషయాలను గురించి నేర్చుకుందాం.

6.6 శాతములు

- గణితంలో సౌమ్య 65% మార్కులను, రంజిత్ 59% మార్కులను తెచ్చుకున్నారు.
- ఒక వస్త్ర వ్యాపారి టోకు వ్యాపారంలో సిల్క్ చీరలపై 25% లాభమును, చిల్లర వ్యాపారం దుకాణంలో 10% లాభమును పొందును.

SCERT, TELANGANA

- Anita borrowed a loan of ₹ 10000 from the bank for one year. She has to pay a 10% interest at the end of the year.
- During festival season a T.V. seller was offering a discount of 10% and another was offening a discount of 15%.

The word '**percent**' means '**per every hundred**' or 'for a hundred'. The symbol '%' is used to represent percentage. Thus, 1% (one percent) means 1 out of a 100; 27% (27 percent) means 27 out of 100 and 93% (ninty three percent) means 93 out of a 100.

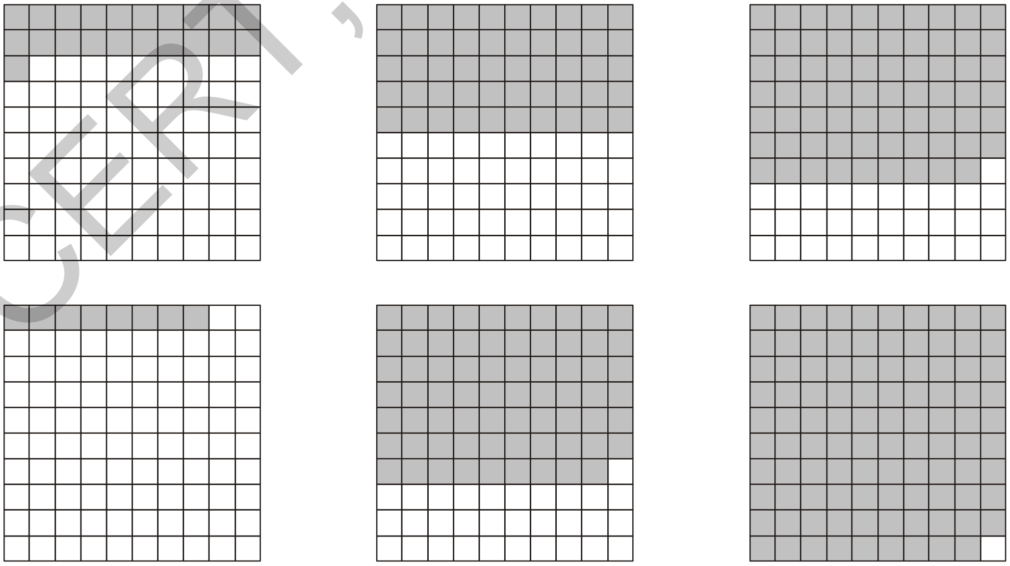
1% can also be written as $\frac{1}{100}$ or 0.01

27% can also be written as $\frac{27}{100}$ or 0.27

93% can also be written as $\frac{93}{100}$ or 0.93

Do This

1. Given below are various grids of 100 squares. Each has a different number of squares coloured. In each case, write the coloured and white part in the form of a (1) Percentage, (2) Fraction and (3) Decimal.



SCERT, TELANGANA

- బ్యాంకు నుంచి అనిత ` 10,000 లను ఒక సంవత్సరానికి అప్పుగా తీసుకుంది. దానిపై ఆమె 10% వడ్డీని సంవత్సరాంతమున చెల్లించాలి.
- పండుగల సందర్భంగా ఒక టి.వి. దుకాణదారు 10% రాయితీని, మరొకరు 15% రాయితీని ఇస్తున్నారు.

శాతము అనగా **'ప్రతి వందకు'** లేక వందకు అని అర్థం. శాతంను '%' గుర్తుతో సూచిస్తాము. ఈ విధంగా 1% (1 శాతము) అనగా 100కు 1 అని, 27% (27 శాతము) అనగా 100కు 27 అని మరియు 93% అనగా 100 కు 93 అని అర్థం.

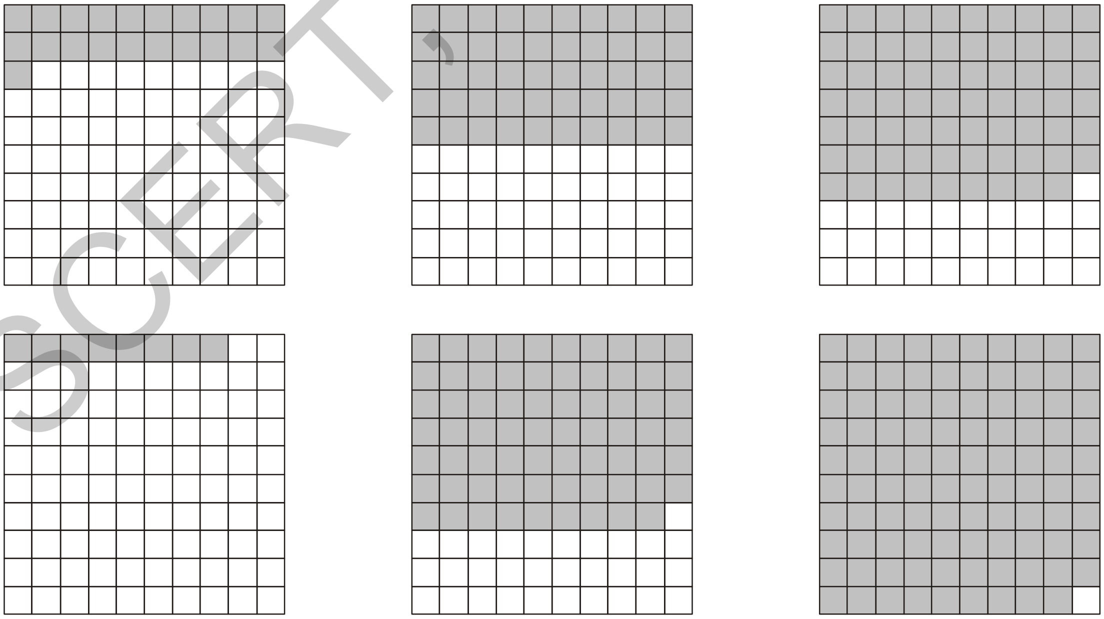
1% ను $\frac{1}{100}$ లేక 0.01 అని కూడా రాయవచ్చు.

27% ను $\frac{27}{100}$ లేక 0.27 అని కూడా రాయవచ్చు.

93% ను $\frac{93}{100}$ లేక 0.93 అని కూడా రాయవచ్చు.

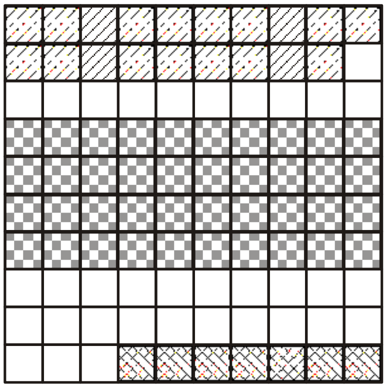
ఇవి చేయండి

1. కింద ఇవ్వబడిన 100 చదరాలు గల గళ్ళ కాగితంపై ప్రతి చిత్రంలోను కొన్ని గళ్ళను రంగుతో నింపారు. ప్రతి చిత్రం లోను గల రంగు గళ్ల భాగాన్ని, తెల్లని గళ్ల భాగాన్ని (1) శాతం గాను (2) భిన్నంగాను (3) దశాంశ భిన్నంగాను తెల్పండి.



SCERT, TELANGANA

2. Look at the grid paper given below and answer the following.



What percent represents ?

What percent represents ?

What percent represents ?

What percent represents ?

3. The strength particular of a school are given below. Express the strength of each class as a fraction, percentage of total strength of the school.

Class	No. of children	As a fraction	As a percentage
VI	17		
VII	15		
VIII	20		
IX	30		
X	18		
Total	100		

In all the above examples the total number is 100. How do we find percentages when the total is not hundred?

Example. 8 : In a class there are 35 girls and 15 boys. What is the percentages of boys and what is the percentage of girls?

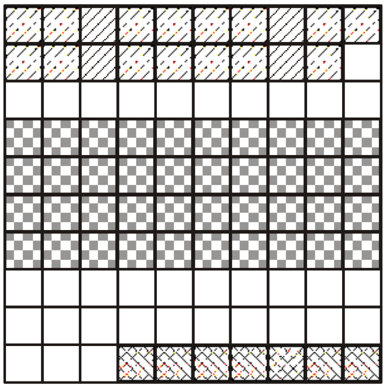
Solution: Sudhir solved it like this;

Method - 1

Student	Number	Fraction	Converting denominator into hundred	As a percentage
Girls	35	$\frac{35}{50}$	$\frac{35}{50}\times\frac{100}{100}=\frac{70}{100}$	70%
Boys	15	$\frac{15}{50}$	$\frac{15}{50}\times\frac{100}{100}=\frac{30}{100}$	30%
Total	50			

SCERT, TELANGANA

2. కింది గ్రిడ్ పేపర్‌ను చూచి ప్రశ్నలకు జవాబివ్వండి.



భాగం ఎంత శాతమును సూచిస్తుంది?

భాగం ఎంత శాతమును సూచిస్తుంది?

భాగం ఎంత శాతాన్ని సూచిస్తుంది?

భాగం ఎంత శాతాన్ని సూచిస్తుంది?

3. కింద ఇవ్వబడిన సమాచారంతో వివిధ తరగతుల పిల్లల సంఖ్యను మొత్తం పిల్లల సంఖ్యలో భిన్నంగా, శాతంగా రాయుము.

తరగతి	పిల్లల సంఖ్య	భిన్నరూపంలో	శాతరూపంలో
VI	17		
VII	15		
VIII	20		
IX	30		
X	18		
మొత్తం	100		

పై అన్ని ఉదాహరణలలో మొత్తం సంఖ్య 100. మొత్తం సంఖ్య 100 కానప్పుడు శాతాలను ఎలా కనుగొంటాం?

ఉదాహరణ 8 : ఒక తరగతిలో 35 మంది బాలికలు మరియు 15 మంది బాలురు కలరు. బాలికల శాతం, బాలుర శాతం కనుగొనుము.

సాధన : సుధీర్ కింది విధంగా సాధించాడు.

పద్ధతి- 1

విద్యార్థులు	సంఖ్య	భిన్నం	హారాలను 100 కు మార్చగా	శాతంలో
బాలికలు	35	$\frac{35}{50}$	$\frac{35}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{70}{100}$	70%
బాలురు	15	$\frac{15}{50}$	$\frac{15}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{30}{100}$	30%
మొత్తం	50			

SCERT, TELANGANA

Method - 2

Anwar found the percentage of girls and boys like this.

Total students 35 + 15 = 50

Out of 50 students there are 35 girls

Thus, out of 100 students there will be $\frac{35}{50} \times 100 = 70$ girls

Method - 3

Reena solved it like this.

$$\frac{35}{50} \times \frac{2}{2} = \frac{70}{100} = 70\%$$

We see that there are three methods that can be used to find percentage when the total does not add up to 100. In the first table, we multiply the fraction by $\frac{100}{100}$. This does not change the value of the fraction. Subsequently, only 100 remains in the denominator. Reena has multiplied by it $\frac{2}{2}$ to get 100 in the denominator. Anwar has used the unitary method. You can choose any of the methods or you can also find your own method.

Does Anwar's method work for all ratios? Does the method be used by Reena also work for all ratios?

Anwar says Reena's method can be used only if you can find a natural number which on multiplication with the denominator gives 100. Since denominator was 50, she could multiply it by 2 to get 100. If the denominator was 60, she would not have been able to use this method. Do you agree?

Example 9 : Shirt "A" has $\frac{3}{5}$ cotton where as shirt "B" has $\frac{3}{4}$ cotton.

(i) What is the percentage of cotton in each shirt?

(ii) Which shirt has more percentage of cotton?

Solution : The percentage of cotton in shirt "A" = $\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$

The percentage of cotton in shirt "B" = $\frac{3}{4} \times 100 = 75\%$

shirt "B "has more percentage of cotton.

SCERT, TELANGANA

పద్ధతి - 2

అన్వర్ బాలికల శాతం, బాలుర శాతం ఇలా కనుగొన్నాడు.

మొత్తం విద్యార్థులు = 35 + 15 = 50

50 మంది విద్యార్థుల్లో 35 మంది బాలికలు

ఈ విధంగా, 100 మంది విద్యార్థులకు గాను $\frac{35}{50} \times 100 = 70$ మంది బాలికలు.

పద్ధతి - 3

రీనా ఇలా సాధించింది.

$$\frac{35}{50} \times \frac{2}{2} = \frac{70}{100} = 70\%$$

మొత్తము 100 కానపుడు, శాతములను కనుగొనడానికి పైన మూడు పద్ధతులను తెలుసుకున్నాం.

ఒకటవ పద్ధతిలో భిన్నాన్ని $\frac{100}{100}$ చే గుణిస్తాము. దీని వల్ల భిన్నం యొక్క విలువ మారదు.

ఈ క్రమంలో 100 హారంగా ఉంటుంది. రీనా, హారంలో 100 రావడానికి $\frac{2}{2}$ చే గుణించింది. అన్వర్ ఏకాంక పద్ధతిని ఏకవస్తు మార్గాన్ని ఉపయోగించాడు. వీటిలో నీవు ఏ పద్ధతినైనా ఎన్నుకోవచ్చు. లేదా సొంత పద్ధతిన కనుక్కోవచ్చు.

మరి అన్వర్ వాడిన పద్ధతి అన్ని నిష్పత్తులకు పనిచేస్తుందా? రీనా ఉపయోగించిన పద్ధతి అన్ని నిష్పత్తులకు వుపయోగపడుతుందా?

రీనా వాడిన పద్ధతి ప్రకారం హారమును ఒక సహజ సంఖ్యచే గుణించగా 100 వస్తుందని అన్వర్ అన్నాడు. ఇక్కడ హారము 50 కనుక దీన్ని 2 చే గుణించగా 100 వచ్చింది. ఒకవేళ హారము 60 అయిన ఈ పద్ధతి ఉపయోగ పడదని అంగీకరిస్తావా?

ఉదాహరణ 9 : "A" అనే చొక్కాలో $\frac{3}{5}$ వ వంతు నూలు, "B" అనే మరొక చొక్కాలో $\frac{3}{4}$ వ వంతు నూలు వాడిన

ఎ) ప్రతి చొక్కాలోని నూలు శాతమెంత?

బి) ఏ చొక్కాలో నూలు శాతం ఎక్కువగా ఉన్నది?

సాధన : "A" చొక్కాలోని నూలు శాతం = $\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$

"B" చొక్కాలోని నూలు శాతం = $\frac{3}{4} \times 100 = 75\%$

B చొక్కాలోని నూలు శాతం ఎక్కువ.

SCERT TELANGANA

Example 10 : Ganga went to a tailor with 1 mt. cloth. She asked him to make a blouse to her. The tailor used 0.75 mts of cloth to make the blouse and returned the remaining cloth to Ganga.

What percentage of the cloth (i) is used in making the blouse (ii) is given back to Ganga?

Solution : The tailor used 0.75 mts of cloth.

The percentage of cloth used = 0.75 × 100%

$$= \frac{75}{100} \times 100\,\%$$

$$= 75\%$$

The tailor returned 1 – 0.75 = 0.25 mts of cloth.

The percentage of cloth returned = 0.25 × 100%

$$= \frac{25}{100} \times 100\,\%$$

$$= 25\,\%$$

SCERT, TELANGANA

Example 11 : Last year the cost of a commodity was ` 40. This year, the cost of the comodity increased to ` 50. What is the percentage change in its price?

Solution : Percentage increase in price $= \dfrac{\text{change in amount}}{\text{original amount}} \times 100\,\%$

$$= \frac{50-40}{40} \times 100\,\%$$

$$= \frac{10}{40} \times 100\% = \frac{1000}{40}\% = 25\,\%$$

Example 12 : Shyam's monthly income is ` 10,000. He spends 60% of it on family expenses, 10% on medical expenses, 5% on donations and saves by 25%. Find the amount he spends on each item?

ఉదాహరణ 10 : గంగ ఒక దర్జీ వద్దకు 1 మీటరు గుడ్డతో వెళ్ళి, ఒక రవికను కుట్టమని అడిగింది. దర్జీ 0.75 మీటర్ల గుడ్డను వాడి మిగిలిన దాన్ని తిరిగి గంగకు ఇచ్చేశాడు.

ఎ) రవికను కుట్టడానికి ఎంత శాతం గుడ్డను ఉపయోగించాడు?

బి) గంగకు తిరిగి ఇచ్చిన గుడ్డ శాతం ఎంత?

సాధన : దర్జీ వాడిన గుడ్డ కొలత = 0.75 మీటర్లు

ఉపయోగించిన గుడ్డశాతం = $0.75 \times 100\%$

$$= \frac{75}{100} \times 100\,\%$$

$$= 75\%$$

దర్జీ తిరిగి ఇచ్చిన గుడ్డ కొలత = 1 – 0.75 = 0.25 మీటర్లు

ఉపయోగించని గుడ్డ శాతం = $0.25 \times 100\%$

$$= \frac{25}{100} \times 100\%$$

$$= 25\%$$

ఉదాహరణ 11 : గత సంవత్సరం ఒక వస్తువు ధర ` 40. ఈ సంవత్సరం దాని ధర ` 50 లకు పెరిగినది. ధరలో పెరుగుదల శాతమెంత?

సాధన : ధరలో పెరుగుదల శాతం $= \frac{\text{ధరలో మార్పు}}{\text{అసలు ధర}} \times 100\,\%$

$$= \frac{50-40}{40} \times 100\,\%$$

$$= \frac{10}{40} \times 100\% = \frac{1000}{40}\% = 25\,\%$$

ఉదాహరణ 12 : శ్యామ్ అతని ఆదాయంలో 25% పొదుపుకు, ఖర్చులకు 60%, వైద్యానికి 10%, విరాళములకు 5% కేటాయించాడు. అతని నెలసరి ఆదాయం ` 10,000 అయిన ప్రతి అంశానికి కేటాయించిన మొత్తం ఎంత?

SCERT, TELANGANA

Solution : Amount spent on family expenses $= \frac{60}{100} \times 10000 =$ ₹ 6000

Similarly, amount spent on medical expenses $= \frac{10}{100} \times 10000 =$ ₹ 1000

Amount spent on donations $= \frac{5}{100} \times 10000 =$ ₹ 500

Amount saved $= \frac{25}{100} \times 10000 =$ ₹ 2500

Exercise - 6.4

1. In a school X, 48 students appeared for 10th class exam out of which 36 students passed. In another school Y, 30 students appeared and 24 students passed. If the District Educational Officer wants to give an award on the basis of pass percentage. To which school will he give the award?
2. Last year the cost of 1000 articles was ₹5000. This year it goes down to ₹4000. What is the percentage of decrease in price?
3. 64% + 20% + ...?....... = 100%
4. Sri Jyothi has a basket full of bananas, oranges and mangoes. If 50% are bananas, 15% are oranges, then what percent are mangoes?
5. On a rainy day, out of 150 students in a school 25 were absent. Find the percentage of students absent from the school? What percentage of students is present?
6. Out of 12000 voters in a constituency, 60% voted. Find the number of people voted in the constituency?
7. A local cricket team played 20 matches in one season. If it won 25% of them and lost rest. How many matches did it loose?
8. In every gram of gold, a goldsmith mixes 0.25 grams of silver and 0.05 grams of copper. What is the percentage of gold, silver and copper in every gram of gold?
9. 40% of a number is 800 then find the number?

SCERT, TELANGANA

సాధన : కుటుంబ ఖర్చులకు $= \frac{60}{100} \times 10000 = $ ` 6000

వైద్య ఖర్చులకు $= \frac{10}{100} \times 10000 = $ ` 1000

వినోదములకు $= \frac{5}{100} \times 10000 = $ ` 500

పొదుపునకు $= \frac{25}{100} \times 10000 = 2500$

అభ్యాసం - 6.4

1. X అనే ఒక పాఠశాలలో పదవ తరగతి పరీక్షలలో 48 మందికి గాను 36 మంది ఉత్తీర్ణులైనారు. Y అనే మరొక పాఠశాలలో 30 మందికి గాను 24 మంది ఉత్తీర్ణులయ్యారు. జిల్లా విద్యాశాఖాధికారి ఉత్తీర్ణత శాతాన్ని బట్టి అవార్డు ఇవ్వాలనుకున్నారు. ఏ పాఠశాలకు అవార్డు ఇస్తారు?

2. గత సంవత్సరం 1000 వస్తువుల ధర ` 5000లు ఈ సంవత్సరం వాటి వస్తువుల ధర ` 4000లకు పడిపోయినది. ధరలో తగ్గుదల శాతమెంత?

3. 64% + 20% + ... = 100%

4. శ్రీజ్యోతి బుట్ట నిండా అరటిపండ్లు, కమలాలు, మామిడి పండ్లు ఉన్నాయి. అందులో 50% అరటిపండ్లు, 15% కమలాలు ఉన్న మామిడి పండ్ల శాతమెంత?

5. ఒక పాఠశాలలో వర్షం పడిన రోజున 150 మంది విద్యార్థులకు గాను, 25 మంది పాఠశాలకు రాలేదు. అయిన రాని విద్యార్థుల శాతమెంత? అలాగే వచ్చిన విద్యార్థుల శాతమెంత?

6. ఒక నియోజక వర్గంలోని 12000 మంది ఓటర్లలో 60% మంది ఓటువేశారు. అయిన ఓటు వేసిన వారి సంఖ్య ఎంత?

7. ఓ స్థానిక క్రికెట్ టీమ్ 20 మ్యాచ్‌లను ఆడగా అందులో 25% మ్యాచ్‌లలో విజయం సాధించింది. అయిన ఆ టీమ్ కోల్పోయిన మ్యాచ్‌ల సంఖ్య ఎంత?

8. ఒక కంసాలి ప్రతి గ్రాము బంగారానికి 0.25 గ్రాముల వెండిని, 0.05 గ్రాముల రాగిని కలుపుతాడు. ప్రతి గ్రాము బంగారంలో గల బంగారు, వెండి, రాగిల శాతాలను కనుగొనండి.

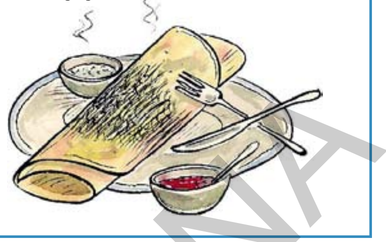
9. ఒక సంఖ్యలో 40 శాతము 800 కి సమానమైన, ఆ సంఖ్య ఎంత?

SCERT, TELANGANA

Try This

1. Population of our country as per 2011 census is about 12×10^8 (120,00,00,000)

   If the population of our country increases by 3% every year what will be the population by 2012?



2. (i) Can you eat 75% of a dosa?

   (ii) Can the price of an item go up by 90%?

   (iii) Can the price of an item go up by 100%?

Project Work

Fill up the following table showing the amount of time you spend on various activities in a day and calculate the percentage of time on each activity.

Activity	No. of hours	% of a day
For brushing bathing and getting ready for school		
In school		
For reading and doing home work		
For playing / watching TV/helping parents		
For sleeping		

6.7 Some situations in which we use percentages

We use percentages to express profit and loss, discount and interest. Expressing these in percentages makes comparisons easy.

6.7.1 Profit and Loss

- A potter makes pots on the wheel, then bakes them in a kiln and decorates them with paint. He spends ₹ 3 on material, ₹ 2 on baking and ₹ 1 on painting the each pot. He sells each pot for ` 10. Does the potter make profit or loss?
- A toy maker makes a toy for ₹ 50 and sells it for ₹ 75. Does he make profit or loss?
- A trader buys shirts at ₹ 540 each. The shirts remain unsold till the end of the year. The trader sells them at ₹ 500 each at year end. Did the trader make a profit or a loss?

SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

1. 2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం మన దేశజనాభా సుమారుగా 12×10^{8} (120,00,00,000) ప్రతి సంవత్సరం మన జనాభా 3% వంతున పెరిగితే 2012 లో మన జనాభా ఎంత ఉంటుంది?

2. ఎ) ఒక దోశలో 75% ను తినగలవా?

   బి) ఒక వస్తువు వెల 90% పెరగగలదా?

   సి) ఒక వస్తువు వెల 100% పెరగ గలదా?

ప్రాజెక్ట్ పని

ఒక రోజులో వివిధ పనులకు నీవు కేటాయించే సమయాన్ని కింది పట్టికలో నింపి, రోజులో అది ఎంత శాతమో కనుగొనండి.

పనులు	కేటాయించిన సమయం	ఒక రోజులో శాతంగా (గంటల్లో)
పండ్లు తోముట, స్నానం, పాఠశాలకు సిద్ధమవుటకు		
పాఠశాలలో గడుపుటకు		
ఇంటిపనికి, చదువుకొనుటకు		
ఆడుకొనుటకు, టి.వి. చూచుటకు, తల్లిదండ్రులకు సహాయపడుటకు		
నిద్రించుటకు		

6.7 శాతాలలో వాడే కొన్ని సందర్భాలు

శాతాలను మనం లాభనష్టాలని వ్యక్తపరచటానికి రుసుము, వడ్డీలను తెలపడానికి ఉపయోగిస్తాము. శాతము ద్వారా వ్యక్తపరచడం వలన సులభంగా మనం పోల్చవచ్చు.

6.7.1 లాభము – నష్టము

- ఒక కుమ్మరి మట్టి కుండలను తయారుచేసి కాల్చి, రంగులు వేయును. అతను ముడి పదార్థములకై ` 3 లను, కాల్చుటకు ` 2 లను మరియు రంగులకై ` 1 ఖర్చుచేయును. అతను ప్రతి కుండను ` 10 లకి అమ్మిన లాభమా? నష్టమా?
- ఒక ఆట-వస్తువుల తయారీదారు ` 50 లకు ఒక బొమ్మను చేసి ` 75 చొప్పున అమ్మినచో లాభమా? లేక నష్టమా?
- ఒక వ్యాపారి చొక్కాలను ఒక్కొక్కటి ` 500 చొప్పున కొనెను. సంవత్సరాంతమున ` 540 చొప్పున అమ్మితే అతనికి లాభమా? లేక నష్టమా?

SCERT, TELANGANA

- Amar is a gold merchant. He bought 10 gms of gold worth ₹15000 in the last year. Now its rate has gone up to ₹20000. Will Amar make a profit or a loss on selling the gold at present rate?

In each of the above situations, you can calculate the amount of profit or loss. However, many a times percentages are used in expressing the profit or loss made in a transaction.

Example 13 : Ramayya bought some pens for ₹200 and he sold them for ₹ 240 whereas Somayya bought some pens for ₹ 500 and he sold them for ₹ 575. Who made more profit?

Solution : To find the profit we compare selling price to the cost price.

Profit = selling price – cost price or P = SP – CP

Ramayya's Profit = ₹ 240 – ₹ 200 = ₹ 40

Somayya's Profit = ₹ 575 – ₹ 500 = ₹ 75

It appears like Somayya made more profit as he made a profit of ₹ 75 whereas Ramayya made a profit of ₹ 40 only. Is this correct?

Ramayya made a profit of ₹ 40 when he invested an amount of ₹200 whereas Somayya made a profit of ₹ 75 when he invested an amount of ₹ 500.

Thus, Ramayya's ratio of profit to cost price = $\frac{40}{200}$ and

Somayya's ratio of profit to cost price = $\frac{75}{500}$

To compare profit, cost ratios we convert them in to percentages.

Profit percentage = $\frac{\text{Profit}}{\text{CP}} \times 100$

Thus, Ramayya's profit percentage

$= \frac{40}{200} \times 100\,\% = 20\,\%$

Somayya's profit percentage $= \frac{75}{500} \times 100\,\% = 15\%$

Ramayya earn a profit of 20% or ₹ 20 on investment of ₹ 100.

Somayya earns a profit of 15% or ₹ 15 on investment of ₹100.

Thus, Ramaya earns more profit than Somayya.

SCERT, TELANGANA

- అమర్ 10 గ్రాముల బంగారమును ` 15,000 కు గత సంవత్సరములో కొనెను. బంగారము రేటు ఈ సంవత్సరము ` 20,000కు పెరిగెను. ప్రస్తుత ధరకు బంగారం అమ్మిన అమర్‌కు లాభమా? నష్టమా?

పై అన్ని సందర్భాలకు వచ్చు లాభము లేదా నష్టమును కనుగొనగలరు. కానీ లాభనష్టాలను కొనడం, అమ్మడం మొదలగు లావాదేవీలలో శాతాలను ఉపయోగించి చెప్పటం అర్థవంతంగా ఉంటుంది.

ఉదాహరణ 13 : రామయ్య కొన్ని కలాలను ` 200 లకు కొని వాటిని ` 240 లకు అమ్మెను. సోమయ్య కొన్ని కలాలను ` 500 లకు కొని వాటిని ` 575 లకు అమ్మెను. ఎవరు ఎక్కువ లాభాన్ని ఆర్జించినట్లుగా చెప్పవచ్చు?

సాధన : లాభమును కనుగొనుటకు అమ్మినవెల, కొన్నవెలలను పోల్చవలెను.

లాభము = అమ్మినవెల – కొన్నవెల

రామయ్యకు వచ్చిన లాభము = ` 240 – ` 200 = ` 40

సోమయ్యకు వచ్చిన లాభము = ` 575 – ` 500 = ` 75

పై ఫలితాలను బట్టి సోమయ్యకు ఎక్కువ లాభం వచ్చినదని అనటం సరియైనదా?

రామయ్య పెట్టుబడి ` 200 లకు గాను వచ్చిన లాభం ` 40

సోమయ్య పెట్టుబడి ` 500 లకు గాను వచ్చిన లాభం ` 75

అందువలన నిష్పత్తుల రూపంలో లాభం మరియు పెట్టుబడులను తెల్పిన

రామయ్య లాభం, కొన్నవెలల నిష్పత్తి = $\frac{40}{200}$ మరియు

సోమయ్య లాభం, కొన్నవెలల నిష్పత్తి = $\frac{75}{500}$

నిష్పత్తులను పోల్చుటకు వాటిని శాతాలలోనికి మారుస్తాము.

లాభశాతం = $\frac{\text{లాభం}}{\text{కొన్నవెల}} \times 100$

కావున రామయ్య లాభశాతం = $\frac{40}{200} \times 100 = 20\%$

సోమయ్య లాభశాతం = $\frac{75}{500} \times 100\,\% = 15\%$

రామయ్య లాభశాతం 20% అంటే ` 100 కు లాభము ` 20.

సోమయ్య లాభశాతం 15% అంటే `100 కు లాభము ` 15.

కాబట్టి రామయ్యకు ఎక్కువ లాభం వచ్చినట్లు చెప్పవచ్చు.

SCERT, TELANGANA

Example 14 : A shop keeper bought a TV for ` 9000 and he sold it for ` 10,000. Find the profit or loss? calculate percentage.

Solution : **Gopal solved the problem in the following way:**

Cost price (CP) of the TV = ` 9000

Selling price (SP) of the TV = ` 10,000

As SP is greater than CP, the shopkeeper makes a profit:

Profit (P) = ₹ 10000 – ₹ 9000 = ₹ 1000

Thus, when the CP is ₹ 9000, the shopkeeper makes a profit of ₹ 1000

The ratio of profit and cost is $\frac{1000}{9000}$

To find the profit percentage we multiply this ratio with 100%

i.e. $\frac{1000}{9000} \times 100\% = \frac{100}{9}\% = 11\frac{1}{9}\%$

Madhu solved this problem using proportion.

When the CP is ₹ 9000, the profit is ₹ 1000.

Now, when CP is ₹ 100, let the profit be ₹ x.

We know that the CP and profit are directly proportional thus, ratio of profit and the ratio of cost price (CP) will be same in both cases.

Therefore, $x : 1000 = 100 : 9000$

$$\frac{x}{1000} = \frac{100}{9000}$$

$$9000 \times x = 1000 \times 100$$

$$x = \frac{1000 \times 100}{9000} = 11\frac{1}{9}.$$

Thus, the profit % $= 11\frac{1}{9}$ %

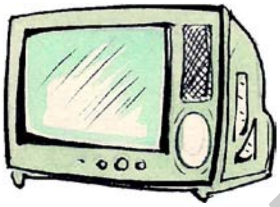
Try This

The cost price of 5 mangoes is equal to the selling price of 2 mangoes. Find the profit percent?

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 14 : ఒక వ్యాపారి ఒక టి.వి. ను ` 9000లకు కొని ` 10000 లకు అమ్మిన అతనికి వచ్చునది లాభమా? నష్టమా? ఎంత శాతం?

సాధన : **గోపాల్ ఈ విధంగా సాధించాడు.**



టి.వి. కొన్నవెల (కొ.వె.) = ` 9000

టి.వి. అమ్మిన వెల (అ.వె.) = ` 10,000

అ.వె.> కొన్న వెల. కావున లాభం వస్తుంది.

లాభం = 10,000 – 9,000 = ` 1000

అందువలన కొ.వె. ` 9,000 అయినపుడు వచ్చిన లాభం ` 1000.

లాభం మరియు కొ.వె.ల నిష్పత్తి = $\frac{1000}{9000}$

లాభశాతంను కనుగొనుటకు ఈ నిష్పత్తిని 100% చే గుణించాలి.

అంటే $\frac{1000}{9000} \times 100\% = \frac{100}{9}\% = 11\frac{1}{9}\%$

మధు ఈ సమస్యను అనుపాత ధర్మంతో ఇలా సాధించాడు.

కొ.వె. ` 9000 అయినపుడు లాభం ` 1000

ఇప్పుడు కొ.వె. ` 100 అయిన లాభం x అనుకొనిన, లాభం మరియు కొ.వె.లు అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయని మనకు తెలుసు. కావున లాభాల నిష్పత్తి, కొ.వె. ల నిష్పత్తికి సమానం.

కావున, $x : 1000 = 100 : 9000$

$$\frac{x}{1000} = \frac{100}{9000}$$

$$9000 \times x = 1000 \times 100$$

$$x = \frac{1000 \times 100}{9000} = 11\frac{1}{9}$$

కావున లాభశాతం $= 11\frac{1}{9}\%$

ప్రయత్నించండి

5 మామిడి పండ్ల కొన్నవెల 2 మామిడి పండ్ల అమ్మినవెలకు సమానమైన లాభ శాతమెంత?

SCERT, TELANGANA

Example 15 : Suppose a person buys an article for ₹650/- and gains 6% on selling it. Find the selling price?

Solution : **Ravi solved it like this:**

CP = ₹ 650

Gain % = 6%

So, if the CP is ₹100 then gain is ₹6 and SP is 100 + 6 = ₹106

Now, when the CP is ₹650 let the SP be ₹ x.

The CP and SP are directly proportional

Therefore, The ratio of CP = ratio of SP

100 : 650 = 106 : x

$$\frac{100}{650} = \frac{106}{x}$$

Therefore, 100 x = 106 × 650

Therefore, $$x = \frac{106 \times 650}{100} = 689$$

Thus, the SP = ₹689

Arun solved it like this:

CP = ₹650

Profit % = 6%

Thus, profit = 6% of 650

$$\frac{6}{100} \times 650 = 39$$

We know that SP = CP + Profit

Thus, SP = 650 + 39 = ₹689

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 15 : ఒకడు ఒక వస్తువును ` 650 లకు కొని అమ్మడం ద్వారా 6% లాభాన్ని పొందెను. అ.వె. కనుగొనండి.

సాధన : **రవి సాధన ఇలా ఉంది.**

కొ.వె. = ` 650

లా.శా. = 6%

అంటే కొ.వె. ` 100 అయిన లాభం ` 6 అపుడు అ.వె. = 100 + 6 = ` 106

కాని కొ.వె. 650 మరియు అ.వె. ` x అనుకొనిన

(కొ.వె. మరియు అ.వె.లు అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయి)

కొ.వె. ల నిష్పత్తి = అ.వె.ల నిష్పత్తి

100 : 650 = ` 106 : x

$$\frac{100}{650} = \frac{106}{x}$$

కావున, $100\,x = 106 \times 650$

కావున, $$x = \frac{106 \times 650}{100} = 689$$

అంటే అ.వె. = 689

అరుణ్ పై లెక్కను ఇలా సాధించాడు.

కొ.వె. = ` 650

లాభశాతం = 6%

కావున లాభం = ` 650 లో 6%.

$$= \frac{6}{100} \times 650 = 39$$

అ.వె. = కొ.వె. + లాభం అని మనకు తెలుసు.

కావున, అ.వె. = 650 + 39 = ` 689.

SCERT, TELANGANA

Example 16 : Ramesh sold a D.V.D player for ` 2800 at a gain of 12%. For how much did he buy it?

Solution : **Naik solved it using proportion.**

Gain % = 12%

SP = ₹ 2800

So, If CP is ₹ 100, then SP is ₹ 112

When SP = ₹ 2800, let its CP be ₹ x.

CP and SP are directly proportional

Thus, ratio of CP = ratio of SP

$x : 100 = 2800 : 112$

$$\frac{x}{100} = \frac{2800}{112}$$

Therefore, $112 \times x = 100 \times 2800$

Therefore, $x = \frac{100 \times 2800}{112} =$ ₹ 2500

Thus, CP = ₹ 2500

Meena solved it using unitary method.

S.P = 2800

Gain = 12%

If CP is 100, then profit is 12

SP= 100+12=112

So, when SP in ₹ 112 then CP is ₹ 100

Therefore, when SP is 1 then CP is $\frac{100}{112}$

Thus, when SP is ₹2800 then CP is $\frac{100}{112} \times 2800$ = ₹ 2500

CP = ₹ 2500

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 16 : రమేష్ ఒక D.V.D ప్లేయర్‌ను ` 2800 కు అమ్మడం ద్వారా 12% లాభాన్ని పొందెను. అయిన కొ.వె. ఎంత?

సాధన : **నాయక్ అనుపాత ధర్మం ద్వారా ఇలా సాధించాడు.**

లా.శా. = 12%

అ.వె. = ` 2800

కనుక కొ.వె. ` 100 అనుకొంటే అ.వె. ` (100+12) = ` 112 అవుతుంది.

కానీ అ.వె. ` 2800 మరియు కొ.వె. x అనుకుంటే

కొ.వె., అ.వె.లు అనులోమాను పాతంలో ఉంటాయి.

$$x : 100 = 2800 : 112$$

$$\frac{x}{100} = \frac{2800}{112}$$

కావున, $112 \times x = 100 \times 2800$

కావున, $x = \dfrac{100 \times 2800}{112} = 2500$

కావున, కొ.వె. = ` 2500

మీనా ఏకవస్తు మార్గం ద్వారా ఇలా సాధించింది.

అ.వె. = ` 2800

లా.శా. = 12%

అంటే కొ.వె. ` 100 అయిన లాభం ` 12

కావున, అ.వె. = 100 + 12 = ` 112

అ.వె. ` 112 అయిన కొ.వె. ` 100 అవుతుంది.

అందుచే, అ.వె. ` 1 అయిన కొ.వె. $= \dfrac{100}{112}$

కాబట్టి అ.వె. ` 2800 అయిన కొ.వె. $= \dfrac{100}{112} \times 2800$ = ` 2500

కొ.వె. = ` 2500

SCERT, TELANGANA

Example 17 : A man sold two cycles for ₹3000 each, gaining 20% on one and losing 20% on the other. Find his gain or loss percentage on the whole transaction?

Solution: SP = ₹ 3000

Gain% on first cycle = 20%

Loss% on second cycle = 20%

Method-1: **Using the unitary method**

For first cycle

If CP is ₹ 100, then the profit is ₹ 20 and SP = 100 + 20 = ₹120

Thus, if SP is ₹ 120 then CP is ₹100

Now, if SP is 1 then CP is $= \frac{100}{120}$

Now, if SP is ₹ 3000 then CP $= \frac{100}{120} \times 3000$ = ₹ 2500

For second cycle

If CP is ₹ 100 then the loss is 20 and since Loss = Cost price – Selling price

Here SP will be = 100 – 20 = ₹ 80

Thus, if SP is ₹ 80 then CP is = ₹ 100

Now, if SP is Rs. 1 then CP is $= \frac{100}{80}$

Now, if SP is ₹ 3000 then CP is $= \frac{100}{80} \times 3000$ = ₹ 3750

Total CP = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

Total SP = ₹ 3000 + ₹ 3000 = ₹ 6000

Since SP is less than CP, loss = 6250 – 6000 = ₹ 250

Loss % $= \frac{loss}{CP} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

Method-2: **Using proportion**

On the first cycle:

When CP increases SP will increase, thus CP and SP are in direct proportion.

CP	SP
100	120
x	3000

Thus, the ratio of CP = ratio of SP

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 17 : ఒక వ్యక్తి రెండు సైకిళ్ళను ఒక్కొక్కటి ` 3000 లకు అమ్మెను. ఒక దానిపై 20% లాభం, రెండవ దానిపై 20% నష్టం వచ్చెను. మొత్తం మీద అతనికి లాభమా? నష్టమా? ఎంతశాతం?

సాధన : అ.వె. = ` 3000

మొదటి సైకిల్ పై లా.శా. = 20%

రెండవ సైకిల్ పై నష్టశాతం = 20%

పద్ధతి-1: ఏక వస్తుమార్గం ద్వారా సాధన

మొదటి సైకిల్ :

కొ.వె. ` 100 మరియు లాభం ` 20 అనుకొనిన అ.వె. = ` 100 + 20 = ` 120

అంటే 20% లాభానికి అ.వె. ` 120 అయిన కొ.వె. = ` 100

అంటే అ.వె. ` 1 అయిన కొ.వె. = ` $\frac{100}{120}$

కనుక అ.వె. ` 3000 అయినపుడు కొ.వె. = $\frac{100}{120} \times 3000$ = ` 2500

రెండవ సైకిల్ :

కొ.వె. ` 100 మరియు నష్టం ` 20 అనుకొనిన అ.వె. = ` 100 – 20 = ` 80

కనుక 20% నష్టానికి అ.వె. ` 80 అయిన కొ.వె. = ` 100

ఈ విధంగా అ.వె. ` 3000 అయినపుడు కొ.వె. = $\frac{100}{80} \times 3000$ = ` 3750

ఇప్పుడు కొ.వె.ల మొత్తం = ` 2500 + ` 3750 = ` 6250

అ.వె.ల మొత్తం = 3000 + 3000 = ` 6,000

కానీ అ.వె. < కొ.వె. కావున నష్టం = 6250 – 6000 = ` 250

నష్టశాతం = $\frac{\text{నష్టం}}{\text{కొన్న వెల}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

పద్ధతి-2: అనుపాత ధర్మం ద్వారా సాధన

మొదటి సైకిల్ :

కొ.వె. మరియు అ.వె.లు అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయి. కావున

కొ.వె.	అ.వె.
100	120
x	3000

కొ.వె.ల నిష్పత్తి = అ.వె.ల నిష్పత్తి

SCERT, TELANGANA

$100 : x = 120 : 3000$

$$\frac{100}{x} = \frac{120}{3000}$$

$100 \times 3000 = 120\,x$

$$\frac{100 \times 3000}{120} = x$$

$x = 2500$

Thus, CP of first cycle = ₹ 2500.

On the second cycle:

CP	SP
100	80
x	3000

$100 : x = 80 : 3000$

$$\frac{100}{x} = \frac{80}{3000}$$

$$x = \frac{100 \times 3000}{80} = ₹\ 3750$$

Therefore, total CP of two cycles = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

Total SP of cycles = ₹ 6000

Since SP is less than CP, he has a loss

Loss = ₹ 6250 – ₹ 6000 = ₹ 250

$$\text{Therefore, loss percentage} = \frac{\text{Loss}}{\text{C.P.}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$$

Method-3:

SP of first cycle = ₹ 3000

Gain% = 20%

Let the CP be ₹ x

$$\text{Then, the profit} = \frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100}x$$

SCERT, TELANGANA

$100 : x = 120 : 3000$

$$\frac{100}{x} = \frac{120}{3000}$$

$100 \times 3000 = 120\, x$

$$\frac{100 \times 3000}{120} = x$$

$x =$ ` 2500

కనుక, మొదటి సైకిల్ కొన్నవెల = ` 2500.

రెండవ సైకిల్:

కొ.వె.	అ.వె.
100	80
x	3000

$100 : x = 80 : 3000$

$$\frac{100}{x} = \frac{80}{3000}$$

$$x = \frac{100 \times 3000}{80}$$ = ` 3750

కనుక, రెండు సైకిళ్ళ కొ.వె.ల మొత్తం = ` 2500 + ` 3750 = ` 6250

రెండు సైకిళ్ళ అ.వె.ల మొత్తం = ` 3000 + ` 3000 = ` 6000

అ.వె. విలువ కొ.వె. విలువ కన్నా తక్కువ కావున, నష్టం.

నష్టం = ` 6250 – ` 600 = ` 250

కనుక, నష్టశాతం = $\dfrac{\text{నష్టం}}{\text{కొన్న వెల}} \times 100 = \dfrac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

పద్ధతి–3:

మొదటి సైకిల్ అ.వె. = ` 3000

లా.శా. = 20%

కొ.వె. = x అనుకొనుం.

కావున లాభం $= \dfrac{20}{100} \times x = \dfrac{20}{100} x$

SCERT, TELANGANA

We know that SP = CP + Profit

Thus, $x + \frac{20}{100}x = 3000$

$\frac{100x + 20x}{100} = 3000$

$\frac{120x}{100} = 3000$

$x = \frac{3000 \times 100}{120}$ = ` 2500

Thus, CP of the first cycle = ` 2500

SP of second cycle = ` 3000

Loss % = 20%

Let the CP be ` x

Then, the loss $\frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100}x$

We know that SP = CP – loss

Thus, $x - \frac{20}{100}x = 3000$

$\frac{80}{100}x = 3000$

80 x = 3000 ×100

$x = \frac{3000 \times 100}{80}$ = ` 3750

Thus, CP of the second cycle = ` 3750

Therefore, total CP of two cycles = ` 2500 + ` 3750 = ` 6250

Total SP of cycles = ` 6000

Since SP is less than CP, he has a loss

Loss = ` 6250 – ` 6000 = ` 250

Therefore, loss = $\frac{\text{Loss}}{\text{C.P.}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

SCERT, TELANGANA

అ.వె. = కొ.వె. + లాభం   అని మనకు తెలుసు.

కనుక, $x + \frac{20}{100}x = 3000$

$$\frac{100x + 20x}{100} = 3000$$

$$\frac{120x}{100} = 3000$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{120} = 2500$$

కనుక మొదటి సైకిల్ కొ.వె. = ` 2500

రెండవ సైకిల్ అ.వె. = ` 3000

నష్టశాతం = 20%.

కొ.వె. ` x అనుకొనిన

నష్టం = $\frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100}x$

అ.వె. = కొ.వె. – నష్టం

కావున, $x - \frac{20}{100}x = 3000$

$$\frac{80}{100}x = 3000$$

$$80\,x = 3000 \times 100$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{80} = ` \; 3750$$

కనుక రెండవ సైకిల్ కొ.వె. = ` 3750

రెండు సైకిళ్ళ కొ.వె.ల మొత్తం = ` 2500 + ` 3750 = ` 6250

రెండు సైకిళ్ళ అ.వె.ల మొత్తం = ` 3000 + ` 3000 = ` 6000

అ.వె. < కొ.వె. కనుక నష్టం

నష్టం = కొ.వె. – అ.వె.

= ` 6250 – ` 6000 = `250

కనుక, నష్ట శాతం = $\frac{\text{నష్టం}}{\text{కొన్న వెల}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

SCERT, TELANGANA

Example 18 : The cost of an article goes down every year by 20% of its previous value. Find its original cost if the cost of it after 2 years is ₹19,200?

Solution : Cost of an article at the end of 2nd year = ₹ 19,200

The cost decreases every year by 20%

Let cost at the beginning of 1st year be 100. At the begining of 2nd year it will be ` 80 (i.e. 100–20% of 100)

At the begning of the 3rd year = ₹ 64 (80 – 20% of 80)

Thus, an article that costs ₹ 100 will cost ₹ 64 at the begining of third year.

The cost of an article is ₹ 19200 after 2 years

Let the original cost be ₹ x.

Thus, ratio of the original cost = ratio of cost after 2 years

$x : 100 = 19200 : 64$

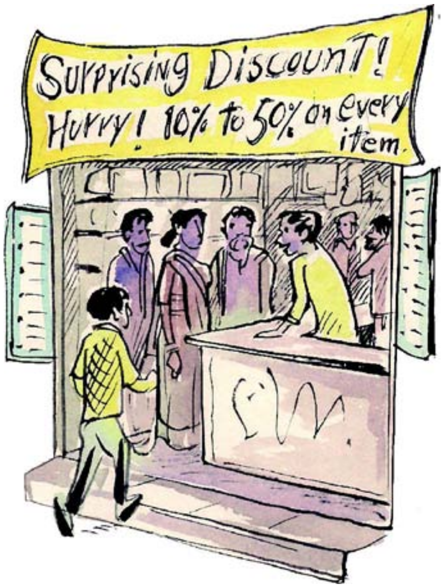
$$\frac{x}{100} = \frac{19200}{64}$$

$64\,x = 19200 \times 100$

$$x = \frac{19200 \times 100}{64} = 30000$$

Thus, the original cost of an article was ` 30000.

6.7.2 Discount



Situation 1 : Complete the table of rates and discounts given below:

Item	M.P.	Discount %	Discount	S.P.
Sari	1000	10%	100	....
Trousers	2000	20%	400	....
Shirt	....	....	97.50	552.50
T-Shirt	500	25%	....	375

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 18 : ఒక వస్తువు విలువ ప్రతి సంవత్సరం 20% చొప్పున తగ్గుచున్నది. ఈ లెక్కన ఒక వస్తువు విలువ రెండు సంవ్సతరాల తర్వాత ` 19200 అయిన అసలు విలువ ఎంత?

సాధన : రెండవ సంవత్సరం చివర వస్తువు విలువ = ` 19200

విలువ 20% చొప్పున తగ్గనని ఈయబడినది.

ఆరంభ విలువ ` 100 అనుకొనుము. రెండవ సంవత్సర ప్రారంభమున వస్తువు విలువ 20% తగ్గి 100 – 20 = ` 80 అవుతుంది.

3 సంవత్సర ప్రారంభమున ఆ వస్తువు విలువ = 80 లో 20% తగ్గిన

= 80–16

= 64.

ఈ రకంగా 20% చొప్పున తగ్గే వస్తువు విలువ ఆరంభంన 100 అనుకుంటే రెండు సంవత్సరాల చివరకు 64 అవుతుంది.

లెక్క ప్రకారం 2 సం॥ల తర్వాత వస్తువు విలువ = ` 19200

ఆరంభ విలువ x అనుకొనుము.

ఆరంభ, అంతిమ విలువల నిష్పత్తులు సమానం.

$x : 100 = 19200 : 64$

$$\frac{x}{100} = \frac{19200}{64}$$

$$64\,x = 19200 \times 100$$

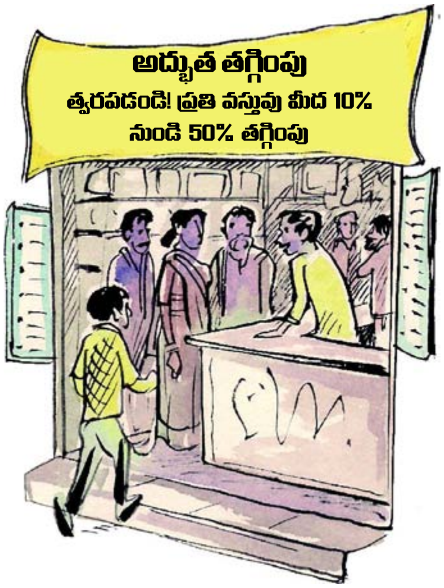
$$x = \frac{19200 \times 100}{64}$$

= ` 30000

కావున వస్తువు ఆరంభ విలువ = ` 30,000

SCERT, TELANGANA

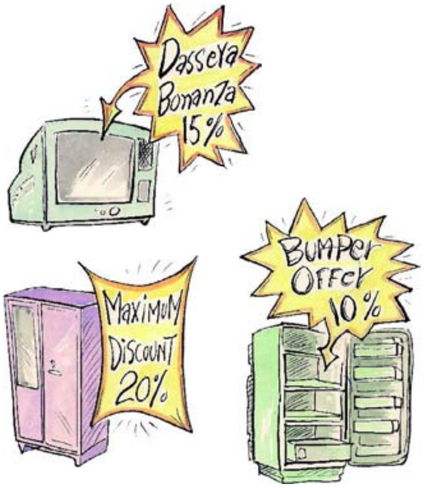
6.7.2 డిస్కొంటు (తగ్గింపు)



సందర్భం–1: ఇచ్చిన పట్టికలో వెలలు మరియు డిస్కొంట్లు ఇచ్చిన, ఖాళీలను పూరించండి.

వస్తువు	ప్రకటన ధర	డిస్కొంటు %	డిస్కొంటు	అమ్మిన వెల
చీర	1000	10%	100	....
ప్యాంటు	2000	20%	400	....
షర్టు	....	....	97.50	552.50
టీ–షర్టు	500	25%	....	375

Situation 2 : Complete the table as per the discounts offered.



Item	C.P.	Discount %	Discount Amount	S.P.
TV	5000	15%	....	....
Fridge	10,000	....	1000	11,000
Almirah	4,000	20%	....	....

Situation 3 : Some times to clear their old stock or out dated stock, businessmen offer clearance sales in the form of discounts in the following way. What is the discount percentage?

Example 19 : A shopkeeper marks his goods 25% above the cost price and allows a discount of 12% on them. What percent does he gain?

Solution: Let the cost price be ₹ 100.

Then marked price (MP) = ₹ 100 + ₹ 25 = ₹ 125.

Discount percent on marked price = 12%

Discount = $\frac{12}{100} \times 125$ = ₹ 15

SP = MP – Discount

= 125 – 15 = 110

Gain = SP – CP

=110 – 100

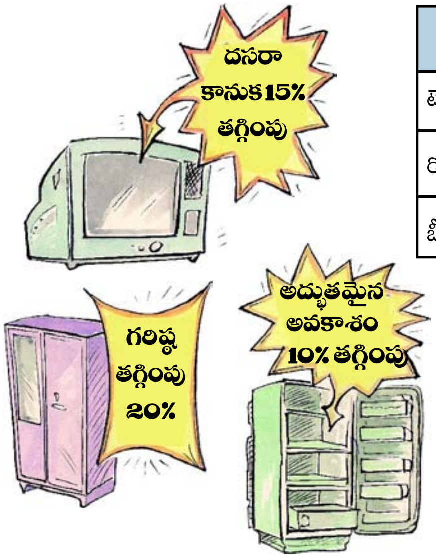
= ₹ 10

Gain% = $\frac{10}{100} \times 100 = 10\%$

Thus, the shopkeeper gains 10% after discount.

SCERT, TELANGANA

సందర్భం-2: డిస్కౌంట్ల ఆధారంగా ఇచ్చిన పట్టికలోని ఖాళీలను పూరించండి.



వస్తువు	కొన్నవెల	డిస్కౌంటు %	డిస్కౌంటు	అమ్మిన వెల
టెలివిజన్	5000	15%	....	....
రిఫ్రిజిరేటర్	10,000	....	1000	11,000
బీరువా	4,000	20%	....	....

సందర్భం-3: వ్యాపారులు తమ వద్ద మిగిలిపోయిన మరియు నిలువ వున్న వస్తువుల అంతిమ అమ్మకాలపై 'తగ్గింపును" ప్రకటిస్తారు.

ఉదాహరణ 19 : ఒక దుకాణదారుడు తన వస్తువుల ప్రకటన ధరను కొ.వె. కన్నా 25% అధికంగా ప్రకటించెను. అతను ప్రతి వస్తువుపై 12% రుసుం నిచ్చిన అతనికి వచ్చు లాభశాతమెంత?

సాధన : కొ.వె. ` 100 అనుకొనుము.

ఇప్పుడు ప్రకటన వెల (ప్ర.వె) = ` 100 + ` 25 = ` 125

రుసుము శాతం = ప్ర.వె.పై 12%

రుసుము = $\frac{12}{100} \times 125$

= ` 15

అ.వె. = ప్ర.వె.– రుసుం

= 125 – 15 = ` 110

కావున లాభం = అ.వె. – కొ.వె.

$=110-100$

= ` 10

లాభశాతం = $\frac{10}{100} \times 100 = 10\%$

కావున దుకాణదారుడు 10% లాభాన్ని పొందుతాడు.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 6.5

1. A shopkeeper bought a suit case for ₹ 480 and sold it for ₹ 540. Find his gain percent?
2. Ajay bought a TV for ₹ 15000 and sold it for ₹14100. Find the loss percent?
3. Ramu sold a plot of land for ₹ 2,40,000 gaining 20%. For how much did he purchase the plot?
4. On selling a mobile for ₹ 750, a shop keeper looses 10%. For what amount should he sell it to gain 5%?
5. A farmer sold 2 bullocks for ₹24000 each. On one bullock he gained 25% and on the other he lost 20%. Find his total profit or loss percent?
6. Sravya bought a watch for ₹ 480. She sold it to Ridhi at a gain of $6\frac{1}{4}$ %. Ridhi sold it to Divya at a gain of 10%. How much did Divya pay for it?
7. The marked price of a book is ₹ 225.The publisher allows a discount of ₹10% on it. Find the selling price of it?
8. A carpenter allows 15% discount on his goods. Find the marked price of a chair which is sold by him for ₹ 680?
9. A dealer allows a discount of ₹ 10% and still gains by 10%. What should be the marked price if the cost price is ₹ 900?

6.7.3 Simple Interest

Ramayya has ₹ 10,000. He requires ₹ 15,000 for agriculture. He approaches an agricultural bank manager. The conversation with the bank manager is as follows:

Ramayya: Sir, I need some money for agricultural purposes.

Bank manager : How much money do you require?

Ramayya : ₹ 5000

Bank manager : How long will you take to repay?

Ramayya : One year.

Bank manager : You have to pay an interest of 6% on the loan along with the lent amount after one year.

Ramayya : Yes sir, I will repay after one year the whole amount.

Bank manager : Do you know how much you have to pay after one year.

Ramayya : Yes, On ₹ 100 I have to pay ₹ 6.

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 6.5

1. ఒక వ్యాపారి ఒక పెట్టెను ` 480 లకు కొని ` 540 లకు అమ్మెను. అతని లాభశాతం ఎంత?
2. అజయ్ ఒక టి.వి. ను ` 15,000 లకు కొని ` 14100కు అమ్మితే నష్టశాతం ఎంత?
3. రాము ఒక స్థలాన్ని ` 2,40,000 అమ్మటం ద్వారా 20% లాభాన్ని పొందెను. అయిన ఆ స్థలం కొన్ని వెల ఎంత?
4. ఒక సెల్‌ఫోన్‌ను ` 750 లకు అమ్మటం ద్వారా ఒకవ్యాపారి 10% నష్టం పొందెను. 5% లాభం పొందుటకు ఆ సెల్‌ఫోన్‌ను అమ్మవలసిన ధర ఎంత?
5. ఒక రైతు రెండు ఎడ్లను ఒక్కొక్కటి ` 24000 కు అమ్మెను. ఒక దానిపై 25% లాభాన్ని, రెండవదానిపై 20% నష్టాన్ని పొందితే మొత్తం మీద అతనికి లాభమా? నష్టమా? ఎంతశాతం?
6. శ్రావ్య ఒక గడియారాన్ని ` 480లకు కొని రిధికి $6\frac{1}{4}\%$ లాభానికి అమ్మెను. రిధి ఆ గడియారాన్ని 10% లాభంతో దివ్యకు అమ్మెను. దివ్యచెల్లించిన మొత్తం ఎంత?
7. ఒక పుస్తకము ప్రకటన వెల ` 225 ప్రచురణ కర్త 10% రుసుమును ఇస్తే పుస్తకము అమ్మకపు వెల ఎంత?
8. ఒక వడ్రంగి తాను తయారుచేసిన వస్తువులపై 15% తగ్గింపును అమలుచేయును. ఒక కుర్చీ అమ్మిన వెల ` 680 అయిన దాని ప్రకటన వెల ఎంత?
9. ఒక డీలరు తన వస్తువుల ప్రకటన వెలపై 10% తగ్గింపు నిచ్చి కూడా 10% లాభం పొందగలడు. ఒక వస్తువు కొ.వె. ` 900 అయిన దాని ప్రకటన వెలఎంత?

6.7.3 సాధారణ వడ్డీ

రమణయ్య వద్ద వ్యవసాయ పనుల నిమిత్తం ` 10,000 ఉన్నాయి. కానీ అతనికి ` 15000 మేరకు ఖర్చులకు అవసరమౌతాయి. మిగిలిన ` 5000 కోసం వ్యవసాయ ఋణం కొరకు బ్యాంకుకు వెళ్ళి మేనేజర్‌ను కలిసాడు. వారి సంభాషణ ఇలా ఉంది.

రమణయ్య : నమస్తే! సర్! నాకు వ్యవసాయ ఋణం కావాలి.

బ్యాంకు మేనేజర్ : ఎంత సొమ్ము కావాలి?

రమణయ్య : ` 5000

బ్యాం.మే. : ఎంత కాలానికి తిరిగి చెల్లించగలవు?

రమణయ్య : 1 సం॥

బ్యాం.మే. : అసలుతోబాటు 6% వడ్డీని కూడా చెల్లించాలి.

రమణయ్య : అలాగేనండి. చెల్లిస్తాను.

బ్యాం.మే. : ఎంత చెల్లించాలో తెలుసా?

రమణయ్య : ఓ! తెలుసండి. ` 100 కు రూ.6 చొప్పున.

SCERT, TELANGANA

So, on ₹ 1, I have to pay ₹ $\frac{6}{100}$ and on ₹ 5000, I have to pay ₹ $\frac{6}{100} \times 5000 = 300$

that is ₹ 300. Thus, I have to pay a total amount of ₹ 5300.

The money borrowed or lent out for a certain period is called the **Principal (P)**. This money would be used by the borrower for some time before it is returned. For keeping this money for some time the borrower has to pay some extra money to the bank. This is known as **Interest (I)**.

The amount that is to be repayed back is equal to the sum of the borrowed principle and the interest. **Amount = Principal + Interest i.e. A = P + I**

Interest is generally expressed as percent of the principal for a period of one year. It is written as say 10% per year or per annum or in short as 10% p.a.

10% p.a. means on every ₹100 borrowed, ₹ 10 is the interest you have to pay for one year. Let us take an example and see how this works.

Example 20 : Sunita takes a loan of ₹ 5000 at 12% rate of interest. Find the interest she has to pay at the end of one year.

Solution : Principal = ₹5000, Rate of interest = 12 % per year

If ₹ 100 is borrowed, sunita has to pay ₹ 12 interest for one year. Since ₹5000 is borrowed, the interest she has to pay for one year

$$= \frac{12}{100} \times 5000 = ₹\ 600$$

So, at the end of the year she has to pay an amount of ₹ 5000 + ₹ 600 = ₹ 5600

In general, when P is principal, R% is rate of interest per annum and I is the interest, the amount to be received at the end of the year is:

$$A = P + \frac{P \times R}{100}$$

If Sunita, due to unavoidable circumstances, can not pay the total amount as requested by the manager in one year then the loan can be extended for one more year, The interest for next year will also be ₹ 600. Thus, Sunita will pay 2 × 600 = ₹1200 interest for 2 years.

For ₹100 borrowed for 3 years at 18%, the interest be paid at the end of 3 years will be 18 + 18 + 18 = 3 ×18 = ₹ 54

As the number of year increase the interest also increases. This interest being charged unformly for each year is called simple interest.

SCERT, TELANGANA

` 1 కి ` $\frac{6}{100}$ అంటే అసలు ` 5000 తోపాటు $\frac{6}{100} \times 5000 = 300$ చెల్లించాలి

అంటే మొత్తం ` 5300 చెల్లించాలి.

అప్పు తీసుకున్న లేదా అప్పుగా ఇచ్చిన సొమ్మును అసలు అంటాం. అసలును కొంత కాలము తర్వాత చెల్లించేటపుడు వాడుకున్న కాలానికి గాను అదనంగా కొంత సొమ్మును అసలుతోపాటు చెల్లించాలి. అసలుకు అదనంగా చెల్లించే సొమ్మును వడ్డీ అంటారు.

చెల్లించవలసిన మొత్తం సొమ్ము అసలు, వడ్డీల మొత్తానికి సమానం. మొత్తం = అసలు + వడ్డీ, అనగా $A = P + I$

సాధారణంగా 1సం॥ వడ్డీని అసలుతో కొంత శాతంగా తెలుపుతారు. ఉదాహరణకు 1సం॥నకు 10 శాతం వడ్డీని 10% అని తెలుపుతారు.

అంటే ప్రతి ` 100కు ఒక సం॥నకు గాను ` 10 వడ్డీగా చెల్లించాలి. కింది ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం.

ఉదా 20 : సునీత ` 5000 లను 12% వడ్డీకి అప్పుగా తీసుకొంది. 1 సం॥ తర్వాత ఆమె చెల్లించవలసిన వడ్డీఎంత?

సాధన : అసలు = ` 5000

వడ్డీరేటు = 12% సం॥నకు

` 100కు రూ. 12 చొప్పున ` 5000 కు గాను $\frac{12}{100} \times 5000$ = ` 600 చెల్లించాలి.

సంవత్సరం చివరన ఆమె చెల్లించవలసిన మొత్తం = ` 5000 + ` 600 = ` 5600

> సాధారణంగా అసలు (P), వడ్డీరేటు (R), చొప్పున 1 సం॥నకు అగు వడ్డీ (I) అయిన చెల్లించవలసిన మొత్తం (A)
>
> $$A = P + \frac{P \times R}{100}$$

సునీత ఒక సంవత్సరంలో బాకీ చెల్లించలేని పరిస్థితి ఏర్పడినపుడు, బ్యాంక్ మేనేజర్ ఆమె అభ్యర్థన మేరకు బాకీ చెల్లించే సమయాన్ని మరొక సంవత్సరానికి పొడిగించబడుతుంది. అంటే తరువాతి సంవత్సరానికి కూడా రూ. 600 చెల్లించాలి. సునీత 2 సంవత్సరాలకు గాను వడ్డీ 2×600 = రూ. 1200 చెల్లించాలి.

రూ. 100కు, 1సం॥నకు వడ్డీ 18 చొప్పున 3సం॥లకు అగువడ్డీ = 18+18+18 = రూ. 54.

'అసలు'ను చెల్లించుటకు పట్టే కాలము పెరిగిన కొలదీ వడ్డీ కూడా పెరుగుతుంది. చెల్లించ వలసిన వడ్డీ, వాడుకున్న కాలానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

SCERT TELANGANA

In general, for Principal = P, Rate of Interest = R and Time = T years.

Interest to be paid (I) = $P \times R\% \times T$ or $P \times \frac{R}{100} \times T = \frac{PRT}{100} = \frac{PTR}{100}$

Do This

1. Find the interest on a sum of ₹ 8250 for 3 years at the rate of 8% per annum.
2. ₹ 3000 is lent out at 9% rate of interest. Find the interest which will be recieved at the end of 2½ years.

Example 21 : In what time will ₹ 6880 amount to ₹ 7224, if simple interest is calculated at 10% per annum?

Solution : Amount = ₹ 7224

Principal = ₹ 6880

S.I = Amount - Principal = ₹ 7224 – ₹ 6880 = ₹ 344

R% = 10%

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T$$

$$344 = 6880 \times \frac{10}{100} \times T$$

344 × 100 = 6880 × 10 × T

Therefore, $T = \frac{344 \times 100}{6880 \times 10} = \frac{1}{2}$ year = 6 months

Example 22 : What sum will yield an interest of ₹ 3927 in 2 years and 4 months at 8% per annum?

Solution : S.I = ₹ 3927

R = 8 %

$$T = 2 \text{ years } + 4 \text{ months} = \left(2 + \frac{4}{12}\right) = \left(2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3} \text{ years}$$

Substituting in $I = P \times \frac{R}{100} \times T$

$$3927 = P \times \frac{8}{100} \times \frac{7}{3}$$

3927 × 100 × 3 = P × 8 × 7

SCERT TELANGANA

సాధారణంగా అసలు (P), వడ్డీరేటు (R), కాలము (T)

అయిన వడ్డీ (I) = $P \times R\% \times T$ లేదా $P \times \frac{R}{100} \times T = \frac{PRT}{100} = \frac{PTR}{100}$

ఇవి చేయండి

1. అసలు రూ.8250 పై 3 సంవత్సరాల కాలానికి 8% వడ్డీరేటు చొప్పున వడ్డీ ఎంత?
2. రూ.3000 లను 9% వడ్డీరేటున ఇచ్చిన 21/2 సం॥ల తర్వాత చెల్లించలసిన వడ్డీని కనుగొనుము.

ఉదాహరణ 21 : 10% బారువడ్డీ / సాధారణ వడ్డీ చొప్పున ` 6880 ఎంతకాలానికి ` 7224 అవుతుందో కనుగొనండి.

సాధన : మొత్తం = ` 7224

అసలు(P) = ` 6880

సాధారణ వడ్డీ = మొత్తం – అసలు = ` 7224 – ` 6880 = ` 344

R% = 10%

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T$$

$$344 = 6880 \times \frac{10}{100} \times T$$

$$344 \times 100 = 6880 \times 10 \times T$$

కావున, $T = \frac{344 \times 100}{6880 \times 10} = \frac{1}{2}$ సం. = 6 నెలలు.

ఉదాహరణ 22 : కొంత సొమ్ము 8% వడ్డీ రేటున 2 సం॥ల 4 నెలలకు ` 3927ను వడ్డీగా ఇచ్చును. అయిన అసలు కనుక్కోండి.

సాధన : S.I = ` 3927

R = 8 %

T = 2 సం॥ + 4 నెలలు = $\left(2 + \frac{4}{12}\right) = \left(2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3}$ సం॥లు

$I = P \times \frac{R}{100} \times T$ లో ప్రతిక్షేపించగా

$$3927 = P \times \frac{8}{100} \times \frac{7}{3}$$

$$3927 \times 100 \times 3 = P \times 8 \times 7$$

SCERT, TELANGANA

Therefore, $P = \frac{3927 \times 100 \times 3}{8 \times 7}$

Thus, P = ₹ 21037.50

Therefore, Principle = ₹ 21037.50

Example 23 : At what rate per annum will ₹ 6360 yield an interest of ₹1378 in $2\frac{1}{2}$ years?

Solution : Principal (P) = ₹ 6360

Time (T) = $2\frac{1}{2}$ years = $\frac{5}{2}$ years

Simple interest (S.I) = ₹ 1378

Substituting in $I = P \times \frac{R}{100} \times T$

$1378 = 6360 \times \frac{R}{100} \times \frac{5}{2}$

$1378 \times 100 \times 2 = 6360 \times 5 \times R$

Therefore, $R = \frac{1378 \times 100 \times 2}{6360 \times 5} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}\%$

Example 24 : At what rate per annum will the principal triples in 16 years?

Solution : Let the principal be ₹ x

Amount after 16 years = ₹ $3x$

Amount – Principal = Interest

Therefore, $3x - x = 2x$

For $P = x$, $T = 16$, $I = 2x$

$I = P \times \frac{R}{100} \times T$

SCERT, TELANGANA

కావున, $\frac{3927\times100\times3}{8\times7} = P$

అందుచే, P = ` 21037.50

కావున, అసలు = ` 21037.50

ఉదాహరణ 23 : సంవత్సరానికి ఏ రేటు వంతున ` 6360లు 2 1/2 సం॥లలో ` 1378 వడ్డీ నిచ్చును.

జవాబు : అసలు (P) = ` 6360

కాలం (T) = $2\frac{1}{2}$ సం॥

సాధారణ వడ్డీ (S.I) = ` 1378

$I = P\times\frac{R}{100}\times T$ లో ప్రతిక్షేపించగా

$1378 = 6360\times\frac{R}{100}\times\frac{5}{2}$

$1378\times100\times2 = 6360\times5\times R$

కావున $R = \frac{1378\times100\times2}{6360\times5} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}\%$

ఉదాహరణ 24 : ఏడాదికి ఏ రేటు వంతున 16 సంవత్సరాలలో అసలు మూడింతలగును?

సాధన : అసలు ` x అనుకొనుము.

16 సం॥ల తర్వాత మొత్తం = $3x$

మొత్తం – అసలు = వడ్డీ

కావున, $3x - x = 2x$

$P = x, \quad T = 16, \quad I = 2x$

$I = P\times\frac{R}{100}\times T$

SCERT, TELANGANA

$$2x = x \times \frac{R}{100} \times 16$$

$$2\,x \times 100 = x \times 16 \times R$$

Therefore, $R = \frac{2x \times 100}{x \times 16} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}\%$

Exercise - 6.6

1. How long will it take for a sum of ₹ 12600 invested at 9% per annum become to ₹ 15624?

2. At what rate a sum doubles itself in 8 year 4 months?

3. A child friendly bank announces a savings scheme for school children. They will give kiddy banks to children. Children have to keep their savings in it and the bank collects all the money once in a year. To encourage children savings, they give 6% interest if the amount exceeds by ₹ 10000, and other wise 5%. Find the interest received by a school if they deposit ₹ 9000 for one year.

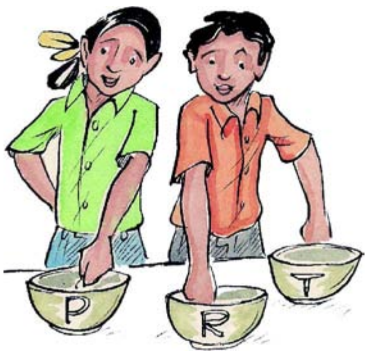
4. A sum of money invested at 8% per annum for simple interest amounts to ₹ 12122 in 2 years. What will it amount to in 2 year 8 months at 9% rate of interest?

5. In 4 years, ₹ 6500 amount to ₹ 8840 at a certain rate of interest. In what time will ₹1600 amounts to ₹ 1816 at the same rate?

Let's earn Interest

Children! Let us play a game on simple interest.

5 members can play this game.



1. Take 3 bowls each labelled as P, R and T. Drop 5 pieces of paper in each bowl such that every paper is marked with a number.

   (**Hint:** All the numbers in bowl P must be multiples of 100 or 1000.

2. Pick out 3 pieces of papers, one from each of the bowls, one after another.

3. The number on the paper picked from bowl 'P' relates to principal, number on the paper picked from bowl 'T' relates to time, number on the paper picked from bowl 'R' relates to rate of interest.

4. Now calculate interest and tell the values of I, P, T and R to every one.

SCERT, TELANGANA

$$2x = x \times \frac{R}{100} \times 16$$

$$2x \times 100 = x \times 16 \times R$$

కావున, $R = \frac{2x \times 100}{x \times 16} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}\ \%$

అభ్యాసం - 6.6

1. ` 12,600 లు 9% వడ్డీ వంతున మొత్తం ` 15624 అగుటకు ఎంత కాలము పట్టును?

2. 8 సం॥ల 4 నెలల సమయంలో ఏరేటు వంతున అసలు రెట్టింపగును?

3. ఒక బ్యాంక్ వారు స్కూల్ పిల్లలకు ఒక పొదుపు స్కీమును ప్రకటించారు. పిల్లలకు కిడ్డీ బ్యాంక్‌లను ఇచ్చి, వారి పొదుపు సొమ్మును అందులో వుంచుకునేలా చేసి, సంవత్సరానికి ఒకసారి ఆసొమ్మును సేకరిస్తారు. అందులో సొమ్ము ` 10,000 లు పైన ఉంటే 6% వంతున, అంతకు తక్కువైన 5% వడ్డీరేటు వంతున చెల్లిస్తారు. ` 9000లు. సేకరణపై ఆస్కూల్ ఎంత వడ్డీ పొందగలదు.

4. కొంత సొమ్ముపై 8% వడ్డీ రేటు వంతున 2 సంవత్సరాలకు సాధారణ వడ్డీతో ` 12122 లు అయిన 9% వడ్డీ రేటు వంతున 2 సంవత్సరాల 8 నెలలకు ఎంత మొత్తమగును.

5. కొంత వడ్డీరేటుపై ` 6500లు, 4 సం॥లకు ` 8840 లు అగును. అదే వడ్డీరేటు వంతున ` 1600లు ఎంత కాలములో ` 1816 లు మొత్తమగును.

వడ్డీ పొందుదాం!

పిల్లలూ! సరళవడ్డీ (సామాన్యవడ్డీ) పై ఒక ఆటను ఆడుదామా!

ఈ ఆటను 5 మంది ఆడవచ్చు.

1. మూడు P, R మరియు T అని గుర్తించిన గిన్నెలను తీసుకొనుము. ప్రతి గిన్నెలోను 5 కాగితము ముక్కలను, ప్రతిముక్కపై ఒక సంఖ్యను వ్రాసి వేయవలెను.

   (**గమనిక :** P గిన్నెలోని సంఖ్యలు 100 గుణిజాలు కాని, 1000 గుణిజాలు కాని రాయండి).

2. ప్రతి గిన్నెనుంచి ఒక కాగితము ముక్క వంతున మూడు గిన్నెల నుండి మూడు కాగితము ముక్కలను వరుసగా తీసుకొనుము.

3. P గిన్నె నుంచి తీసిన సంఖ్య అసలుగాను, R గిన్నెనుంచి తీసిన సంఖ్య వడ్డీ రేటుగాను, T గిన్నె నుంచి తీసిన సంఖ్య కాలముగాను గుర్తించుము.

4. ఇపుడు వడ్డీని కనుగొని, I, P, T మరియు R విలువలను అందరికి తెలియపరచండి.

SCERT, TELANGANA

5. If you say the right answer enter the interest amount in your account other wise put a 0 in your account.

Note: Repeat 2 or 3 rounds and note down the values in the table given below.

Interest amount				
Name	1st round	2nd round	3rd round	Total

Looking Back

R4J4M3

- Many times in day-to-day life we compare quantities using ratios. For e.g., my income is ₹ 10000 and my friend's is ₹ 20000. Thus, my income is half of my friend's income or we can say that my friend's income is twice my income. The ratio of my income and my friends income is 1:2. and the ratio of my friend's income and my income is 2:1.

- When two ratio's are equal they are said to be in a proportion. The idea of proportion helps us solve various problems in our daily life.

- If some increase (decrease) in one quantity leads increase (decrease) in other quantity, the quantities are said to be in direct proportion.

- Ratio's can be expressed in the form of percentages. The word 'percent' means per hundred or out of every hundred. The symbol for percentage is '%'. 13% means 13 out of 100.

$$13\% = \frac{13}{100} = 0.13$$

- Percentages are used in various situations like profit and loss, discount and simple interest etc.,

Fun with Fascinating Ratios

The digits 1,2,3,...9 can be arranged to form two numbers whose ratio is 1:2, as

$\frac{7329}{14658} = \frac{1}{2} = 1:2$. This is interesting itself.

But even more fascinating is the fact that the nine digits can also be arranged to form numbers whose ratio is 1:3, 1:4, 1:5, 1:6, 1:7, 1:8 and 1:9. Enjoy by finding them.

SCERT, TELANGANA

5. నీవు సరియైన సమాధానము చెప్పిన నీ అకౌంటులో ఆ విలువను గుర్తించి, తప్పు చెప్పిన (O) గా గుర్తించుము.

గమనిక: 2 లేక 3సార్లు ఇదే ఆటను ఆడి, కింది పట్టికలో విలువలను గుర్తించుము.

వడ్డీ మొత్తం				
పేరు	మొదటి సారి	రెండవ సారి	మూడవ సారి	మొత్తం

మనం నేర్చుకున్నవి

H3R3U3

- నిత్యజీవితంలో చాలా సందర్భాలను నిష్పత్తులలో పోలుస్తాం. ఉదాహరణకు నాజీతం నెలకు ` 10,000 మరియు నా మిత్రుని జీతం నెలకు ` 20,000 అనుకొందాం. అంటే నా జీతం నా మిత్రుని జీతంలో సగమని లేదా నా మిత్రుని జీతం నా జీతానికి రెట్టింపని అంటాం. నాజీతం మరియు మిత్రుని జీతాల నిష్పత్తి 1 : 2 గా మిత్రుని మరియు నా జీతాల నిష్పత్తి 2 : 1 గా చెప్తాం.
- రెండు నిష్పత్తులు సమానమైన వాటిలోని పదాలు అనుపాతంలో ఉన్నాయంటాము.
- ఒక రాశిలోని పెరుగుదల (తగ్గదల) మరొక రాశిలో పెరుగుదల(తగ్గదల)కు కారణమైతే ఆరెండు రాశులు అనులోమ చరత్వాన్ని కలిగి యున్నాయంటాము.
- శాతం అంటే నూటికి అని అర్థం. నిష్పత్తుల పోలికలో శాతాలను వాడటం అర్థవంతంగా వుంటుంది. శాతమునకు గుర్తు %.

  ఉదా $13\% = \frac{13}{100} = 0.13$

- నిత్యజీవితంలో లాభనష్టాలు, రుసుములు, వడ్డీలను గణించడంలో శాతాలను ఉపయోగిస్తారు.
- నిత్య జీవితంలో వివిధ సందర్భములలో శాతములనుపయోగిస్తారు. ఈ పాఠ్యాంశంలో లాభం, నష్టం, రుసుము మరియు సామాన్య వడ్డీని గూర్చి నేర్చుకొన్నారు.

అద్భుత నిష్పత్తులతో తమాషా!

1, 2, 3 ..... 9 అంకెలను అన్నింటిని ఒక్కొక్కసారి మాత్రమే ఉపయోగించి రెండు సంఖ్యలుగా రూపొందించి వాటి నిష్పత్తి కనుగొంటే 1:2 అగును.

ఉదాహరణ : $\frac{7329}{14658} = \frac{1}{2} = 1:2$. ఇది ఒక అద్భుత నిష్పత్తి.

అదే విధంగా ఈ అంకెలను మరొక విధంగా అమర్చి సంఖ్యల నిష్పత్తి కనుగొంటే 1:3, 1:4, 1:5, 1:6, 1:7, 1:8, 1:9 వస్తాయి. వాటిని కనుగొని ఆనందించండి.

SCERT, TELANGANA

Chapter

7 Data Handling

B8S2R8

7.0 Introduction

Ravi is reading the sports section of a newspaper. There are two tables on the sports page of the newspaper.

Top 5 Batsmen in World Cup 2011

Name of the Batsman	Runs scored
T Dilshan (Sri Lanka)	500
Sachin Tendulkar (India)	482
K. Sangakkara (Sri Lanka)	465
Jonadhan Trott (England)	422
U Tharanga (Sri Lanka)	395

Table - 1

Top 5 Bowlers in World Cup 2011

Name of the Bowler	Wickets Taken
Shahid Affridi (Pakistan)	21
Zahir Khan (India)	21
TG Southee (New Zealand)	18
Robin Peterson (South Africa)	15
M. Muralitharan (Sri Lanka)	15

Table - 2

What do the two tables tell us?

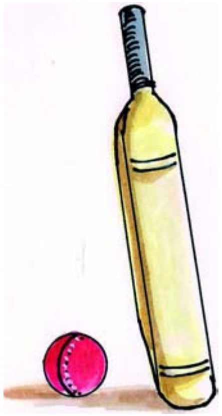


Table 1 tells us the names of batsmen who scored the most runs in the World Cup, 2011 as well as the number of runs they scored. This information can help in taking decisions or in drawing conclusions. For e.g. it can help the organisers of the World Cup in deciding whom to award the prize for the best batsman.

Table-2 tells us the names of bowlers who took the most wickets in the World Cup, 2011 as well as the number of wickets they took. This information can also help in taking decisions or in drawing conclusions. For e.g. it can help the organisers of the World Cup in deciding whom to award the prize for the best bowler.

Information which is in the form of numbers or words and helps in taking decisions or drawing conclusions is called data. The names of batsmen and the runs they scored as well as the names of bowlers and the number of wickets they took is data. Tables and graphs are the ways in which data is presented.

The numerical entries in the data are called 'Observations'.

Try This

Look at your school information board. Do you find any data tables there? Find out who uses this data.

SCERT, TELANGANA

అధ్యాయము

7

దత్తాంశ నిర్వహణ

U6W1R5

7.0 పరిచయం

ఒక దినపత్రికలో క్రీడా వార్తల విభాగాన్ని రవి చదువుతున్నాడు. ఆ విభాగంలోని ఒక పేజీలో రెండు పట్టికలు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

2011 ప్రపంచకప్‌లో ఐదుగురు ఉత్తమ బ్యాట్స్‌మెన్

బ్యాట్స్‌మెన్ పేరు	చేసిన పరుగులు
టి.ఎం. దిల్షన్ (శ్రీలంక)	500
సచిన్ టెండూల్కర్ (ఇండియా)	482
కె. సంగక్కర (శ్రీలంక)	465
జొనాథన్ ట్రాట్ (ఇంగ్లాండ్)	422
తరంగ యు. (శ్రీలంక)	395

పట్టిక – 1

2011 ప్రపంచకప్‌లో ఐదుగురు ఉత్తమ బౌలర్లు

బౌలర్ పేరు	తీసిన వికెట్లు
అఫ్రీదీ (పాకిస్తాన్)	21
జహీర్ ఖాన్ (ఇండియా)	21
టి.జి. సౌతీ (న్యూజిలాండ్)	18
రాబిన్ పీటర్ సన్ (సౌత్ ఆఫ్రికా)	15
ఎం. మురళీధరన్ (శ్రీలంక)	15

పట్టిక – 2

పై రెండు పట్టికలు మనకు ఏం తెలియజేస్తున్నాయి?

2011 ప్రపంచకప్‌లో ఎక్కువ పరుగులు చేసిన బ్యాట్స్‌మెన్ పేర్లను, వారు చేసిన పరుగులను మొదటి పట్టిక తెలియజేస్తుంది. నిర్ణయాలు తీసుకునేందుకు, ఉదాహరణకు అత్యుత్తమ బ్యాట్స్‌మెన్ అవార్డును ఎవరికివ్వాలనే విషయంలో నిర్ణయానికి వచ్చేందుకు ప్రపంచకప్ నిర్వాహకులకు ఈ సమాచారం దోహదపడుతుంది.

2011 ప్రపంచకప్‌లో ఎక్కువ వికెట్లు తీసిన బౌలర్ల పేర్లను, వారు తీసుకున్న వికెట్ల సంఖ్యను రెండో పట్టిక తెలుపుతుంది. పట్టికలోని సమాచారం అంతిమ ఫలితాలను రాబట్టి తగు నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి ఉపకరిస్తుంది. ఉదాహరణకు అత్యుత్తమ బౌలర్ అవార్డును ఎవరికివ్వాలనే విషయంలో నిర్ణయానికి వచ్చేందుకు ప్రపంచకప్ నిర్వాహకులకు ఈ సమాచారం దోహదపడుతుంది.

"సంఖ్యలు, పదాల రూపంలో ఉంటూ అంతిమ ఫలితాలను రాబట్టి తగు నిర్ణయాలను తీసుకోవడానికి సేకరించబడిన సమాచారాన్ని దత్తాంశం (data) అంటారు". సమాచారంలోని సంఖ్యా వివరాలను 'రాశులు' అంటారు. పై ఉదాహరణలో బ్యాట్స్‌మెన్ పేర్లు వాళ్ళు చేసిన పరుగులు, బౌలర్ల పేర్లు – తీసుకున్న వికెట్లు మొదలైన వివరాలనే దత్తాంశం అంటారు. పట్టికలు, గ్రాఫులు మనకు దత్తాంశాన్ని తెలియజేస్తాయి.

సంజ్ఞా రూపంలో నమోదు చేయబడ్డ దత్తాంశాన్ని పరిశీలనాంశాలు అంటారు.

ప్రయత్నించండి

మీ పాఠశాల నోటీస్ బోర్డును ఒకసారి పరిశీలించండి. అందులో ఏమైనా సమాచార పట్టికలు ఉన్నాయా? ఇట్టి సమాచార పట్టికలను ఎవరు ఉపయోగిస్తారు?

SCERT, TELANGANA

7.1 Organising data

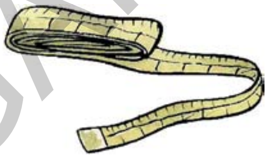
Details of seven students of class VII in a school are collected under the Javahar Bala Arogya Raksha Scheme.

Krishna noted the heights of the following students in his notebook as

Amala-125cm, Lekhya-133cm, Thabasum-121cm, Sudha-140cm, Vanaja-117cm, Lenin-129cm and Rajesh-132cm.

Another student Kumar wrote the same data in the form of a table and arranged the heights in ascending order.

Name of the Student	Height (in cms)
Vanaja	117
Thabassum	121
Amala	125
Lenin	129
Rajesh	132
Lekhya	133
Sudha	140



Now, let us answer these questions.

(i) Who is the tallest amongst the students?

(ii) Who is the shortest amongst the students?

(iii) Whose height is between that of Amala and Rajesh?

Did you use the data written by Krishna? or by Kumar? to answer the question. You must have used Kumar's data as it is organised and thus easier to read and understand.

Do This

In a unit test Amar secured 20, 18, 23, 21, 24 and 22 marks in Telugu, Hindi, English, Mathematics, Science and Social Science respectively. Peter got 23, 21, 20, 19, 24 and 17 marks in the above subjects respectively. Interpret the data in an organized manner.

Classroom Project

Use the weighing machine to find the weights of all your classmates. Organise this data in the form a table. Make sure to arrange the weights in either ascending or descending order. Then answer the following questions:

a. Who is the lightest student in your class?

b. How many students weigh more than 25 kg?

c. How many students weigh between 20 and 30 kg?

SCERT, TELANGANA

7.1 దత్తాంశ అమరిక

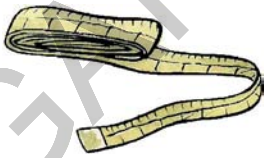
'జవహర్ బాల ఆరోగ్యరక్ష' పథకంలో ఒక పాఠశాలలో 7వ తరగతి చదివే ఏడుగురు పిల్లల వివరాలను నమోదు చేశారు.

ఆ పిల్లల ఎత్తులను కృష్ణ తన నోట్ పుస్తకంలో కింది విధంగా నమోదు చేశాడు :

అమల -125 సెం.మీ, లేఖ్య -133సెం.మీ, తబస్సుమ్ -121సెం.మీ, సుధ -140సెం.మీ, వనజ -117సెం.మీ, లెనిన్ -129సెం.మీ మరియు రాజేశ్ -132సెం.మీ.

ఇదే సమాచారాన్ని కుమార్ అనే మరో విద్యార్థి పట్టికా రూపంలో నమోదు చేసి ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చాడు.

విద్యార్థి పేరు	ఎత్తు (సెం.మీలలో)
వనజ	117
తబస్సుమ్	121
అమల	125
లెనిన్	129
రాజేశ్	132
లేఖ్య	133
సుధ	140



కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వండి.

(i) విద్యార్థులందరిలో ఎక్కువ పొడవైన వారు ఎవరు?

(ii) విద్యార్థులందరిలోకి మిక్కిలి పొట్టిగా ఉన్నదెవరు?

(iii) విద్యార్థులందరినీ ఎత్తుల ప్రకారం నిలబెడితే అమలకూ, రాజేష్‌కూ మధ్య ఉండేది ఎవరు?

– పై ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇచ్చేందుకు మీరు కృష్ణ రాసిన సమాచారాన్ని ఉపయోగిస్తారా లేదా కుమార్ రాసిన సమాచారాన్నా? మీరు బహుశా కుమార్ రూపొందించిన సమాచారాన్నే ఉపయోగించి ఉంటారు. కుమార్ రూపొందించిన సమాచారం క్రమపద్ధతిలో ఉండి, చదవడానికీ అవగాహన చేసుకోవడానికీ సులువుగా ఉండడమే దీనికి కారణం.

ఇవి చేయండి

ఒక లఘు పరీక్షలో తెలుగు, హిందీ, ఇంగ్లీషు, గణితం, సామాన్యశాస్త్రం, సాంఘికశాస్త్రం విషయాల్లో అమర్ వరుసగా 20, 18, 23, 21, 24, 22 మార్కులు సాధించాడు. పీటర్ వరుసగా ఆ విషయాల్లో 23, 21, 20, 19, 24, 17 మార్కులు సాధించాడు. ఈ సమాచారాన్ని అర్థవంతంగా క్రమపద్ధతిలో అమర్చండి. సమాచారాన్ని క్రమపద్ధతిలో వ్యాఖ్యానించండి.

తరగతి గది ప్రాజెక్టు

మీ తరగతిలోని పిల్లల బరువులను, బరువు తూచే యంత్రం (weighing machine) సహాయంతో తూచండి. ఈ సమాచారాన్ని ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి. కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.

a. మీ తరగతిలో అందరికంటే తక్కువ బరువు గల వారు ఎవరు?

b. 25 కి.గ్రా కంటే ఎక్కువ బరువు ఉండే విద్యార్థులెందరు?

c. 20 కి.గ్రా నుండి 30 కి.గ్రా. మధ్య బరువు ఉండే విద్యార్థులెందరు?

SCERT TELANGANA

7.2 Representative Values

In a hostel

- Average consumption of rice per child per day is 150 g.
- Average age of children is 13 years.
- Average height of children is 135 cm.

On studying this data, can we say that every child consumes exactly 150 gms of rice per day? Can we say that the age of each child in the class is 13 years? Can we say that the height of each child in class is 135 cm? Obviously not, we know that some children may take more than 150 gms of rice some may take less and some may take exactly 150 gms. A similar situation will hold for children's weight and height.

At the same time, 150 gms gives us an idea of the amount of rice consumed by each child in the hostel. It is a representative value of the amount of rice consumed by each child. Similarly, 13 years gives us an idea of the age of each child in the hostel. It is a representative value of the age of each child. The same holds for the height. All the above examples are of a particular representative value called arithmetic mean. In the section ahead, we shall learn about 'arithmetic mean' and also two other types of representative values called 'median' and 'mode'.

7.3.1 Arithmetic Mean or Average

The physical education teacher in a school instructed his students to practice regularly Rajender had his practice sessions for a week as follows.

Day	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
Minutes	20	35	40	30	25	45	15

Can we compute the time spent by Rajender for practice in terms of time spent per day? Let us observe.

What is the total time Rajender spent during the week on practice?

Total time = 20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15 = 210 minutes

Now to find the time spent on practice, per day, we divide the total time spent by the number of days.

i.e. $\dfrac{20+35+40+30+25+45+15}{7} = \dfrac{210}{7} = 30$ minutes

This is the average time spent on practice per day or the average practice session per day.

SCERT, TELANGANA

7.2 ప్రాతినిధ్య విలువలు

ఒక వసతి గృహంలో,

- ఒక రోజులో వినియోగించే సరాసరి బియ్యం వినియోగం 150 గ్రా.
- విద్యార్థుల సరాసరి వయస్సు 13 సంవత్సరాలు.
- విద్యార్థుల సరాసరి ఎత్తు 135 సెం.మీ.

పిల్లలూ! పై సమాచారాన్ని ఒకసారి పరిశీలించండి. ప్రతి విద్యార్థి ఒక్కో రోజు ఖచ్చితంగా 150 గ్రా. బియ్యాన్ని వినియోగిస్తున్నాడా? తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థి వయస్సూ 13 సం. అని చెప్పగలమా? తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థీ 135 సెం.మీ ఎత్తు ఉంటాడని చెప్పగలమా?

పై ప్రశ్నలన్నింటికీ సమాధానం 'కాదు' అనే వస్తుంది. కొందరు పిల్లలు 150 గ్రా. బియ్యం కంటే ఎక్కువ తీసుకుంటే మరి కొందరు పిల్లలు 150 గ్రా. కంటే తక్కువ తీసుకుంటారు. కొందరు ఖచ్చితంగా 150గ్రా. బియ్యాన్నే తీసుకుంటారు కూడా. పిల్లల బరువు, ఎత్తుల విషయంలోనూ అంతే!

ఈ సందర్భంలో వసతిగృహంలోని ఒక్కొక్క విద్యార్థి వినియోగించిన బియ్యాన్ని 150 గ్రా. తెలియజేస్తుంది. ఒక్కొక్క విద్యార్థి వినియోగించిన బియ్యానికి ఇది 'ప్రాతినిధ్య విలువ' అదే విధంగా వసతిగృహంలోని ఒక్కో విద్యార్థి వయస్సును 13సం. సూచిస్తుంది. ఇది ఒక్కో విద్యార్థి వయస్సుకు 'ప్రాతినిధ్య విలువ' ఎత్తు విషయంలోనూ ఇదే వర్తిస్తుంది. పై ఉదాహరణలన్నీ ఆయా దత్తాంశాలకు ఒక ప్రాతినిధ్య విలువను సూచిస్తాయి. దాన్నే 'సగటు' అంటారు. ఈ అధ్యాయంలో 'సగటు' తో పాటు 'మధ్యగతం', 'బాహుళకం' అనే మరో రెండు ప్రాతినిధ్య విలువల గురించి కూడా నేర్చుకుందాం.

7.3.1 అంక మధ్యమము లేదా సగటు

ఒక పాఠశాలలోని ఫిజికల్ ఎడ్యుకేషన్ టీచర్ ప్రతిరోజూ సాధన చేయవలసిందిగా తన విద్యార్థులకు చెప్పారు. ఒక వారంలో రాజేందర్ అనే విద్యార్థి చేసిన సాధన కాలం వివరాలు (నిమిషాల్లో) కింది విధంగా ఉన్నాయి.

రోజు	సోమ	మంగళ	బుధ	గురు	శుక్ర	శని	ఆది
సాధన చేసిన కాలం (నిమిషాల్లో)	20	35	40	30	25	45	15

సాధన కోసం రాజేందర్ రోజుకు వినియోగించిన కాలాన్ని మనం గణించవచ్చా? పరిశీలిద్దాం.

మొత్తం వారంలో సాధనకోసం రాజేంద్ర వినియోగించిన సమయమెంత?

మొత్తం సమయం = 20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15 = 210 నిమిషాలు

రోజుకు సాధన కోసం వినియోగించిన కాలాన్ని లెక్కించేందుకు ఈ మొత్తం సమయాన్ని రోజుల సంఖ్యతో భాగించాలి.

అంటే $\frac{20+35+40+30+20+45+15}{7} = \frac{210}{7} = 30$ నిమిషాలు

ఇది రోజుకు సాధన కోసం వినియోగించిన సమయం లేదా ఒక్కో రోజుకు సగటు ప్రాక్టీస్ సెషన్ కాలం.

SCERT, TELANGANA

Example 1 : Earnings (in rupees) of a vegetable vendor in a week are ` 200, `150, `180, `300, `160, `170 and `170. Find his average earning, per day.

Solution : Total earnings (in rupees) = 200+150+180+300+160+170+170

= `1330

Number of days = 7

Average earning or mean earning $= \frac{1330}{7} =$ ` 190

The average of a data is also called Arithmetic Mean or Mean.

$$\textbf{Average or Mean or Arithmetic Mean (A.M)} = \frac{\textbf{Sum of all observations}}{\textbf{Number of observations}}$$

Try This

1. The ages (in years) of players are in a team of 16, 16, 16, 14, 17, 18. Then find the following:

   (i) Age of the youngest and the oldest player.

   (ii) Mean age of the players.

   What is the average number of glasses of water that you drink per day? in a week. How did you find the average?

7.3.2 Where does the mean lie?

The marks obtained by Anil, Amar, Anthony and Inder in Telugu, Hindi and English are given below.

	Telugu	Hindi	English
Anil	15	8	10
Amar	10	10	12
Antony	11	6	11
Inder	12	12	13

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 1 : ఒక కూరగాయల వ్యాపారి ఒక వారంలో సంపాదించిన సొమ్ము (రూపాయల్లో) ` 200, `150, `180, `300, `160, `170, `170. రోజుకు అతని సరాసరి సంపాదనను కనుక్కోండి.

సాధన : వారంలో మొత్తం సంపాదన(రూపాయల్లో) = 200+150+180+300+160+170+170

= `1330

వారంలోని మొత్తం రోజులు = 7

సరాసరి సంపాదన $= \frac{1330}{7} =$ `190

'సరాసరి' నే 'సగటు' లేదా 'అంక మధ్యమం' అంటారు.

$$\text{సరాసరి లేదా అంక మధ్యమం (A.M)} = \frac{\text{రాశుల మొత్తం విలువ}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$$

ప్రయత్నించండి

1. ఒక టీమ్‌లోని క్రీడాకారుల వయస్సులు (సంవత్సరాల్లో) 16, 16, 16, 14, 17, 18. అయితే
   (i) అతి తక్కువ, అతి ఎక్కువ వయస్సు ఉన్న క్రీడాకారుల వయస్సులు ఎంతెంత?
   (ii) క్రీడాకారుల సగటు వయస్సు ఎంత?
2. మీరు ఒక వారంలో సరాసరిన రోజుకు ఎన్ని గ్లాసుల నీళ్ళు తాగుతారు? ఈ సరాసరిని మీరు ఎలా కనుక్కొన్నారు?

7.3.2 మధ్యమం ఎక్కడ ఉంటుంది?

తెలుగు, హిందీ, ఇంగ్లీషు పాఠ్యాంశాలలో (సబ్జెక్టులలో) అనిల్, అమర్, ఆంటోనీ, ఇందర్ పొందిన మార్కుల వివరాలు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

	తెలుగు	హిందీ	ఇంగ్లీషు
అనిల్	15	8	10
అమర్	10	10	12
ఆంటోనీ	11	6	11
ఇందర్	12	12	13

SCERT, TELANGANA

Now let us calculate the average marks obtained by the students in each subject.

Telugu	Hindi	English
$AM = \frac{15+10+11+12}{4}$	$AM = \frac{8+10+6+12}{4}$	$AM =$………
$= \frac{48}{4}$	$= \frac{36}{4}$	= ………
= 12	= ……..	= ………
Highest marks = 15	Highest marks = …….	Highest marks = …….
Least marks = 10	Least marks = …….	Least marks = …….
Mean = 12	Mean = …….	Mean = …….

In the above each context, does the mean lie between the minimum and the maximum value?

You will find this is true.

The arithmetic mean always lies between the highest and lowest observations of the data.

7.3.3 A property of mean

Example 2 : In a family, ages (in years) of members; Krishna, Radhika, Niharika and Nikhil are 44, 39, 17 and 12. (i) Find the arithmetic mean of their ages. (ii) What were their ages 5 years before? Find their mean age. (iii) Can you see a relationship between the change in mean and the number of years.

Solution : Present ages of family members are = 44, 39, 17, 12 years

Number of family members = 4

(i) Therefore, Arithmetic Mean of their ages $= \frac{44+39+17+12}{4} = \frac{112}{4} = 28$ years

(ii) Ages of family members, 5 years ago = 44 – 5, 39 – 5, 17 – 5, 12 – 5

= 39, 34, 12, 7

$\therefore$ Mean of their ages 5 years ago $= \frac{39+34+12+7}{4} = \frac{92}{4} = 23$ years

(iii) Thus, on reducing the age of each family member by 5 years, we find that the mean age of the family also decreases by 5 years from the present mean age.

Now calculate the mean age of the family, 3 years from now. What do you think will be the mean age of the family 10 years from now?

SCERT, TELANGANA

ప్రతి సబ్జెక్ట్‌లోను విద్యార్థులు పొందిన సరాసరి మార్కులను గణిద్దాం.

తెలుగు	హిందీ	ఇంగ్లీషు
A.M $= \frac{15+10+11+12}{4}$	A.M $= \frac{8+10+6+12}{4}$	A.M =
$= \frac{48}{4}$	$= \frac{36}{4}$	= ………
= 12	= ……..	= ………
అత్యధిక మార్కులు = 15	అత్యధిక మార్కులు = …….	అత్యధిక మార్కులు = …….
అత్యల్ప మార్కులు = 10	అత్యల్ప మార్కులు = …….	అత్యల్ప మార్కులు = …….
మధ్యమం = 12	మధ్యమం = …….	మధ్యమం = …….

పై ప్రతి సందర్భంలో, 'అంక మధ్యమం' విలువ అత్యధిక, అతి తక్కువ విలువల మధ్యే ఉందా?

మీరు ఇది సత్యమని తెలుసుకుంటారు.

అంక మధ్యమం ఎల్లప్పుడూ అత్యధిక, అత్యల్ప పరిశీలనా విలువల మధ్యే ఉంటుంది.

7.3.3 అంక మధ్యమము యొక్క ధర్మము

ఉదాహరణ 2 : ఒక కుటుంబంలోని కృష్ణ, రాధిక, నీహారిక, నిఖిల్ అనే కుటుంబసభ్యుల వయస్సులు (సంవత్సరాల్లో) 44, 39, 17,12. అయితే (i) వారి వయస్సుల అంక మధ్యమాన్ని కనుక్కోండి (ii) ఐదేళ్ళ క్రితం వారి వయస్సులెంత? ఐదేళ్ళ క్రితం సగటు వయస్సెంత? (iii) సగటులోని మార్పుకూ, వయస్సుల సంఖ్యకూ మధ్య ఏదైనా సంబంధాన్ని మీరు గమనించారా?

సాధన : కుటుంబ సభ్యుల వయస్సులు (సంవత్సరాల్లో) = 44, 39, 17, 12

కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్య = 4

(i) కాబట్టి వారి వయస్సుల అంక మధ్యమం $= \frac{44+39+17+12}{4} = \frac{112}{4} = 28$ సంవత్సరాలు

(ii) ఐదేళ్ళ క్రితం కుటుంబ సభ్యుల వయస్సులు(సంవత్సరాల్లో) = 44–5, 39–5, 17–5, 12–5

= 39, 34, 12, 7

కాబట్టి ఐదేళ్ళ క్రితం వారి వయస్సుల అంక మధ్యమం $= \frac{39+34+12+7}{4} = \frac{92}{4} = 23$ సంవత్సరాలు

(iii) ప్రతి కుటుంబ సభ్యుని వయస్సును ఐదేళ్ళు తగ్గిస్తే అంక మధ్యమమూ ఐదేళ్ళు తగ్గింది.

ఇప్పటి నుండి మూడేళ్ళ తర్వాత ఆ కుటుంబంలోని సభ్యుల వయస్సుల అంక మధ్యమం కనుక్కోండి. పదేళ్ళ తర్వాత ఆ కుటుంబంలోని సభ్యుల వయస్సుల అంక మధ్యమం ఎంత ఉండవచ్చు?

SCERT, TELANGANA

You will find that when all the values of data set are increased or decreased by a certain number, the mean also increases or decreases by the same number.

Try This

1. A data of 10 observations has a minimum value 15 and maximum value 25. What is the possible mean of the data? Why?

   (a) 12 (b) 15 (c) 21 (d) 27

2. Observations of a data are 28, 45, 33, 21, 48, 30, 34, 36 and 40. Without actual calculation choose the mean of the data.

   (a) 20 (b) 35 (c) 48 (d) 50

Exercise - 7.1

1. Maximum day time temperatures of Hyderabad in a week (from 26th February to 4th March, 2011) are recorded as 26 °C, 27 °C, 30 °C, 30 °C, 32 °C, 33 °C and 32 °C.

   (i) What is the maximum temperature of the week?

   (ii) What is the average temperatures of the week?

2. Rice consumed in a school under the mid-day meal program for 5 consecutive days is 15.750 kg, 14.850 kg, 16.500 kg, 14.700 kg, and 17.700 kg. Find the average rice consumption for the 5 days.

3. In a village three different crops are cultivated in four successive years. The profit (in rupees) on the crops, per acre is shown in the table below-

Crop \ Year	2005	2006	2007	2008
Ground nuts	7000	8000	7500	7500
Jawar	6000	1000	8000	1000
Millets	9000	5000	3000	4000

   (i) Calculate the mean profit for each crop over the 4 years.

   (ii) Based on your answers, which crop should be cultivated in the next year?

SCERT, TELANGANA

ఒక దత్తాంశంలోని అన్ని విలువలకూ ఒకే సంఖ్యను కలిపినా లేదా తీసేసినా అంక మధ్యమం కూడా అదే సంఖ్యా విలువలో పెరుగుతుంది లేదా తగ్గుతుందని తెలుసుకుంటారు.

ప్రయత్నించండి

1. ఒక దత్తాంశంలోని పది రాశులలో గరిష్ట విలువ 25గానూ, కనిష్ట విలువ 15 గానూ ఉంది. ఈ పరిశీలనల సగటు ఎంత అయ్యే అవకాశము ఉంది? ఎందుకు?

   (a) 12 (b) 15 (c) 21 (d) 27

2. పరిశీలనల విలువలు 28, 45, 33, 21, 48, 30, 34, 36 , 40 గా నమోదయ్యాయి. కింది విలువల్లో ఏది ఈ విలువల సగటు అవుతుందో గణించకుండానే తెలపండి.

   (a) 20 (b) 35 (c) 48 (d) 50

అభ్యాసం - 7.1

1. హైదరాబాదులో 2011 ఫిబ్రవరి 26 నుండి మార్చి 4 వరకు వారంలో గల ప్రతిరోజూ గరిష్ట ఉష్ణోగ్రతలు 26 °C, 27^0 C, 30^0 C, 30^0 C, 32^0 C, 33^0 C, 32^0 C గా నమోదయ్యాయి.

   (i) ఆ వారంలో అత్యధిక ఉష్ణోగ్రత ఎంత?

   (ii) ఆ వారంలోని రోజువారి గరిష్ఠ ఉష్ణోగ్రతల సరాసరి ఎంత?

2. ఒక పాఠశాలలో మధ్యాహ్న భోజన పథకంలో వరుసగా 5 రోజుల పాటు వినియోగించిన బియ్యం 15.750 కి.గ్రా; 14.850 కి.గ్రా;16.500 కి.గ్రా; 14.700 కి.గ్రా; 17.700 కి.గ్రా, ఆ 5 రోజుల్లో సరాసరి బియ్యం వినియోగాన్ని కనుక్కోండి.

3. ఒక గ్రామంలో వేరుశనగ, జొన్నలు, తృణధాన్యాలను పండిస్తారు. వరుసగా నాలుగు సంవత్సరాల్లో ఆయా పంటలపై ఎకరానికి లాభం విలువలు (రూపాయల్లో) కింది విధంగా ఉన్నాయి.

పంట \ సంవత్సరం	2005	2006	2007	2008
వేరు శనగ	7000	8000	7500	7500
జొన్నలు	6000	1000	8000	1000
తృణధాన్యాలు	9000	5000	3000	4000

   (i) పై నాలుగు సంవత్సరాల్లో ప్రతి పంటపై సరాసరి లాభాన్ని గణించండి.

   (ii) ఆ తరువాతి సంవత్సరంలో ఏ పంట పండిస్తే బాగుంటుందో మీ ఫలితం ఆధారంగా తెలపండి.

SCERT, TELANGANA

4. The number of passengers who travelled in TSSRTC bus from Adilabad to Nirmal in 4 trips in a day are 39, 30, 45 and 54. What is the occupancy ratio (average number of passengers travelling per trip) of the bus for the day?

5. The following table shows the marks scored by Anju, Neelesh and Lekhya in four unit tests of English.

Name of the Student	Unit Test I	Unit Test II	Unit Test III	Unit Test IV
Anju	Absent	19	23	21
Neelesh	0	20	22	24
Lekhya	20	24	24	24

(i) Find the average marks obtained by Lekhya.

(ii) Find the average marks secured by Anju. Will you divide the total marks by 3 or 4? Why?

(iii) Neelesh has given all four tests. Find the average marks secured by him. Will you divide the total marks by 3 or 4? Why?

(iv) Who performed best in the English?

6. Three friends went to a hotel and had breakfast to their taste, paying ` 16, ` 17 and ` 21 respectively (i) Find their mean expenditure.(ii) If they have spent 3 times the amount that they have already spent, what would their mean expenditure be? (iii) If the hotel manager offers 50% discount, what would their mean expenditure be? (iv) Do you notice any relationship between the change in expenditure and the change in mean expenditure.

7. Find the mean of the first ten natural numbers.

8. Find the mean of the first five prime numbers.

9. In a set of four integers, the average of the two smallest integers is 102, the average of the three smallest integers is 103, the average of all four is 104. Which is the greatest of these integers?

10. Write at least two questions to find the mean, giving suitable data.

Project Work

Find out the number of family members in the houses on your street. Calculate the average family size of your street.

SCERT, TELANGANA

4. టి.ఎస్ ఆర్ టి సి బస్సులో ఆదిలాబాద్ నుండి నిర్మల్ వరకు ఒక రోజులో 4 ట్రిప్పుల్లో ప్రయాణించిన ప్రయాణికుల సంఖ్య 39, 30, 45, 54. ఆ బస్సు ఆక్యుపెన్సీ రేషియో (ఒక ట్రిప్పులో ప్రయాణించిన సగటు ప్రయాణికుల సంఖ్య) ఆ రోజులో ఎంత?

5. ఇంగ్లీషులో 4 లఘు పరీక్షల్లో అంజు, నీలేష్, లేఖ్య పొందిన మార్కుల వివరాలు క్రింది విధంగా ఉన్నాయి.

విద్యార్థి పేరు	లఘు పరీక్ష I	లఘు పరీక్ష II	లఘు పరీక్ష III	లఘు పరీక్ష IV
అంజు	అనుపస్థితి	19	18	19
నీలేష్	0	15	17	19
లేఖ్య	15	19	19	19

(i) లేఖ్య పొందిన సరాసరి మార్కులను కనుగొనండి.

(ii) అంజు పొందిన సరాసరి మార్కులను కనుగొనండి. ఆమె పొందిన మొత్తం మార్కులను 3 తో భాగిస్తారా లేక 4తో భాగిస్తారా? ఎందుకు?

(iii) నీలేష్ అన్ని పరీక్షలకూ హాజరైనాడు. అతడి సరాసరి మార్కులెన్ని? అతడు పొందిన మొత్తం మార్కులను 3 తో భాగిస్తారా లేక 4తోనా? ఎందుకు?

(iv) ఇంగ్లీషులో బాగా ప్రతిభ కనబరిచిన విద్యార్థి ఎవరు?

6. ముగ్గురు స్నేహితులు ఒక హోటల్‌కు వెళ్లి వారికిష్టమైన అల్పాహారం తీసుకున్నారు. వాళ్ళు ` 16, ` 17, ` 21 చెల్లించారు. (i) వాళ్ళ సరాసరి ఖర్చును కనుక్కోండి. (ii) వాళ్ళు ఖర్చుపెట్టిన మొత్తానికి 3 రెట్ల మొత్తాన్ని ఖర్చుపెడితే సరాసరి ఖర్చు ఎంత అవుతుంది? (iii) హోటల్ మేనేజర్ వారికి 50% డిస్కౌంటు ఇస్తే, వారి సరాసరి ఖర్చు ఎంత అవుతుంది? (iv) ఖర్చులో మార్పుకూ సరాసరి ఖర్చులో మార్పుకూ మధ్య ఏమైనా సంబంధాన్ని గమనించారా?

7. మొదటి 10 సహజ సంఖ్యల సగటును కనుక్కోండి.

8. మొదటి 5 ప్రధాన సంఖ్యల సగటును కనుక్కోండి.

9. నాలుగు పూర్ణసంఖ్యలలో మొదటి రెండు కనిష్ట పూర్ణసంఖ్యల సగటు 102. మొదటి మూడు కనిష్ట పూర్ణసంఖ్యల సగటు 103, మొత్తం నాలుగు పూర్ణసంఖ్యల సగటు 104. ఈ పూర్ణసంఖ్యలన్నింటిలోనూ గరిష్ట పూర్ణసంఖ్యను కనుక్కోండి.

10. సగటును కనుగొనేందుకు సరైన సమాచారం ఇస్తూ కనీసం రెండు ప్రశ్నలను రాయండి.

ప్రాజెక్టు పని

మీ వీధిలోని ఇళ్ళలో ఉండే కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్య తెలుసుకోండి. మీ వీధిలో కుటుంబ సగటు పరిమాణంను గణించండి.

SCERT, TELANGANA

7.4 Mode

The second type of representative value that we will learn about is mode. Let us read the example given below.

Example 3 : A shop keeper wants to find out which cooking oil he should stock in more number. For this, he maintains a record of cooking oil sale for the week in the form of the table given below.

Day	Packets of oil sold
Mon	GGGSSSSPP
Tue	GGGSSSSSPP
Wed	GGSSSSSP
Thu	GGGSSSP
Fri	GGGSSPP
Sat	GSSSSSSSS
Sun	GGGSSSP

G = Ground nut oil packet, S = Sunflower oil packet, and P= Palmolein oil packet.

In such a situation will calculating the mean number of oil packets sold help the shopkeeper to take a decision?

Solution : The shopkeeper first calculates the average number of packets that he can order.

$$\text{Average number of packets} = \frac{18+30+9}{3} = \frac{57}{3} = 19.$$

Should the shopkeeper stock 19 packets for each type of oil? The shopkeeper looked at his sales figures again. He finds sunflower oil to be the most frequently demanded oil and palmolein oil to be the least demanded oil. If he was to order 19 packets of each he would fall short of sunflower oil and palmolein oil would be in surplus. The shopkeeper decides to stock more packets of sunflower oil and lesser number of packets of palmolein oil. Thus, the number of packets of sunflower oil i.e. 30 is the representative value for the shopkeeper's data as it tells him the most frequently purchased oil. So, this is mode.

The most frequently occurring value for a set of observations is called the mode.

SCERT, TELANGANA

7.4 బాహుళకం

ప్రాతినిధ్య విలువల్లో రెండవ దైన 'బాహుళకం' గురించి తెలుసుకుందాం. క్రింది ఉదాహరణను చదువుదాం.

ఉదాహరణ 3 : ఏ వంటనూనెను ఎక్కువ సంఖ్యలో నిల్వ ఉంచుకోవాలో ఒక వ్యాపారి తెలుసుకోవాలనుకున్నాడు. అందుకోసం ఒకవారంలో వంట నూనెల అమ్మకాలను కింది విధంగా రికార్డు రూపంలో పొందుపరిచాడు.

రోజు	అమ్మిన వంటనూనె ప్యాకెట్లు
సోమ	GGGSSSSPP
మంగళ	GGGSSSSSPP
బుధ	GGSSSSSP
గురు	GGGSSSP
శుక్ర	GGGSSPP
శని	GSSSSSSSS
ఆది	GGGSSSP

G = వేరుశనగ నూనె ప్యాకెట్, S = సన్‌ఫ్లవర్ నూనె ప్యాకెట్, మరియు P = పామోలిన్ నూనె ప్యాకెట్.

ఇలాంటి సందర్భంలో వంటనూనె ప్యాకెట్ల సగటు సంఖ్యను గణించడం వల్ల ఒక నిర్ణయానికి వచ్చేందుకు ఆ వ్యాపారికి ఉపయోగపడుతుందా?

సాధన : తాను ఆర్డర్ చేయాల్సిన వంటనూనె ప్యాకెట్ల సగటు సంఖ్యను వ్యాపారి మొదట గణిస్తాడు.

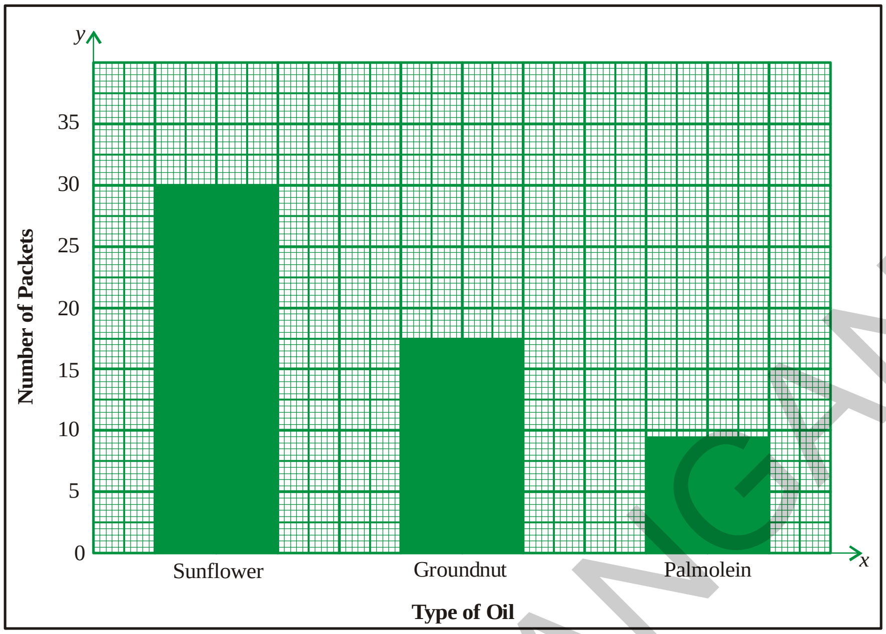
$$\text{వంటనూనె ప్యాకెట్ల సగటు సంఖ్య} = \frac{18+30+9}{3} = \frac{57}{3} = 19.$$

ప్రతిరకానికి 19 వంట నూనె ప్యాకెట్లను నిల్వ చేయాల్సి ఉంటుందా? వ్యాపారి వంటనూనెల అమ్మకాలను మరోసారి పరిశీలిస్తాడు. సన్‌ఫ్లవర్ వంట నూనెకు ఎక్కువ డిమాండ్ ఉన్నట్టు, పామోలిన్ వంట నూనెకు అతి తక్కువ డిమాండ్ ఉన్నట్టు గమనిస్తాడు. ఒక్కోరకం ప్యాకెట్లు 19 చొప్పున ఆర్డర్ ఇస్తే సన్‌ఫ్లవర్ వంటనూనె ప్యాకెట్లు సరిపోవు; పామోలిన్ వంట నూనె ప్యాకెట్లు మిగిలిపోతాయి. కాబట్టి సన్‌ఫ్లవర్ నూనె ప్యాకెట్లు ఎక్కువగా, పామోలిన్ నూనె ప్యాకెట్లు తక్కువగా కొనుగోలు చేసేందుకు ఆ వ్యాపారి నిర్ణయిస్తాడు. ఈ నిర్ణయానికి మూలం సన్‌ఫ్లవర్ నూనె ప్యాకెట్ల అమ్మకాలు ఆ వారంలో 30 కావడమే. ఈ ప్రాతినిధ్య విలువే ఆ వారంలో అధికంగా అమ్మినవి సన్‌ఫ్లవర్ వంటనూనె ప్యాకెట్లగా పేర్కొంటోంది. ఇదే బాహుళకం.

ఇచ్చిన పరిశీలనా విలువల్లో తరచుగా పునరావృతమయ్యే విలువను బాహుళకం అంటారు.

SCERT, TELANGANA

The longest bar in a bar graph represents the mode, as can be seen in the bar graph given in the next page.



Example 4 : Find the mode of the given set of numbers- 2,3,5,3,4,7,3,2,1,7,3

Solution : Arranging the numbers with same value together, we get 1,2,2,3,3,3,3,4,5,7,7

3 occurs more frequently than the other observations.

Thus, Mode = 3

Example 5 : Find the mode of the data 3, 5, 9, 6, 5, 9, 2, 9, 3, 5.

Solution : Arranging the numbers with the same value together we get 2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 9, 9, 9.

Here both 5 and 9 occurs more and equal number of times i.e., 3 times.

Thus, the given data contains two modes, i.e., 5 and 9

This kind of data is called **'Bimodal Data**.'

Note : If each observation in a data set is repeated an equal number of times then the data set has no mode.

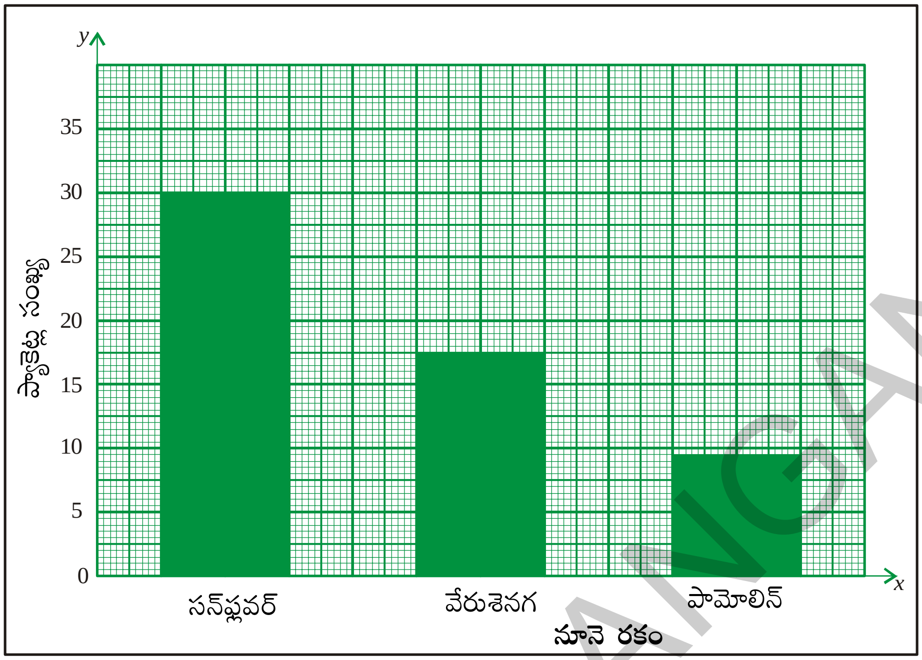
Try This

1. Find the modes of the following data.

(i) 5, 6, 3, 5, 4, 9, 5, 6, 4, 9, 5
(ii) 25, 14, 18, 15, 17, 16, 19, 13, 12, 24
(iii) 10, 15, 20, 15, 20, 10, 15, 20, 10

SCERT, TELANGANA

కమ్మీ చిత్రంలో అతి పొడవైన కమ్మీ సూచించే విలువను, ఆ దత్తాంశానికి బాహుళకం (mode) గా పేర్కొంటాం. ఉదాహరణకు కింది గ్రాఫ్ చూడండి.



ఉదాహరణ 4 : 2, 3, 5, 3, 4, 7, 3, 2, 1, 7, 3 అనే పరిశీలనాంశాల బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన : ఈ సంఖ్యలను ఒక క్రమపద్ధతిలో అమర్చితే 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 7, 7 వస్తుంది.

మిగతా వాటికంటే 3 ఎక్కువ సార్లు వచ్చింది.

కాబట్టి బాహుళకం = 3

ఉదాహరణ 5 : 3, 5, 9, 6, 5, 9, 2, 9, 3, 5 అనే సంఖ్యల బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన : ఒకే విలువగల సంఖ్యలు ఒకే దగ్గర ఉండేట్లు క్రమపద్ధతిలో అమర్చితే

2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 9, 9, 9 వస్తుంది.

ఇందులో 5, 9 అనే సంఖ్యలు ఎక్కువ సార్లు వచ్చాయి.

కాబట్టి ఈ దత్తాంశానికి రెండు బాహుళకాలు 5, 9 లు ఉన్నాయి.

ఇలాంటి దత్తాంశాన్ని 'ద్విబాహుళక దత్తాంశం' అంటారు.

గమనిక : ఒక దత్తాంశములో ప్రతి రాశి విలువ సమాన సంఖ్యలో పునరావృతమైతే ఆ దత్తాంశమునకు బాహుళకం ఉండదు.

ప్రయత్నించండి

1. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశాలకు బాహుళకం విలువలను కనుక్కోండి.

(i) 5, 6, 3, 5, 4, 9, 5, 6, 4, 9, 5
(ii) 25, 14, 18, 15, 17, 16, 19, 13, 12, 24
(iii) 10, 15, 20, 15, 20, 10, 15, 20, 10

SCERT, TELANGANA

Example 6 : Following are the marks obtained by 50 students in a unit test, which is administered for 10 marks. Find the mode of the data.

Marks obtained	No. of students
00	2
1	1
2	2
3	1
4	-
5	4
6	10
7	15
8	9
9	5
10	1
Total	50

Solution: In the data marks are observations. From the data table it is clear that 7 marks are obtained by many students.

Mode of the data is 7

Note: The observation 7 that repeats fifteen times is the mode and number of times i.e.15 should not be confused as the mode.

Example 7 : In which of the following situations, is the mode an appropriate representative value?

(a) A shopkeeper selling shirts, needs to decide which size of shirts to order more.

(b) For purchasing rice for a party of 20 people.

(c) For finding the height of the door in your house.

Solution : (a) Let us look at the first situation. Supposing the shopkeeper is selling 4 sizes of shirts and his sale for the month of February is-

Shirt Size	Number
M	15
L	18
XL	40
XXL	22
Total	92

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 6 : 10 మార్కులకు నిర్వహించిన ఒక పరీక్షలో 50 మంది విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కులు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

పొందిన మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
0	2
1	1
2	2
3	1
4	–
5	4
6	10
7	15
8	9
9	5
10	1
మొత్తం	50

సాధన : దత్తాంశ ప్రకారం '7 మార్కులు' అను రాశిని ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు పొందారు. అనగా 7 అను సంఖ్య ఎక్కువ సార్లు పునరావృతం అయింది.

దత్తాంశపు బాహుళకము = 7

గమనిక: పదిహేను సార్లు పునరావృతమైన 7 అనే సంఖ్యే బాహుళకం కానీ పునరావృతాల సంఖ్య 15ను బాహుళకంగా భావించకూడదు.

ఉదాహరణ 7 : క్రింద పేర్కొన్న ఏ సందర్భాల్లో బాహుళకం సరైన ప్రాతినిధ్య విలువ అవుతుంది?

(a) చొక్కాలను అమ్మే వ్యాపారి ఏ సైజు చొక్కాలను ఎక్కువగా ఆర్డర్ చేయాలో నిర్ణయించేందుకు

(b) ఇరవై మంది వ్యక్తులు హాజరయ్యే విందుకై బియ్యం కొనుగోలు చేయుటకు

(c) మీ ఇంట్లోని తలుపుల ఎత్తు కనుగొనేందుకు

సాధన : (a) మొదటి సందర్భాన్ని పరిశీలిద్దాం. వ్యాపారి నాలుగు సైజుల చొక్కాలు అమ్ముతాడనుకుంటే ఫిబ్రవరి నెలలో అతని అమ్మకాలు కింది విధంగా ఉండవచ్చు.

సైజు	సంఖ్య
M	15
L	18
XL	40
XXL	22
మొత్తం	92

SCERT, TELANGANA

The average number of shirts sold by the shopkeeper is $\frac{12+18+40+22}{4}$ = 23 shirts.

In such a situation does it make sense for the shopkeeper to order 23 shirts of each size? The shopkeeper looks at his data again. He finds that the most frequently purchased size is XL, If he orders 23 shirts of each size, he will fall short of size XL shirts. He thus finds it more sensible to order more shirts of this size and lesser of the rest.

Thus, the shopkeeper uses mode or the most frequently occurring value to take his decision.

(b) Look at second situation.

Neither we know how many take maximum and how much nor how many take minimum and how much. If we purchase 20 times of maximum, it would be waste, or if we purchase 20 times of munimum, it is not sufficient. So mode cann't be suggested here.

(c) Now look at third situation.

If there are 5 members in the house, and whose heights are 134cm, 125cm, 100cm, 125cm and 144cm, as mode of the data is 125cm, we may suggest the height of the door must be 125cm. But it is difficult for the person of height 144cm. Even if we take mean of their heights, it is difficult for tall persons. So neither the mode nor the mean can be used here.

Try This

1. One situation where mean would be an appropriate representative value.
2. One situation where mode would be an appropriate representative value.

Exercise - 7.2

1. Long jumps by 7 students of a team are 98cm, 125cm, 140cm, 155cm, 174cm, 140cm and 155cm. Find the mode of the data.

2. Ages of players in a cricket team are 25, 26, 25, 27, 28, 30, 31, 27, 33, 27, 29.
(i) Find the mean and mode of the data.(ii) Find the minimum number of players to be added to the above team so that mode of the data changes and what must be their ages.

3. Find the mode of the following data. 12, 24, 36, 46, 25, 38, 72, 36, 25, 38, 12, 24, 46, 25, 12, 24, 46, 25, 72, 12, 24, 36,25, 38 and 36.

SCERT, TELANGANA

ఒక్కో సైజులో ఆ వ్యాపారి అమ్మే సగటు చొక్కాల సంఖ్య = $\frac{12+18+40+22}{4}$ = 23 చొక్కాలు

ఇలాంటి సందర్భంలో ప్రతి సైజులోనూ 23 చొక్కాలను ఆర్డర్ చేయడం సరైనదేనా? ఆ వ్యాపారి తన దగ్గరున్న సమాచారాన్ని మరోసారి పరిశీలిస్తాడు. అత్యంత అధికంగా అమ్మకాలు జరిగే సైజు XL అని గుర్తిస్తాడు. అన్ని సైజుల చొక్కాలూ 23 చొప్పున తెప్పించినట్లయితే XL సైజు చొక్కాలు తక్కువపడతాయి. కాబట్టి ఈ సైజు చొక్కాలను అధికంగానూ, మిగిలిన సైజు చొక్కాలను తక్కువ సంఖ్యలోనూ తెప్పించడం అర్థవంతంగా ఉంటుంది.

ఈ నిర్ణయానికి వచ్చేందుకు ఆ వ్యాపారి 'బాహుళకం' లేదా 'తరచుగా పునరావృతమయ్యే విలువ' అనే భావనను పరిగణనలోకి తీసుకుంటాడు.

(b) రెండో సందర్భాన్ని పరిశీలిద్దాం.

ఒక్కొక్కరు తినేది గరిష్ఠంగా ఊహించి 20 రెట్లు బియ్యం కొనుగోలు చేస్తే ఎక్కువ వృథా అవుతుంది. అట్లే ఒక్కొక్కరు తినేది కనిష్ఠంగా ఊహించి 20 రెట్లు బియ్యం కొనుగోలు చేస్తే సరిపోకపోవచ్చు. అయితే ఒక్కొక్కరు తినేది మధ్యస్థంగా (సరాసరిగా) ఊహించినట్లయితే సరియైన పరిమాణంలో బియ్యం కొనుగోలు చెయ్యవచ్చును. కానీ ఈ దత్తాంశమునకు బాహుళకము ఎంత మాత్రము ఉపయోగపడదు.

(c) ఇప్పుడు మూడో సందర్భాన్ని పరిశీలిద్దాం

ఒక ఇంట్లో 134 సెం.మీ, 132 సెం.మీ, 100 సెం.మీ,125 సెం.మీ, 144 సెం.మీ. మరియు 125 సెం.మీ. ఎత్తు ఉండే ఆరుగురు కుటుంబసభ్యులు ఉన్నారు. ఈ దత్తాంశంలో బాహుళకం 125 సెం.మీ. కాబట్టి ఇంట్లోని తలుపుల ఎత్తు 125 సెం.మీగా ఉండవచ్చా? ఆరుగురిలో ఐదుగురి ఎత్తు 136 సెం.మీ కంటే తక్కువ కాబట్టి తలుపుల ఎత్తు 140 సెం.మీ గా నిర్ణయించవచ్చా? ఇక్కడ సగటునో, బాహుళకాన్నో ఉపయోగిస్తామా? అందరి కంటే పొడవైన వ్యక్తి సౌకర్యవంతంగా వెళ్ళగలిగేలా తలుపుల ఎత్తు నిర్ణయిస్తామా? ఈ సందర్భములో సగటు కానీ, బహుళకం కాని పరిగణలోకి తీసుకోము.

ప్రయత్నించండి

1. సగటు సరైన ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉండే ఒక సందర్భాన్ని పేర్కొనండి.
2. బాహుళకం సరైన ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉండే ఒక సందర్భాన్ని పేర్కొనండి.

అభ్యాసం - 7.2

1. ఒక బృందంలోని ఏడుగురు విద్యార్థులు లాంగ్‌జంప్‌లో 98 సెం.మీ, 125 సెం.మీ, 140 సెం.మీ, 155 సెం.మీ, 174 సెం.మీ, 140 సెం.మీ, 155 సెం.మీ. దూరం దూకారు. ఈ దత్తాంశానికి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.
2. ఒక జట్టు క్రీడాకారుల వయస్సులు 25, 26, 25, 27, 28, 30, 31, 27, 33, 27, 29. (i) ఈ దత్తాంశ అంకగణిత సగటును, బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి. (ii) బాహుళకం మారేందుకు వీలుగా ఈ టీమ్‌లో చేర్చగలిగే క్రీడాకారుల కనీస సంఖ్యను కనుక్కోండి. వారి వయస్సులు ఎంతెంత ఉండాలి?
3. కింది దత్తాంశ బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి 12, 24, 36, 46, 25, 38, 72, 36, 25, 38, 12, 24, 46, 25, 12, 24, 46, 25, 72, 12, 24, 36,25, 38, 36.

SCERT, TELANGANA

4. Decide whether mean or mode is a better representative value in the following situations.

(i) A shop keeper, who sells tooth paste tubes of different sizes, wants to decide which size is to be ordered more.

(ii) An invigilator wants to bring sufficient number of additional papers to the examination hall.

(iii) Preparation of the number of laddus for a marriage.

(iv) For finding the favorite cricketer in a class.

7.5 Median

We have looked at situations where mean and mode are representative values of the data. Now let us look at another situation. The following are the salaries (in rupees) earned by the manager and the workers in a production unit.

Manager	-	` 40,000
Worker 1	-	` 3,300
Worker 2	-	` 5,000
Worker 3	-	` 4,000
Worker 4	-	` 4,200
Worker 5	-	` 3,500
Worker 6	-	` 4,500
Worker 7	-	` 4,200
Worker 8	-	` 4,300
Worker 9	-	` 3,500
Worker 10	-	` 3,500

Will the mean salary or the mode of salaries be a representative value for this data?

Let us calculate the mean salary in the production unit.

$$\text{Mean salary} = \frac{\text{Total salary}}{\text{Number of employees}}$$

$$= \frac{3300+5000+4000+4200+3500+4500+4200+4300+3500+3500+40000}{11}$$

= ` 7272.72

SCERT, TELANGANA

4. కింద పేర్కొన్న సందర్భాలకు సగటు, బాహుళకాల్లో దేనిని ప్రాతినిధ్య విలువగా వినియోగించవచ్చో పేర్కొనండి.

(i) వివిధ సైజుల్లో ఉండే టూత్‌పేస్టులను అమ్మే వ్యాపారి ఏ సైజు టూత్ పేస్టులను అధికంగా కొనుగోలు చేయాలో నిర్ణయించుకునేందుకు

(ii) పరీక్షా హాలులోకి సరిపోయేన్ని అదనపు పేపర్లు తెచ్చుకోవడంలో ఇన్విజిలేటర్‌కు ఉపయోగపడేందుకు

(iii) ఒక పెళ్ళిలో తయారుచేయవలసిన లడ్డూల సంఖ్యను నిర్ణయించేందుకు

(iv) ఒక తరగతిలోని విద్యార్థులకు అభిమాన క్రికెటర్ ఎవరో నిర్ధారించేందుకు

7.5 మధ్యగతం

దత్తాంశ ప్రాతినిధ్య విలువగా అంక మధ్యమం, బాహుళకం ఉండే సందర్భాలను మనం పరిశీలించాం. ఇపుడు మరో సందర్భాన్ని చూద్దాం. ఒక ఉత్పాదక సంస్థలో మేనేజరు, కార్మికుల వేతన వివరాలు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

మేనేజరు	–	` 40,000
మొదటి కార్మికుడు	–	` 3,300
రెండవకార్మికుడు	–	` 5,000
మూడవ కార్మికుడు	–	` 4,000
నాలుగో కార్మికుడు	–	` 4,200
ఐదో కార్మికుడు	–	` 3,500
ఆరో కార్మికుడు	–	` 4,500
ఏడో కార్మికుడు	–	` 4,200
ఎనిమిదో కార్మికుడు	–	` 4,300
తొమ్మిదో కార్మికుడు	–	` 3,500
పదో కార్మికుడు	–	` 3,500

ఈ దత్తాంశానికి అంక మధ్యమం లేదా బాహుళకం ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉండగలుగుతాయా? పరిశీలిద్దాం!

ఆ సంస్థలో వేతనాల అంక మధ్యమాన్ని గణిద్దాం.

$$\text{వేతనాల సగటు} = \frac{\text{వేతనాల మొత్తం}}{\text{ఉద్యోగుల సంఖ్య}}$$

$$= \frac{3300+5000+4000+4200+3500+4500+4200+4300+3500+3500+40000}{11}$$

= ` 7272.72

SCERT, TELANGANA

Is this salary a representative of the salaries of either the manager or the workers? No it is not. It is much lesser than the manager's salary and more than the salary of all the workers.

Now let us consider the mode. 3500 is the most frequently occurring value in the data. However, it occurs only thrice thus, cannot be a representative of the data.

Now, let us use another way of calculating the representative value.

Let us arrange the numbers in ascending order-

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

The middle value of this data is 4200 as it divides employees into 2 equal groups – 5 are earning more than 4200 and 5 are earning less. This value is called **Median** and as you can see it provides a representative picture for all.

In the above example, the number of observations is 11 i.e. an odd number, thus the median divides the data into 2 equal groups.

Now what if the number of observations were even?

Let us the take the example of the production unit again. What if a new worker earning ` 4000 joined the production unit?

Arranging the numbers in ascending order we get-

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

Here both 4000 and 4200 lie in the middle of the data. Here the median will be calculated by finding the average of these two values. Thus, the median salary $= \frac{4000 + 4200}{2} =$ `.4100.

Example 8 : The monthly incomes of 7 graduates is ` 8000, ` 9000, ` 8200, ` 7900, ` 8500, ` 8600 and ` 60000. Find the median income.

Solution : Arranging the incomes in ascending order we get : 7900, 8000, 8200, 8500, 8600, 9000, 60000

Number of observations = 7

Middle term, i.e., 4th term in the data = 8500

Thus, the median income = ` 8500

Example 9 : Find the median of 49, 48, 15, 20, 28, 17, 14 and 110.

Solution : Ascending order of observations = 14, 15, 17, 20, 28, 48, 49, 110

Number of observations = 8

Middle terms i.e. the 4th and 5th values are 20 and 28.

SCERT, TELANGANA

ఈ వేతనాల సగటు మేనేజరు, కార్మికుల వేతనాలకు ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉంటుందా? లేదు! ఇది మేనేజరు వేతనం కంటే చాలా తక్కువ కాగా కార్మికుల వేతనాల కంటే చాలా ఎక్కువ.

ఇప్పుడు బాహుళకాన్ని పరిశీలిద్దాం. ఈ దత్తాంశంలో ఎక్కువసార్లు పునరావృతమైన విలువ 3500. అయితే ఇది మూడుసార్లే పునరావృతమైనందు వల్ల ఇది ఈ దత్తాంశానికి సరైన ప్రాతినిధ్య విలువ కాదు.

కాబట్టి మరో ప్రాతినిధ్య విలువను గణించే పద్ధతి చూద్దాం.

ఈ వేతనాలన్ని ఆరోహణ పద్ధతిలో అమర్చగా

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

ఈ దత్తాంశ మధ్య విలువ 4200. ఈ విలువ మొత్తం ఉద్యోగులను రూ.4200 కంటే ఎక్కువ సంపాదించే ఐదుగురు, అంతకంటే తక్కువ సంపాదించే ఐదుగురుగా – రెండు సమూహాలుగా విభజిస్తుంది. **ఈ విలువనే మధ్యగతం (Median) అంటారు. ఈ సంస్థలోని ఉద్యోగుల వేతనాలకు ఇది ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉంటుంది.**

పై ఉదాహరణలో మొత్తం పరిశీలనల సంఖ్య 11 ఒక బేసిసంఖ్య. అందువల్ల మధ్యగతం మిగతా దత్తాంశాన్ని రెండు భాగాలుగా విభజిస్తుంది.

ఒకవేళ పరిశీలనల సంఖ్య సరిసంఖ్య అయితే?

పై ఉత్పాదక సంస్థ ఉదాహరణనే మళ్ళీ తీసుకుందాం. ` 4000 సంపాదించే మరో వ్యక్తి ఈ ఉత్పాదక సంస్థలో చేరితే ఎలా ఉంటుంది?

ఇప్పుడు 12 మంది సంపాదనలను ఆరోహణ పద్ధతిలో అమర్చుదాం.

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

ఈ దత్తాంశం మధ్యలో 4000 , 4200 అనే రెండు విలువలు ఉన్నాయి. ఇలాంటి సందర్భాల్లో ఈ రెండు విలువల సరాసరిని కనుక్కోవడం ద్వారా మధ్యగతాన్ని గణిస్తాం. అందువల్ల మధ్యగత వేతనం $= \frac{4000+4200}{2} =$ ` 4100.

ఉదాహరణ 8 : ఏడుగురు ఉద్యోగుల నెలసరి ఆదాయాలు ` 8000, ` 9000, ` 8200, ` 7900, ` 8500, ` 8600 మరియు ` 60000 మధ్యగత ఆదాయాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన : ఆదాయాలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చితే : 7900, 8000, 8200, 8500, 8600, 9000, 60000

మొత్తం పరిశీలనల సంఖ్య = 7

మధ్యలో ఉండే సంఖ్య అనగా దత్తాంశంలో 4వ పదం = 8500

కాబట్టి మధ్యగత ఆదాయం = ` 8500

ఉదాహరణ 9 : 49, 48, 15, 20, 28, 17, 14, 110 ల మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన : పరిశీలనల ఆరోహణ క్రమం = 14, 15, 17, 20, 28, 48, 49,110

మొత్తం పరిశీలనల సంఖ్య = 8

మధ్యలో ఉండే విలువలు అనగా దత్తాంశంలోని 4, 5 పదాల విలువలు 20 మరియు 28.

SCERT, TELANGANA

$$\text{Median} = \text{Average of } 4^{th} \text{ and } 5^{th} \text{ values} = \frac{20+28}{2} = 24$$

Thus, median of the given data is 24

Exercise - 7.3

1. Say true or false and why?

   (i) The difference between the largest and smallest observations in a data set is called the mean.

   (ii) In a bar graph, the bar which has greater length may contains mode.

   (iii) Value of every observation in the data set is taken into account when median is calculated.

   (iv) The median of a set of numbers is always one of the numbers

2. The monthly income (in rupees) of 7 households in a village are 1200, 1500, 1400, 1000, 1000, 1600, 10000. (i) Find the median income of the house holds. (ii) If one more household with monthly income of `1500 is added, what will the median income be?

3. Observations of a data are16, 72, 0, 55, 65, 55, 10, and 41. Chaitanya calculated the mode and median without taking the zero into consideration. Did Chaitanya do the right thing?

4. How many distinct sets of three positive integers have a mean of 6, a median of 7, and no mode?

5. Four integers are added to a group of integers 3, 4, 5, 5 and 8 and the mean, median, and mode of the data increases by 1 each. What is the greatest integer in the new group of integers?

Play the Game

Take a dice numbered 1, 2, 3, 4, 5 and 6 on its faces. Make a group of three students. Ask each student to roll the dice and record the number, turn by turn. Repeat the process for 10 rounds. Now each student will have 10 numbers each. Find the mean, median and mode of data of each student.

7.6 Presentation of data

We have already learnt how to present data in bar graphs and pictographs in class 6. Pictographs represent data using pictures of objects. However, presenting data by a pictograph is often time consuming and difficult. Bar graphs help in presenting data with much more ease.

SCERT, TELANGANA

$$\text{మధ్యగతం} = 4,5 \text{ పదాల సగటు} = \frac{20+28}{2} = 24$$

కాబట్టి దత్తాంశ మధ్యగతం 24

అభ్యాసం - 7.3

1. **సత్యమా? అసత్యమా? తెల్పండి.**

    (i) గరిష్ఠ, కనిష్ఠ రాశుల మధ్య భేదాన్ని 'అంకగణిత మధ్యమం' అంటారు.

    (ii) కమ్మీ చిత్రంలో అతి పెద్ద కమ్మీ బాహుళకాన్ని కలిగి ఉండవచ్చు.

    (iii) మధ్యగతాన్ని గణించేటప్పుడు దత్తాంశంలోని ప్రతి పరిశీలనా విలువను పరిగణన లోకి తీసుకుంటాం.

    (iv) దత్త సంఖ్యలకు మధ్యగతమెప్పుడూ ఆ సంఖ్యల్లో ఏదో ఒకటి అవుతుంది.

2. ఒక గ్రామంలోని ఏడు కుటుంబాల నెలసరి ఆదాయం (రూపాయల్లో) 1200, 1500, 1400, 1000, 1000, 1600, 10000. (i) ఆ కుటుంబాల మధ్యగత ఆదాయాన్ని కనుక్కోండి. (ii) ` 1500 నెలసరి ఆదాయం ఉండే మరో కుటుంబాన్ని ఈ దత్తాంశంలో కలిపితే మధ్యగత ఆదాయం ఎంత ఉంటుంది?

3. ఒక దత్తాంశ పరిశీలనలు 16, 72, 0, 55, 65, 55, 10, 41. చైతన్య అనే విద్యార్థి 'సున్న'ను పరిగణనలోకి తీసుకోకుండా బాహుళకాన్ని, మధ్యగతాన్ని కనుక్కొన్నాడు. అతను చేసినది సరైనదేనా?

4. మూడు ధనపూర్ణ సంఖ్యల వేర్వేరు సముదాయాలను ఎన్ని తీసుకుంటే అంక మధ్యమం 6, మధ్యగతం 7 వచ్చి బాహుళకం లేకుండా ఉంటుంది?

5. 3, 4, 5, 5, 8 అనే ఒక పూర్ణ సంఖ్యల సముదాయానికి నాలుగు పూర్ణసంఖ్యలను కలిపితే అంక మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం 1 చొప్పున పెరుగుతాయి. కొత్తగా చేర్చిన సముదాయంలో గరిష్ఠ పూర్ణ సంఖ్య ఎంత?

ఆట ఆడండి

1, 2, 3, 4, 5,6 అంకెలు గుర్తించిన పాచిక (dice) ను తీసుకోండి. ముగ్గురు విద్యార్థుల్లో ఒక్కొక్కరిని పాచిక వేసి అంకె గుర్తించమనండి. ఈ ప్రక్రియను 10 రౌండ్ల వరకు కొనసాగించండి. ప్రతి విద్యార్థి 10 అంకెలు పొందుతాడు. ప్రతి విద్యార్థి పొందిన 10 అంకెలకు అంక మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాలను కనుక్కోండి.

7.6 సమాచార ప్రదర్శన

సమాచారాన్ని కమ్మీ చిత్రంలోనూ, పటచిత్రం (pictograph) లోను సూచించడాన్ని ఆరో తరగతిలో నేర్చుకున్నాం. వస్తువుల చిత్రాలను ఉపయోగిస్తూ సమాచారాన్ని సూచించేవి పిక్టోగ్రాఫ్స్. అయితే పిక్టోగ్రాఫ్‌ను ఉపయోగించడం వల్ల సమయం అధికంగా వినియోగించబడుతుంది. ఇది కష్టతరం కూడా. కమ్మీ చిత్రాల్లో సమాచారాన్ని చూపడం సులభంగా ఉంటుంది.

SCERT, TELANGANA

7.6.1 Bar Graph

In this section we will learn a little more about bar graphs. We know that bar graphs are made up of bars of uniform width which can be drawn horizontally or vertically with equal spacing between them. The length of each bar tells us the frequency of the particular item. We also know that the length of the bar graph is as per scale.

Example 10 : The bar graph shows the one day sales of various items in a shop.

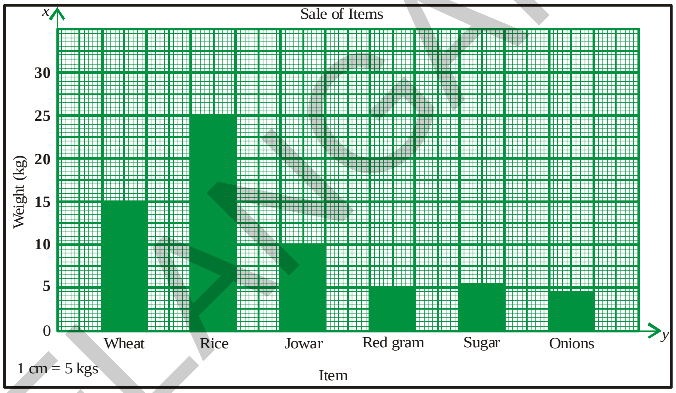
(i) What are taken on x-axis and y axis?

(ii) What is the scale selected on the y-axis?

(iii) Which of these provisions has most sale? How much?

(iv) Is the sale of onions more than red gram?

(v) What is the ratio between the sale of jowar and the sale of red gram?



Example 11 : Observe another bar graph.

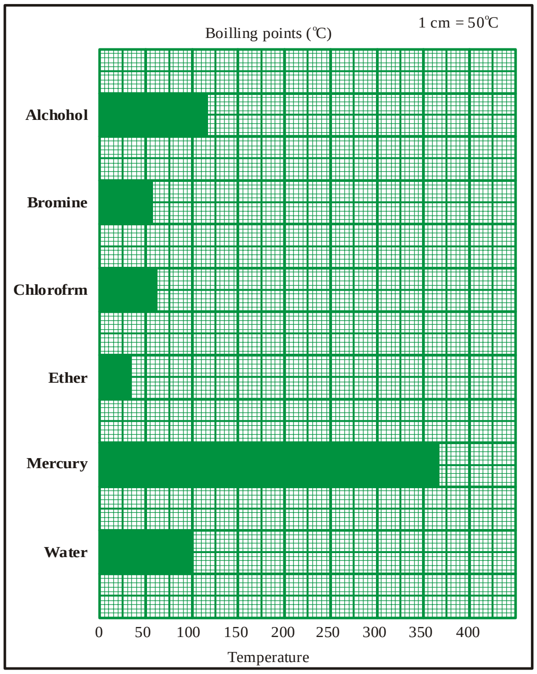
(i) What information does the graph give us?

(ii) What are taken on *x*-axis and y-axis?

(iii) Which of these liquids has highest boiling point?

(iv) Which of these liquids has the lowest boiling point?

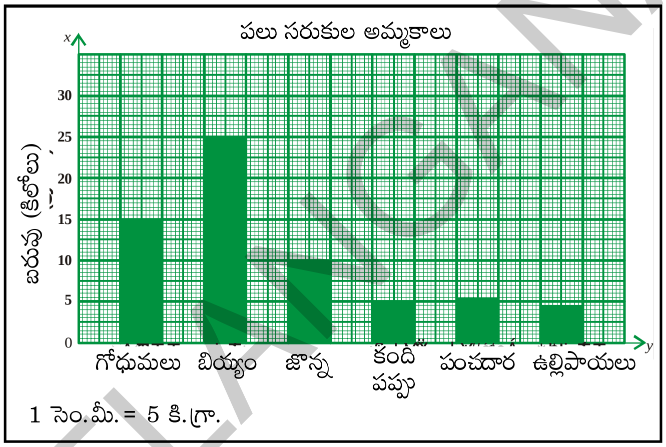
(v) What is the approximate ratio between the boiling point of mercury and the boiling point of ether?



7.6.1 కమ్మీ చిత్రం (బార్ గ్రాఫ్)

ఈ విభాగంలో కమ్మీ చిత్రాల గురించి మరికొంచెం ఎక్కువగా నేర్చుకొందాం. మధ్య దూరం సమానం గానూ, సమాన వెడల్పుతోనూ ఉన్న కమ్మీలతో కూడి ఉండేదే కమ్మీ చిత్రం. ప్రతి అంశం యొక్క పౌన:పున్యం ఎంత ఉందో దాని కమ్మీ పొడవు తెలుపుతుంది. స్కేలును బట్టి కమ్మీల పొడవులు మారుతాయి.

ఉదాహరణ 10 : ఒక దుకాణంలోని వివిధ వస్తువుల ఒకరోజు అమ్మకాలను ´ కమ్మీ చిత్రం తెలియజేస్తుంది.



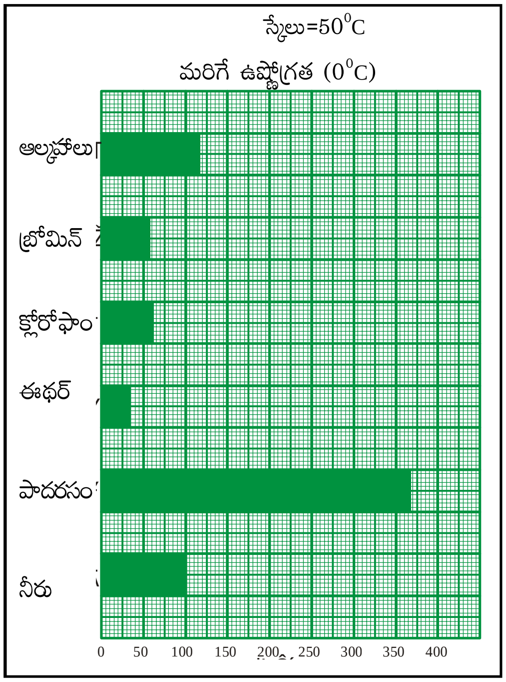
(i) x- అక్షం, y – అక్షం పై ఏ అంశాలను తీసుకొన్నాం?

(ii) y- అక్షానికి ఎంపిక చేసిన స్కేలు ఏది?

(iii) వీటిలో ఏ వస్తువు ఎక్కువగా అమ్ముడయింది? ఎంత?

(iv) ఉల్లిపాయల అమ్మకం కందిపప్పు అమ్మకం కన్నా ఎక్కువగా ఉందా?

(v) జొన్నలు, కందిపప్పు ల అమ్మకాల నిష్పత్తి ఎంత?



ఉదాహరణ 11 : మరో కమ్మీ చిత్రాన్ని పరిశీలించండి.

(i) ఈ గ్రాఫ్ ఏ వివరాలను తెలియజేస్తుంది?

(ii) x- అక్షం, y- అక్షాలపై వేటిని తీసుకున్నారు?

(iii) ఎక్కువ మరిగే ఉష్ణోగ్రత ఉండే ద్రవ పదార్థం వీటిలో ఏది?

(iv) ఇచ్చిన ద్రవ పదార్థాల్లో తక్కువ మరిగే ఉష్ణోగ్రత ఉండే ద్రవం ఏది?

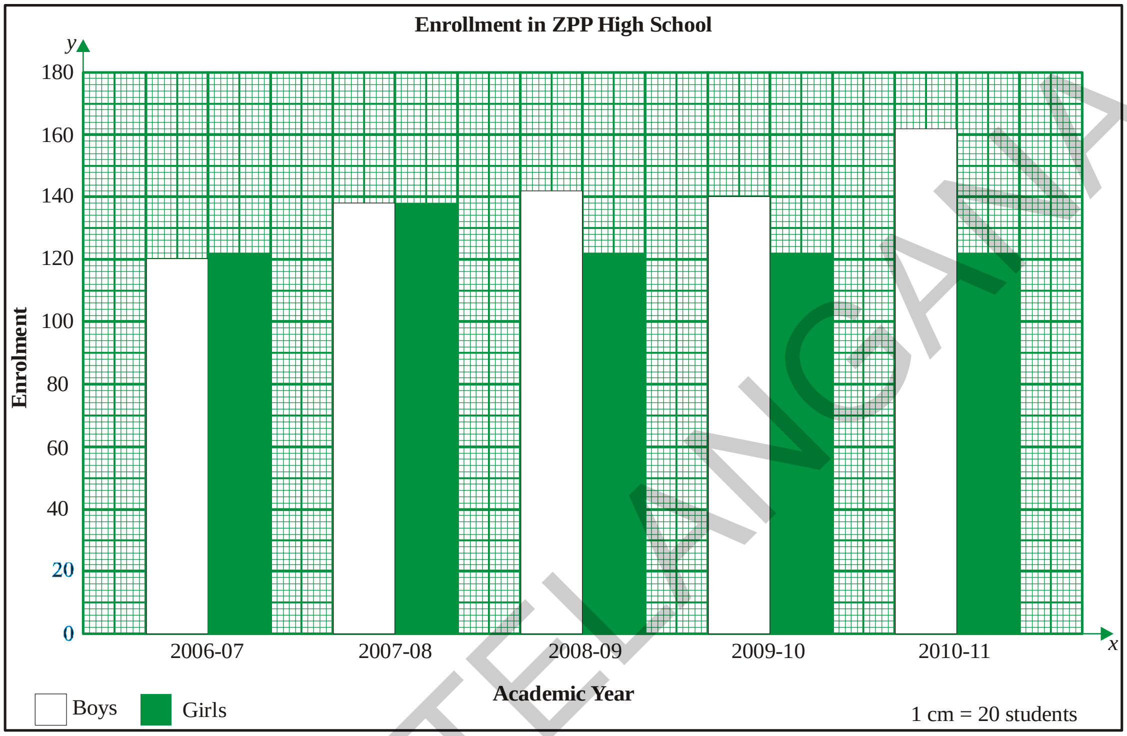
(v) పాదరసం, ఈథర్‌ల మరిగే ఉష్ణోగ్రతల మధ్య నిష్పత్తి ఎంత?

SCERT, TELANGANA

7.6.2 Double Bar Graph

Now let us learn about another type of bar graph

Example 12 : Study the following graph representing the total enrolment of boys and girls in ZPP High School and answer the following questions.



Did you notice that there are two bars for each year? What does the first bar tell you? What does the second bar tell you? This kind of bar graph is called **Double bar graph**. It presents two observations side by side.

(i) In which year is the enrolment of girls more than the boys?

(ii) In which year is the enrolment of boys and girls the same?

(iii) In which year is the enrolment of girls minimum?

(iv) What is the total enrolment in the year 2007-08?

Example 13 : The following are the marks in Maths and Science of five students in class VII. Present this data in the form of a double bar graph.

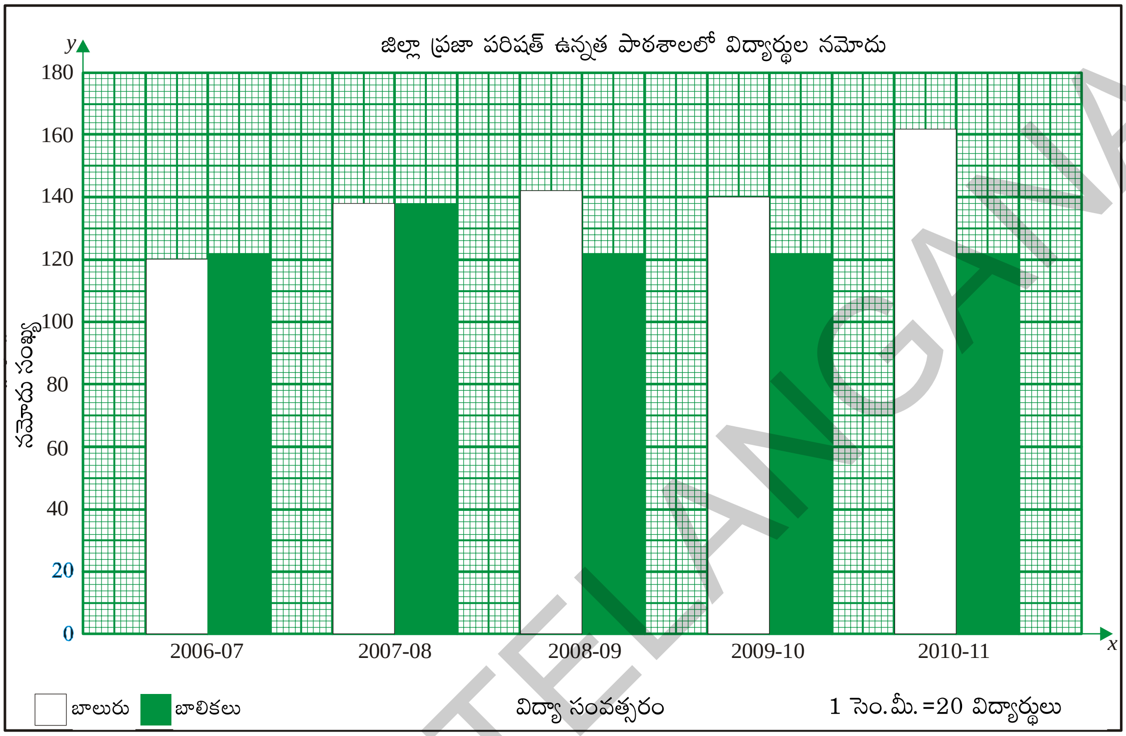
Name of Student	Maths	Science
Saravan	70	75
Raman	35	30
Mani	65	75
Renuka	90	100
Girija	22	35
Sharmila	50	50

SCERT, TELANGANA

7.6.2 రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రాలు

ఇప్పుడు మరో రకం కమ్మీ చిత్రాల గురించి తెలుసుకుందాం.

ఉదాహరణ 12 : క్రింది కమ్మీ చిత్రాన్ని పరిశీలించండి. జిల్లా ప్రజా పరిషత్తు ఉన్నత పాఠశాలలో బాలురు, బాలికల నమోదు సంఖ్యను ఈ చిత్రం సూచిస్తుంది.



ప్రతి సంవత్సరంలోనూ రెండు కమ్మీలుండడాన్ని మీరు గమనించారా? మొదటి కమ్మీ ఏం తెలుపుతుంది? రెండో కమ్మీ ఏం తెలుపుతుంది? ఇలాంటి కమ్మీ చిత్రాన్ని **రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం** అంటాం. ఈ చిత్రం రెండు పరిశీలనల్ని పక్క పక్కనే సూచిస్తుంది.

(i) ఏ సంవత్సరంలో బాలుర సంఖ్య కంటే బాలికల సంఖ్య ఎక్కువగా ఉంది?

(ii) ఏ సంవత్సరంలో బాలురు, బాలికల సంఖ్య సమానంగా ఉంది?

(iii) ఏ సంవత్సరంలో బాలికల సంఖ్య కనిష్ఠ స్థాయిలో ఉంది?

(iv) 2007-08 సంవత్సరంలో మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

ఉదాహరణ 13 : ఏడో తరగతిలో ఐదుగురు విద్యార్థుల మార్కుల వివరాలు క్రింది పట్టికలో ఉన్నాయి. ఈ సమాచారాన్ని రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం రూపంలో తెలపండి.

విద్యార్థి పేరు	గణితం	సైన్స్
శరవణ్	70	75
రామన్	35	30
మణి	65	75
రేణుక	90	100
గిరిజ	22	35
షర్మిల	50	50

SCERT, TELANGANA

Solution : Steps in drawing a double bar graph.

1. Draw x-axis (horizontal line) and y-axis (vertical line) on the graph paper and mark their intersection as O.

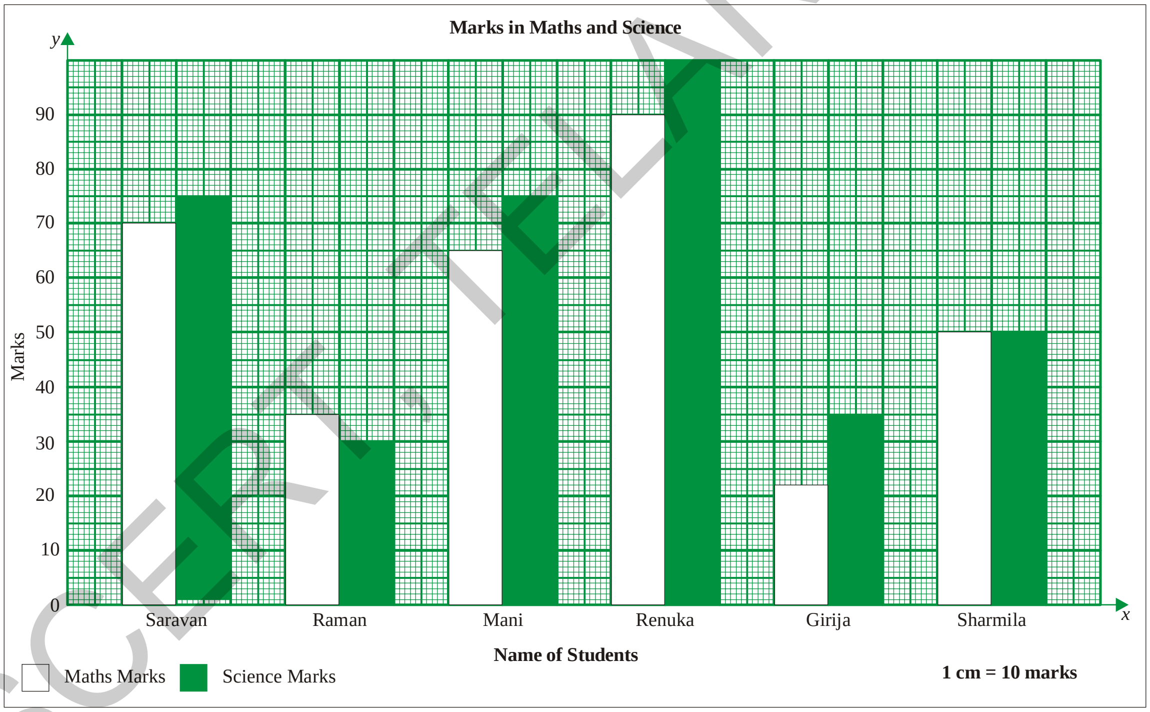
2. Take names of students on x-axis.

3. Take Maths and Science marks on y-axis,

4. Take an appropriate scale on y-axis so that maximum marks of both the subjects fit on the graph sheet. Here the maximum value to be plotted on Y- axis is 100, so the scale 1 cm = 10 marks, is appropriate.

5. Find the length of each bar by dividing the value by 10 (Scale is 1 cm = 10 marks).

6. Draw bars representing 'Maths marks ' and 'Science marks' side by side of every student.



SCERT, TELANGANA

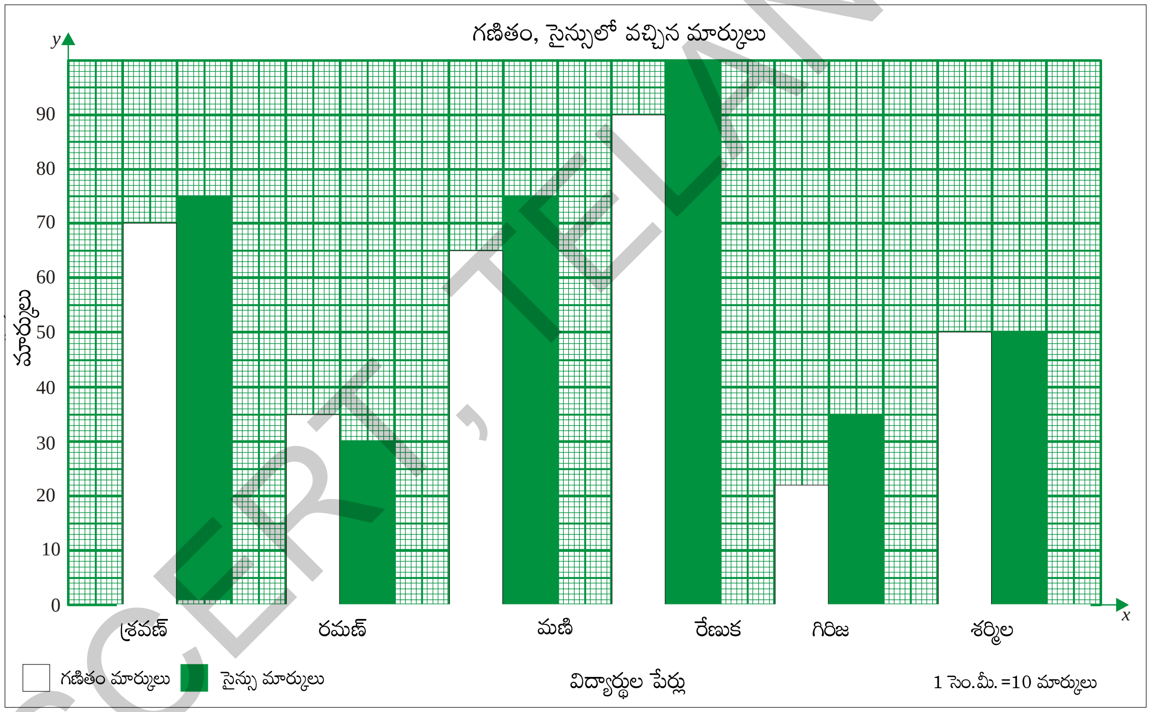
7.6.3 Pie Charts

Another way in which data can be presented is through pie charts.

The monthly budget of a family is given in the table on the left. This data has been presented in a pie chart on the right. The higher the share of expenditure of perticular item of the total income, the more the area occupied by the item in the pie chart.

సాధన : రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం గీయడంలో సోపానాలు

1. గ్రాఫ్ పేపర్‌పై x- అక్షం (అడ్డుగీత), y- అక్షం (నిలువు గీత) గీయండి. ఖండన బిందువును 'O' గా గుర్తించండి.
2. x- అక్షంపై విద్యార్థుల పేర్లు తీసుకోండి.
3. y- అక్షంపై గణితం, సైన్స్‌లలో మార్కులు తీసుకోండి.
4. రెండు పాఠ్యాంశాలలోనూ గరిష్ఠ మార్కులు గ్రాఫ్ పేపర్‌పై గుర్తించబడేలా సరైన స్కేలును y- అక్షంపై తీసుకోండి. y- అక్షం పై 100, అనే విలువ గరిష్టంగా ఉంటుంది. కాబట్టి 1 సెం.మీ = 10 మార్కులు అనే సూచిక భిన్నం సరైనది.
5. మార్కులను 10 తో భాగించి కమ్మీ పొడవు నిర్ధారించండి. (సూచిక భిన్నం 1 సెం.మీ = 10 మార్కులు)
6. ప్రతి విద్యార్థి గణితం మార్కులను, సైన్స్ మార్కులను పక్క పక్కనే పేర్కొనండి.



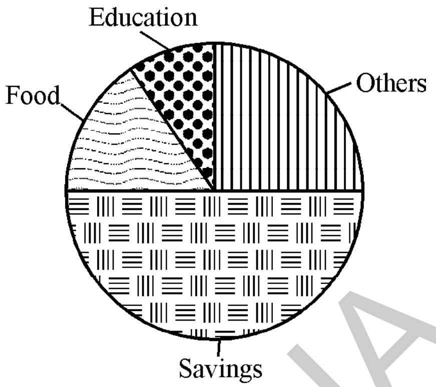
7.6.3 వృత్తరేఖా చిత్రాలు (పై చిత్రం)

సమాచారాన్ని సూచించే మరో పద్ధతి 'వృత్తరేఖా చిత్రం' (పై చిత్రం) ద్వారా సూచించడం

ఒక కుటుంబ నెలవారీ బడ్జెట్ వివరాలు ఎడమ వైపు ఉన్న పట్టికలో ఉన్నాయి. కుడి వైపు ఈ సమాచారం పై చిత్రంలో ఉంది. మొత్తం ఆదాయంలో బడ్జెట్ ఏ అంశంలో ఎక్కువగా ఉంటే వృత్తరేఖా చిత్రంలో ఆ అంశం ఎక్కువ భాగం ఉంటుంది.

SCERT, TELANGANA

Budget head	Amount (`)
Food	1500
Education	750
Others	2250
Savings	4500
Total income	9000



Looking at the pie chart answer the following questions.

(i) What is the shape of the pie chart?

(ii) What is the name of each shape used to present different items in the pie chart?

(iii) Say true or false (a) The largest part of the income is saved.

(b) Least amount of money is spent on education.

7.6.4 Drawing a pie chart

Now, let us learn about how data is presented on a pie chart.

The pie chart represents each item as a portion of the circle, as how much part of the total incomeis is shared by the particular item.

We know that the total angle at the centre of a circle is 360°. We can assume that it represents the total of all observations i.e. ` 9000.

Each item of expenditure is a part of the total income thus, the angle of the sector or the area of the sector will depend on the ratio between the item of expenditure and total income.

Thus, the angle of each sector = $\frac{\text{Amount of Expenditure}}{\text{Total Income}} \times 360^\circ$

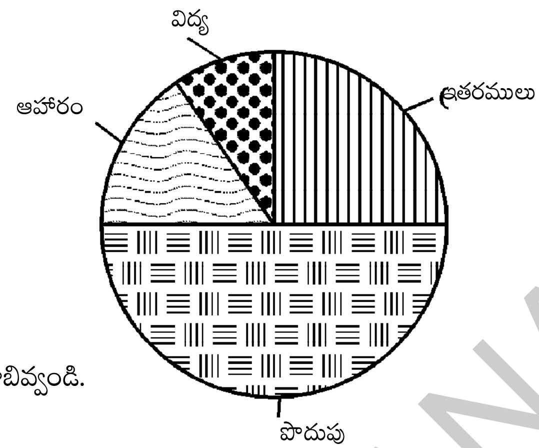
We make below table to find the angle of the sectors.

Budget head	Amount of expenditure	Ratio between expenditure and total income	Angle of sector or area of the sector
Food	1500	$\frac{1500}{9000} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
Education	750	$\frac{750}{9000} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{12} \times 360^\circ = 30^\circ$
Others	2250	$\frac{2250}{9000} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$
Savings	4500	$\frac{4500}{9000} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$

Note: Check whether the sum of all the angles of the sectors equal to 360°?

SCERT TELANGANA

బడ్జెట్ పద్దు	ఖర్చు (`)
ఆహారం	1500
విద్య	750
ఇతర ఖర్చులు	2250
పొదుపు	4500
మొత్తం	9000



పైన ఇచ్చిన పై చిత్రాన్ని పరిశీలించి, కింది ప్రశ్నలకు జవాబివ్వండి.

(i) పై చిత్రం ఏ ఆకారంలో ఉంటుంది?

(ii) ఆహారం, విద్య, పొదుపు, ఇతర ఖర్చులను పై చిత్రంలో ఏ ఆకారంలో సూచించడం జరిగింది?

(iii) సత్యమో అసత్యమో తెలపండి.

(a) ఆదాయంలో అధికభాగం పొదుపు చేశారు.

(b) విద్యపై అతి తక్కువ మొత్తాన్ని ఖర్చు చేశారు.

7.6.4 వృత్త రేఖా చిత్రాన్ని గీయడం

ఈ 'వృత్తరేఖా చిత్రం' నందు సమాచారం ఎలా సూచిస్తామో ఇప్పుడు నేర్చుకుందాం.

మొత్తం ఆదాయంలో ఖర్చులకు సంబంధించిన ఒక్కో అంశం ఎంత భాగమో, వృత్తంలో అంతభాగం (సెక్టరు) ఆ అంశమును సూచిస్తుంది.

వృత్త కేంద్రం వద్ద మొత్తం కోణం 360^0. అని మనకు తెలుసు. ఇది మొత్తం ఆదాయం ` 9000. ను సూచిస్తుంది. ఖర్చులోని ప్రతి అంశం మొత్తం ఆదాయంలో ఒక భాగం. అందువల్ల ప్రతి అంశంలోని ఖర్చుకూ మొత్తం ఆదాయానికి మధ్య నిష్పత్తిపై సెక్టరు కోణం లేదా సెక్టరు వైశాల్యం ఆధారపడి ఉంటుంది.

అందువల్ల ప్రతి సెక్టరు కోణం = $\dfrac{\text{ఖర్చు}}{\text{మొత్తం ఆదాయం}} \times 360^0$

సెక్టరు కోణాన్ని కనుక్కొనేందుకు కింది పట్టిక రూపొందించాలి

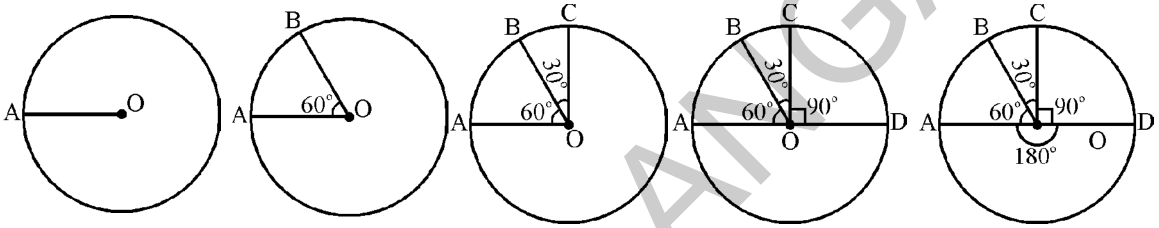
బడ్జెట్ పద్దు	ఖర్చు (రూపాయల్లో)	ఖర్చుకూ మొత్తం ఆదాయానికీ మధ్య నిష్పత్తి	సెక్టరు కోణం (లేదా) సెక్టారు వైశాల్యం
ఆహారం	1500	$\frac{1500}{9000}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}\times 360^{\circ}=60^{\circ}$
విద్య	750	$\frac{750}{9000}=\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}\times 360^{o}=30^{o}$
ఇతర ఖర్చులు	2250	$\frac{2250}{9000}=\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}\times 360^{o}=90^{o}$
పొదుపు	4500	$\frac{4500}{9000}=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\times 360^{o}=180^{o}$

గమనిక: అన్ని సెక్టార్ల కోణాల మొత్తం 360^0 అవుతుందోమో సరిచూడండి?

SCERT, TELANGANA

Steps of construction

1. Draw a circle with any convenient radius and mark its centre 'O'.
2. Mark a point A, somewhere on the circumference and join OA.
3. Construct angle of the sector for food = 60º. Draw ∠AOB = 60º.
4. Construct angle of the sector for education = 30º. Draw ∠BOC = 30º.
5. Construct angle of the sector for other = 90º. Draw ∠COD = 90º.
6. Now ∠DOA = 180º represents the angle sector for savings.



1 2 3 4 5

Exercise - 7.4

1. Draw a bar graph for the following data.

Population of India in successive census years-

Year	1941	1951	1961	1971	1981	1991	2001
Population (in millions) (approx)	320	360	440	550	680	850	1000

Source : Data from census of India 1991 and 2001.

2. Draw a pie chart for the following data.

Item of expenditure	Food	Health	Clothing	Education	Savings
Amount spent in rupees	3750	1875	1875	1200	7500

SCERT, TELANGANA

నిర్మాణ సోపానాలు :

1. ఏదేని ఒక వ్యాసార్ధంతో వృత్తాన్ని గీచి, దాని కేంద్రాన్ని 'O' గా గుర్తించండి.

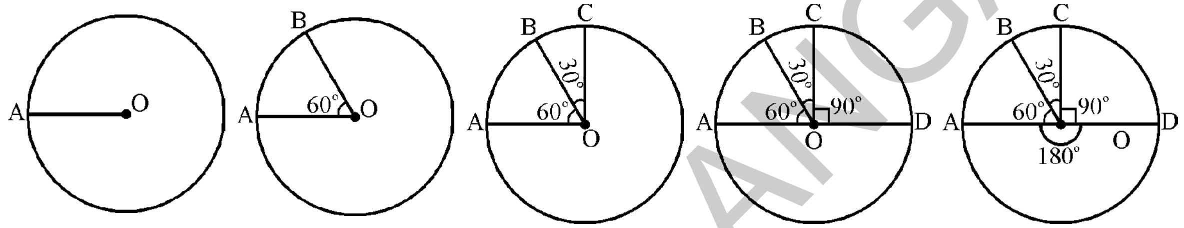
2. వృత్త పరిధిపై ఏదైనా ఒక బిందువును 'A' గా గుర్తించండి. OA ను కలపండి.

3. ఆహారం సెక్టరు కోణం 60° ఉండేట్లు $\angle AOB = 60^o$ని నిర్మించండి.

4. విద్య సెక్టరు కోణం 30° ఉండేట్లు $\angle BOC = 30^o$. ని నిర్మించండి.

5. ఇతర ఖర్చుల సెక్టరు కోణం 90° ఉండేట్లు $\angle COD = 90^o$. ని నిర్మించండి.

6. $\angle DOA = 180^o$ అనే సెక్టరు కోణం 'పొదుపు'ను సూచిస్తుంది.



1 2 3 4 5

అభ్యాసం - 7.4

1. కింది సమాచారానికి కమ్మీ చిత్రాన్ని గీయండి.

   వివిధ సంవత్సరాల్లో భారతదేశ జనాభా –

సంవత్సరం	1941	1951	1961	1971	1981	1991	2001
జనాభా (మిలియన్లలో) (సుమారుగా)	320	360	440	550	680	850	1000

   ఆధారం : 1991,2001 సంవత్సరాల భారతదేశ జనాభా సమాచారం

2. కింది సమాచారానికి వృత్తరేఖా చిత్రాన్ని గీయండి.

ఖర్చు వివరాలు	ఆహారం	ఆరోగ్యం	దుస్తులు	విద్య	పొదుపు
ఖర్చు మొత్తం (రూపాయల్లో)	3750	1875	1875	1200	7500

SCERT, TELANGANA

3. Draw a double bar graph for the following data.

Birth and Death rates of different states in 1999.

State	Birth Rate (Per 1000)	Death Rate (Per 1000)
Andhra Pradesh	22	8
Karnataka	22	8
Tamil Nadu	19	8
Kerala	18	6
Maharashtra	21	8
Orissa	24	11

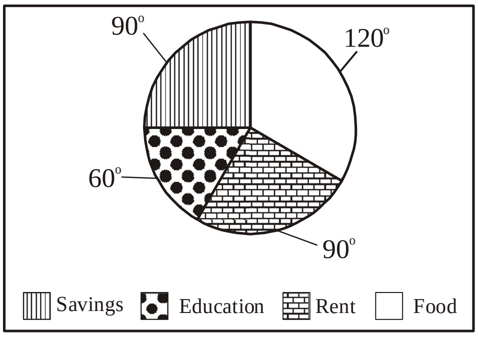
Source : The table is taken from vittal statistics SRS 1999.

4. Draw a pie chart for the following data.

Time spent by a child during a day-

Time spent for	Sleep	School	Play	Others
Time spent	8 hrs	6 hrs	2 hrs	8 hrs

5. The adjoining pie chart gives the expenditure on various items during a month for a family. (The numbers written around the pie chart tell us the angles made by each sector at the centre.)



Answer the following.

(i) On which item is the expenditure minimum?

(ii) On which item is the expenditure maximum?

(iii) If the monthly income of the family is ₹ 9000, what is the expenditure on rent?

(iv) If the expenditure on food is ₹ 3000, what is the expenditure on education of children?

SCERT, TELANGANA

3. కింది సమాచారంతో రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రాన్ని గీయండి.

1999 లో వివిధ రాష్ట్రాల జనన, మరణాల రేటు (సుమారుగా)

రాష్ట్రం	జననాల రేటు (ప్రతి 1000కి)	మరణాల రేటు (ప్రతి 1000 కి)
ఆంధ్రప్రదేశ్	22	8
కర్నాటక	22	8
తమిళనాడు	19	8
కేరళ	18	6
మహారాష్ట్ర	21	8
ఒరిస్సా	24	11

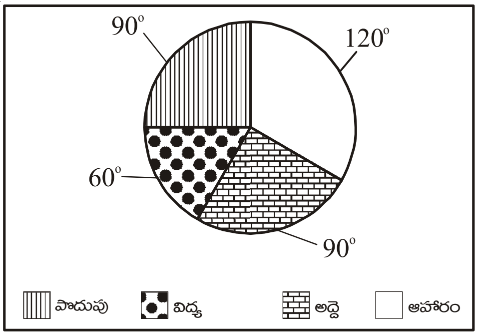
ఆధారం : ఎస్ ఆర్ ఎస్ 1999 గణాంకాలు

4. కింది సమాచారాన్ని ఉపయోగించి 'వృత్తరేఖా చిత్రం' గీయండి.

పిల్లల రోజువారీ కార్యకలాపాల కాలం

కార్యకలాపాలు	నిద్ర	పాఠశాల	ఆటలు	ఇతరులు
కాలం	8 గంటలు	6 గంటలు	2 గంటలు	8 గంటలు

5. ఒక కుటుంబం ఒక నెలలో చేసిన ఖర్చు వివరాలను ప్రక్కన ఉండే 'పై-చిత్రం' సూచిస్తుంది. (పై-చిత్రం చుట్టూ ఉండే సంఖ్యలు ఒక్కో సెక్టరు కేంద్రం వద్ద చేసే కోణాలను తెలుపుతాయి)



కింది ప్రశ్నలకు జవాబివ్వండి.

(i) ఆ కుటుంబం దేనిపై ఖర్చు తక్కువ పెడుతుంది?

(ii) ఆ కుటుంబం దేనిపై ఎక్కువ ఖర్చు చేస్తోంది?

(iii) కుటుంబ ఆదాయం ₹ 9000 అయితే, అద్దెకు పెట్టిన ఖర్చు ఎంత?

(iv) ఆహారానికి పెట్టిన ఖర్చు ₹ 3000, అయితే పిల్లల విద్యకు పెట్టిన ఖర్చు ఎంత?

SCERT, TELANGANA

Project Work

1. Gather information of the number of different kinds of houses in your locality (ward / colony / village). Then find mode.
2. Collect the item-wise expenditure of your family in a month and represent it as a pie chart.
3. Collect different data presented in the form of bar graphs and pie charts in magazines, newspapers etc. and present them on your school bulletin board.
4. Collect daily attendance of your class for a week and find its average.

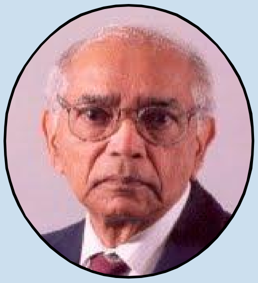
Looking back

E7X9X7

- Mean, mode and median are representative values for a data set.
- Arithmetic mean or mean is equal to sum of all the observations of a data set divided by the number of observations. It lies between the lowest and highest values of the data.
- An observation of data that occurs most frequently is called the mode of the data. A data set may have one or more modes and sometimes none.
- Median is simply the middle observation, when all observations are arranged in ascending or descending order. (In case of even number of observations meadian is the average of middle two observations.)
- A pie chart is a circular chart /graph divided into sectors, and is used to present data.
- The central angle of each sector (and consequently its area) in a pie chart, is proportional to the quantity that it represents.

SCERT, TELANGANA

Dr.C.R.Rao (India)
1920 AD



A well known Statistician, famous for his “Theory of Estimation” (1945). He worked on Cramer-Rao Inequality and Fisher-Rao theorm.

ప్రాజెక్టు పని

1. మీ వార్డు / కాలనీ / గ్రామంలో వివిధ రకాలకు చెందిన ఇళ్ళు ఎన్ని ఉన్నాయనే సమాచారం సేకరించండి. ఆ సమాచారానికి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.
2. మీ కుటుంబం ఒక నెలలో చేసే ఖర్చు వివరాలను సేకరించండి. 'పై-చిత్రం'లో సూచించండి.
3. మ్యాగజైన్లు, దినపత్రికలలో కమ్మీ చిత్రాలు, పై చిత్రాల రూపంలో ఉన్న సమాచారాన్ని సేకరించండి. మీ పాఠశాల గోడపత్రికలో ప్రదర్శించండి.
4. ఒక వారంలో మీ తరగతి రోజువారీ హాజరును సేకరించండి. వారం రోజుల సగటు హాజరును కనుక్కోండి.

మనం నేర్చుకున్నవి

R6Y6F8

- ఒక దత్తాంశ సమితికి ప్రాతినిధ్య విలువలు అంక మధ్యమం, బాహుళకం, మధ్యగతం.
- ఒక దత్తాంశ సమితిలోని రాశుల మొత్తాన్ని రాశుల సంఖ్యతో భాగిస్తే వచ్చే ఫలితం అంకగణిత మధ్యమానికి సమానం. ఇది దత్తాంశ గరిష్ఠ, కనిష్ఠ విలువల మధ్య ఉంటుంది.
- ఎక్కువ సార్లు పునరావృతమయ్యే దత్తాంశ రాశిని 'బాహుళకం' అంటారు. ఒక దత్తాంశ సమితిలో ఒకటి కంటే ఎక్కువ బాహుళకాలు ఉండవచ్చు, కొన్నిసార్లు బాహుళకం లేకపోవచ్చు.
- రాశులను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో అమర్చితే

1. రాశుల సంఖ్య బేసి సంఖ్య అయితే మధ్యగతం, ఆ రాశుల వరుస మధ్యలో ఉండే రాశి అవుతుంది.
2. రాశుల సంఖ్య సరి సంఖ్య అయితే మధ్యలో ఉండే రెండు రాశుల సరాసరి మధ్యగతం అవుతుంది.

- వృత్తాన్ని సెక్టర్లుగా విభజించి సమాచారాన్ని సూచించే చిత్రమే 'వృత్తరేఖా చిత్రం' (పై చిత్రం).
- 'పై' చిత్రంలో ప్రతి సెక్టరు కేంద్రం వద్ద చేసే కోణం (లేదా సెక్టరు వైశాల్యం) అది సూచించే రాశికి అనుపాతంలో ఉంటుంది.

SCERT, TELANGANA

డా. సి.ఆర్. రావు (భారతదేశం)

1920 AD

ప్రముఖ సాంఖ్యక శాస్త్రజ్ఞుడు. ఈయన రచించిన "థియరీ ఆఫ్ ఎస్టిమేషన్" అనే గ్రంథము (1945) ప్రాముఖ్యత పొందింది. ఈయన క్రామర్-రావ్ ఇనిక్వాలిటీ మరియు ఫిషర్-రావు సిద్ధాంతాలను రూపొందించారు.

Chapter

8 Congruency of Triangles

P8Y5G7

8.0 Introduction

If we take a pile of one rupee coins and place them one on top of the other, they would match perfectly. Do you know why this happens? This is because all the coins have the same size and shape. In the same way papers of a blank note book have the same size and shape.

Look around you and find some examples of objects that share this kind of similarity i.e. they are identical in shape and size. Think of at least 5 such examples.

When we talk about objects of the same size and shape we say that the objects are congruent. A practical test of congruence is to place one object over the other and see if they superimpose exactly.

Activity

Are all ten rupee notes congruent? How will you check?

Similarly, check whether to 5 rupee notes are congruent. Write your observations.

We see many examples of congruent objects all around us. Now, think of some shapes that are congruent.

SCERT TELANGANA

అధ్యాయము

8

త్రిభుజాల సర్వసమానత్వం

M8K4E9

8.1 పరిచయం

మనం కొన్ని ఒక రూపాయి నాణేలను తీసుకొని ఒక నాణెముపై మరో నాణెమును పేర్చితే అవి ఒక దొంతరగా ఏర్పడతాయి. ఒక దానితో ఒకటి సరిగ్గా ఏకీభవిస్తాయి. దీనికి కారణం మీకు తెలుసా? అన్ని నాణెములు ఒకే ఆకార, పరిమాణాలను కలిగిఉన్నాయి. ఇలాగే ఒక నోట్‌పుస్తకంలో పేజీలన్నీ ఒకే ఆకారము, ఒకే పరిమాణము కలిగిఉంటాయి.

మీ చుట్టూఉన్న పరిసరాలలో వస్తువులను గమనించండి. వాటిలో ఒకే ఆకారం, ఒకే పరిమాణం కలిగిన వస్తువులను పరిశీలించి కనీసం 5 ఉదాహరణలను చెప్పండి.

ఒకే పరిమాణము, ఆకారము కలిగిన వస్తువులను "సర్వసమానములు" అంటారు. వస్తువుల సర్వసమానత్వమును ప్రయోగాత్మకముగా పరిశీలించాలంటే ఆ వస్తువుల అంచులతో ఏర్పడే పటాలను ఒకదానిపై మరొకటి ఉంచితే ఆ రెండు పటాలు ఖచ్చితముగా ఒకదానితో ఒకటి ఏకీభవించాలి.

కృత్యం

అన్ని పది రూపాయల నోట్లు సర్వసమానాలేనా? ఎలా సరిచూసుకోగలం?

రెండు 5 రూపాయల నోట్లు సర్వసమానంగా ఉన్నాయా పరిశీలించండి. మీ పరిశీలనలను రాయండి.

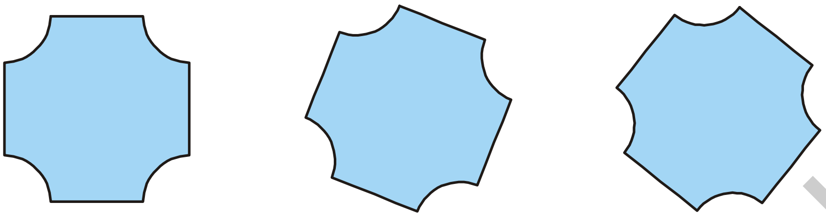
నిత్యము మనచుట్టూ ఉన్న పరిసరాలలో సర్వసమాన వస్తువులెన్నింటినో చూస్తూ ఉంటాం. ఇపుడు సర్వసమానంగా ఉన్న మరి కొన్ని ఆకారములను గురించి ఆలోచించండి.

SCERT TELANGANA

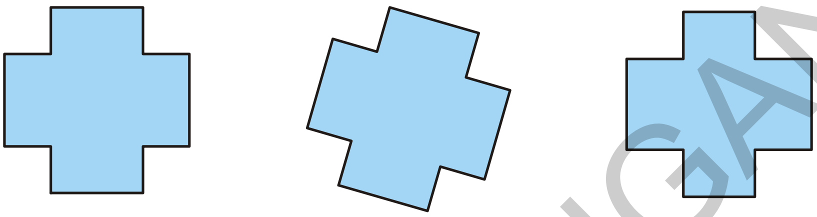
Do This

1. Here are some shapes. See whether all the shapes given in a row are congruent to each other or not. You can trace the figures and check.

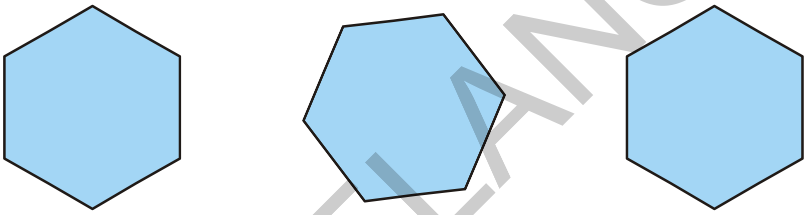
(i)



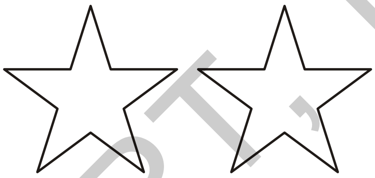
(ii)



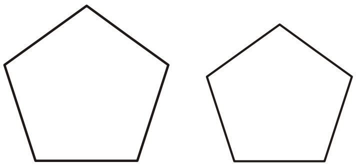
(iii)



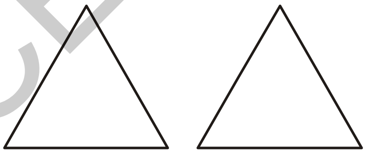
2. Which of the following pairs of figures are congruent?



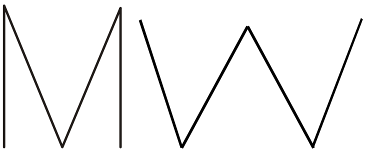
(i)



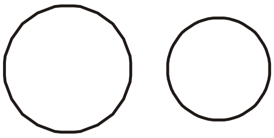
(ii)



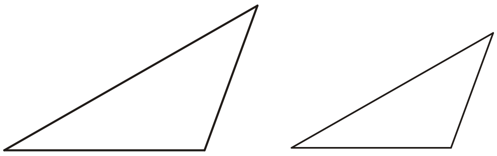
(iii)



(iv)



(v)



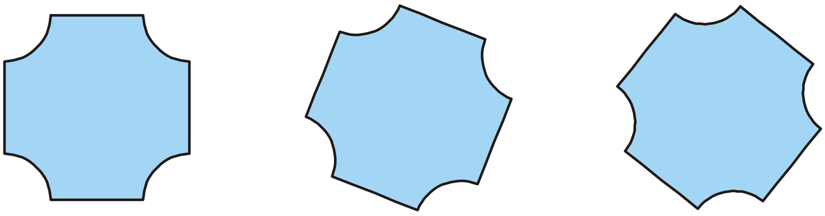
(vi)

SCERT, TELANGANA

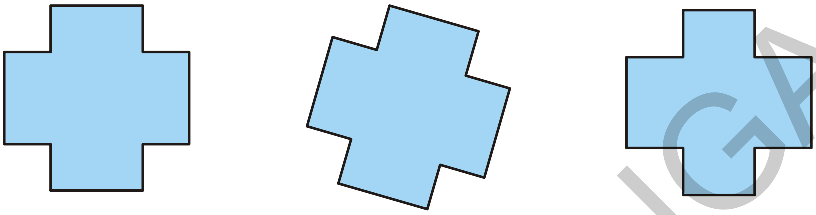
ఇవి చేయండి

1. ఇక్కడ కొన్ని ఆకారాలు ఉన్నాయి. ఒక వరుసలో ఉన్న పటములన్నీ సర్వసమానాలేనా? వాటి నకలును తీసి సరిచూడండి.

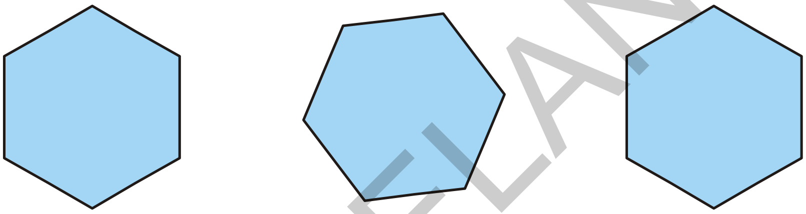
(i)



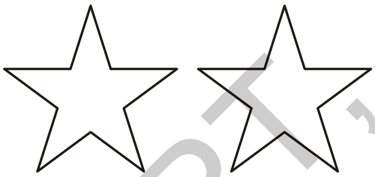
(ii)



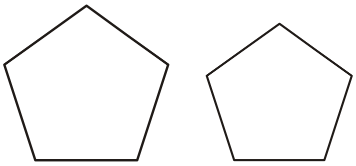
(iii)



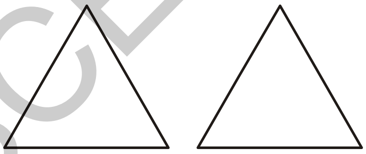
2. ఈ కింది ఆకారాల జతలలో ఏవి సర్వసమానములు?



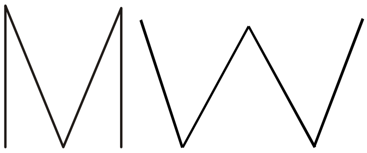
(i)



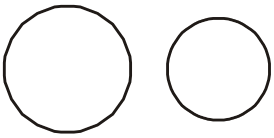
(ii)



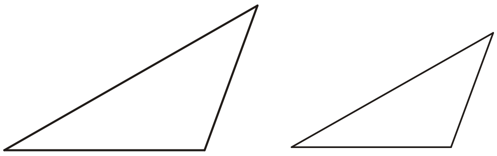
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

SCERT, TELANGANA

8.1 Congruency of line segments

Observe the two pairs of line segments given below.

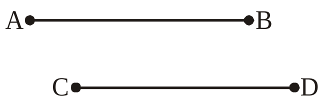


Figure 1

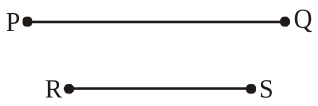


Figure 2

Copy the line segment AB on a tracing paper. Place it on CD. You will find that AB covers CD. Hence the line segments are congruent. We write $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (Congruency is denoted by $\cong$).

Repeat this activity for the pair of line segments in Figure 2. What do you find? Are they congruent?

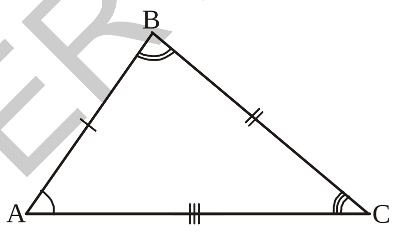
You will notice that the pair of line segments in Figure 1 match with each other because they have same length and this is not the case in Figure 2.

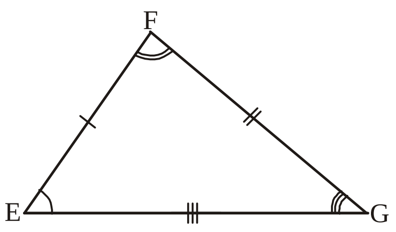
The line segment has only one dimension i.e., length. So if two line segments have the same length, they are congruent. Conversely, if two line segments are congruent, they have the same length.

When we write AB = CD, what we actually mean is $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

8.2 Congruency of triangles

We learnt that two line segments are congruent when their lengths are equal. We extend this idea to triangles. Two triangles are congruent if they are copies of one another and when superimposed, they cover each other exactly.





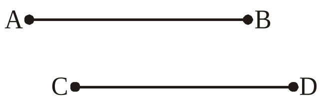
ΔABC and ΔEFG cover each other exactly i.e. they are of the same size and shape. They are congruent triangles. We express congruency of the two triangles as $\Delta ABC \cong \Delta EFG$.

If two triangles are congruent then all the corresponding parts of the two triangles are i.e. the three angles and three sides are congruent. We also say that if the corresponding parts of two triangles are congruent, then the triangles are congruent. This means that, when you place ΔABC on ΔEFG, their corresponding corners coincides with each other. A lies on E, B lies on F and C lies on G. Also $\angle$A coincides with $\angle$E, $\angle$B coincides with $\angle$F and $\angle$C coincides with $\angle$G and lastly AB coincides with EF, BC coincides with FG and AC coincides with EG.

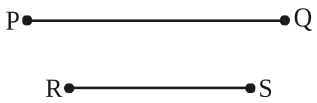
SCERT, TELANGANA

8.1 రేఖా ఖండముల సర్వసమానత్వము

కింద ఇచ్చిన రేఖాఖండముల జతలను పరిశీలించండి.



పటం 1



పటం 2

రేఖాఖండము $\overline{AB}$ ని పారదర్శక కాగితమునుపయోగించి నకలు చేయాలి. రేఖాఖండము $\overline{CD}$ పై ఉంచాలి. మనము రెండు రేఖాఖండములు ఏకీభవించినట్లు గమనించవచ్చు. బిందువు A, C తోనూ ; బిందువు B, D తోనూ ఏకీభవిస్తుంది. కాబట్టి రెండు రేఖాఖండములు $\overline{AB}, \overline{CD}$ లు సర్వసమానములు అని చెప్పవచ్చు. దానిని మనము $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ గా రాయవచ్చు. (సర్వసమానమును $\cong$ గుర్తుతో సూచిస్తారు)

అదేవిధంగా పటము 2 తో కూడా చేయండి. మీరు ఏమి గమనించారు? ఆ రెండు రేఖా ఖండములు సర్వసమానములేనా?

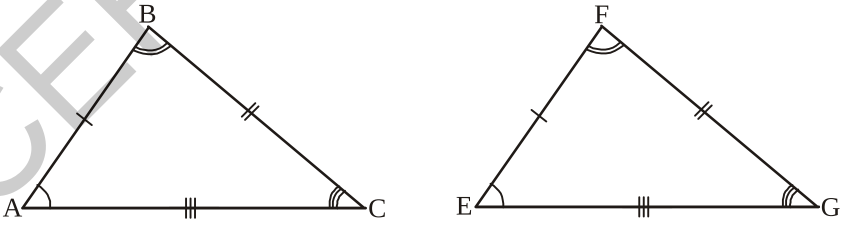
పటము 1 లో రెండు రేఖాఖండములు ఏకీభవించాయి. దీనికి గల కారణము $\overline{AB}, \overline{CD}$ లు ఒకే పొడవును కల్గియున్నాయి కాని పటము 2 లో రెండు రేఖాఖండములు విభిన్న పొడవులను కలిగి ఉన్నాయి.

రేఖాఖండము 'పొడవు' అనే ఒకే కొలతను కల్గియుంటుంది. అందుచే రెండు రేఖాఖండములు ఒకే పొడవును కల్గియున్నచో ఆ రేఖాఖండములు సర్వసమానములు. మరో విధంగా చెప్పాలి అంటే **సర్వసమాన రేఖాఖండముల పొడవులు సమానము.**

$AB = CD$ అయితే $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ అని కూడా రాయవచ్చు.

8.2 త్రిభుజాల సర్వసమానత్వము

రెండు రేఖాఖండముల పొడవులు సమానమైనప్పుడు, అవి సర్వసమానములని నేర్చుకున్నారు కదా! ఈ భావనను త్రిభుజములకు వర్తింపచేద్దాం. రెండు త్రిభుజాలను ఒక దానిపై మరొకటిని ఉంచితే రెండు త్రిభుజాలు ఏకీభవిస్తే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.



ΔABC, ΔEFG లు పూర్తిగా ఏకీభవిస్తే, ఆరెండు త్రిభుజాలు ఒకే ఆకారము, పరిమాణము కల్గి ఉంటాయి. వీటిని సర్వసమాన త్రిభుజాలు అంటారు. వీటిని $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ గా వ్రాయవచ్చు.

రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు అయితే వాటి యొక్క సదృశ్య భాగాలు సమానం. అనగా వాటి మూలలు ఒకదానికొకటి ఏకీభవిస్తాయి. A పై E, B పై F మరియు C పై G ఉంచబడుతుంది. అదేవిధంగా $\angle A$, $\angle E$ తో; $\angle B$, $\angle F$ తో మరియు $\angle C$, $\angle G$ తో ఏకీభవించబడతాయి. AB, EF తో; BC, FG తో మరియు AC, EG తో ఏకీభవిస్తాయని గమనించవచ్చు.

SCERT, TELANGANA

Thus, for two triangles that are congruent, their corresponding parts i.e. vertices, angles and sides match one another or are equal.

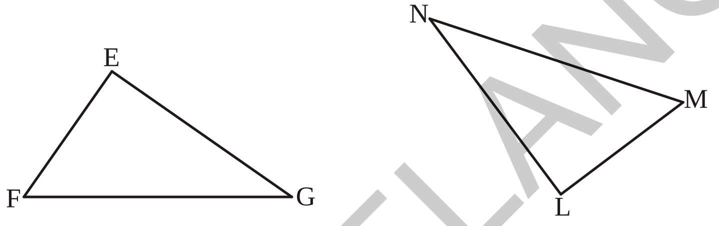
In ΔABC and ΔEFG

$A \rightarrow E$	$B \rightarrow F$	$C \rightarrow G$	(corresponding vertices)
$\angle A \cong \angle E$	$\angle B \cong \angle F$	$\angle C \cong \angle G$	(corresponding angles)
$\overline{AB} \cong \overline{EF}$	$\overline{BC} \cong \overline{FG}$	$\overline{AC} \cong \overline{EG}$	(corresponding sides)

So, when we say that $\Delta ABC \cong \Delta EFG$. The order of the alphabet in the names of congruent triangles displays the corresponding relationships.

Do This

1. $\Delta EFG \cong \Delta LMN$

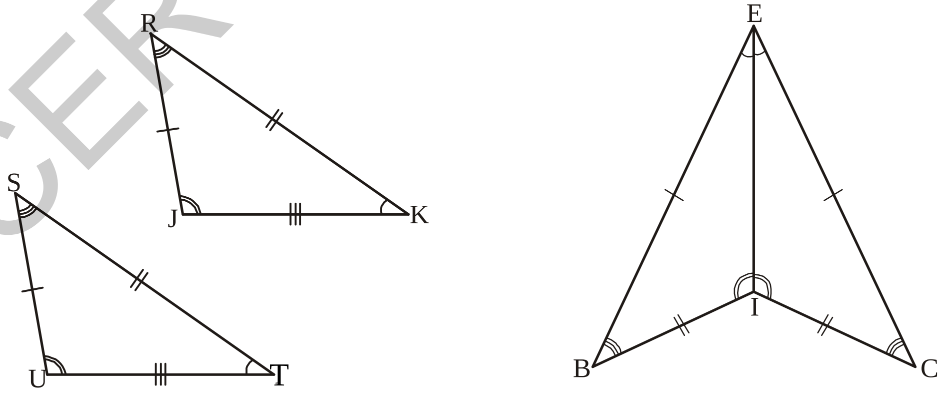


Write the corresponding vertices, angles and sides of the two triangles.

2. If $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, then write the given below parts of ΔABC that corresponds to ΔDEF.

(i) DE (ii) $\angle E$ (iii) DF (iv) EF (v) $\angle F$

3. Name the congruent triangles in each of the following pairs. Write the statement using '$\cong$'.



4. Name the congruent angles and sides for each pair of congruent triangles given below.

1. $\Delta TUV \cong \Delta XYZ$ 2. $\Delta CDG \cong \Delta RSW$

SCERT, TELANGANA

కనుక రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు అయితే వాటి యొక్క సదృశ భాగాలు అనగా శీర్షములు, సదృశ కోణములు, సదృశ భుజాలు ఏకీభవిస్తాయి మరియు సమానంగా ఉంటాయి.

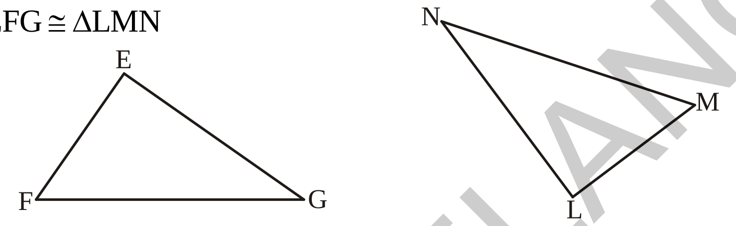
ΔABC మరియు ΔEFG లలో

$A \to E$	$B \to F$	$C \to G$	(సదృశ శీర్షాలు)
$\angle A = \angle E$	$\angle B = \angle F$	$\angle C = \angle G$	(సదృశ కోణాలు)
$\overline{AB} = \overline{EF}$	$\overline{BC} = \overline{FG}$	$\overline{AC} = \overline{EG}$	(సదృశ భుజాలు)

సర్వసమాన త్రిభుజాలను సూచించే అక్షర క్రమము సదృశ భాగాల మధ్య సంబంధమును తెలియజేస్తుంది. అనగా $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ అని గమనించగలం.

ఇవి చేయండి

1. $\Delta EFG \cong \Delta LMN$

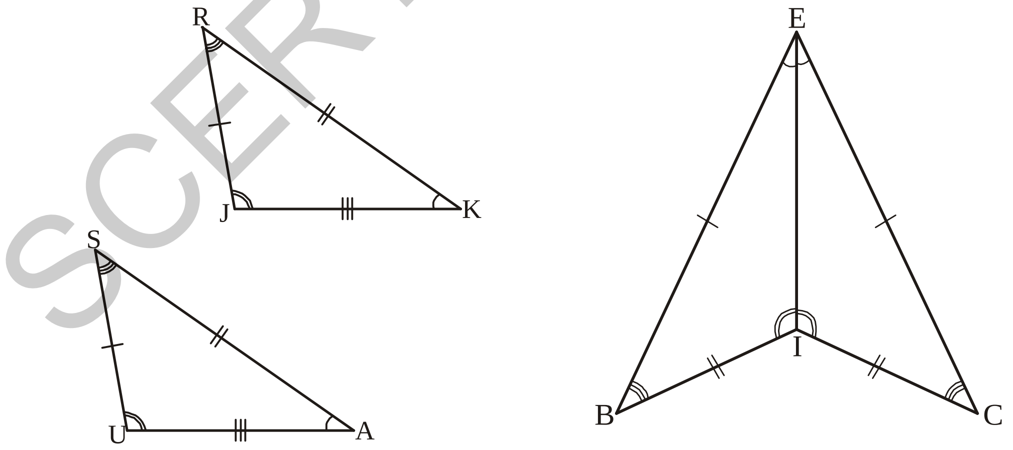


రెండు త్రిభుజాల యొక్క సదృశ శీర్షాలు, సదృశ భుజాలు, సదృశ కోణాలను రాయండి.

2. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ అయితే, ΔDEF లోని కింది భాగాలు ΔABC లో వేటితో సమానమవుతాయి?

   (i) DE (ii) $\angle E$ (iii) DF (iv) EF (v) $\angle F$

3. సర్వసమానమైన త్రిభుజాల పేర్లను రాయండి. వాటిని సర్వ సమానత్వపు గుర్తు '$\cong$' తో సూచించండి.



4. ఈ కింది ఇవ్వబడిన సర్వసమాన త్రిభుజాల యొక్క సదృశకోణాలను, సదృశ భుజాలను కనుగొని రాయండి.

   1. $\Delta TUV \cong \Delta XYZ$ 2. $\Delta CDG \cong \Delta RSW$

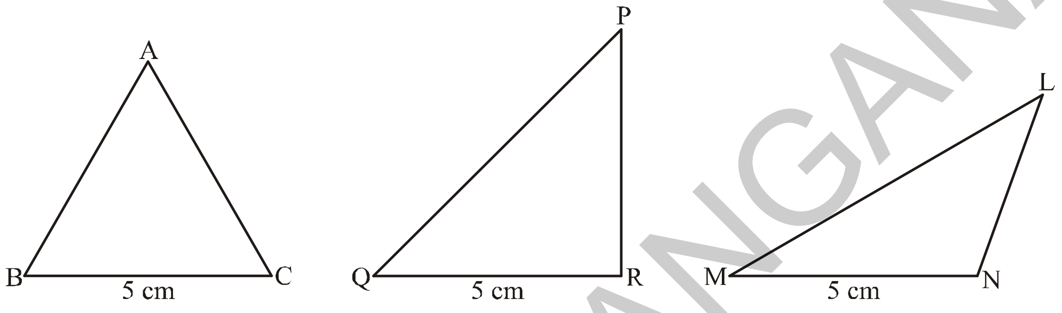
SCERT, TELANGANA

8.3 Criterion for congruency of triangles

Is it necessary for congruency to check whether all the corresponding parts of two triangles are congruent? How can we check if the given triangles are congruent using a minimum number of parts? Let us explore and find out.

8.3.1 Side-Side-Side congruency (SSS)

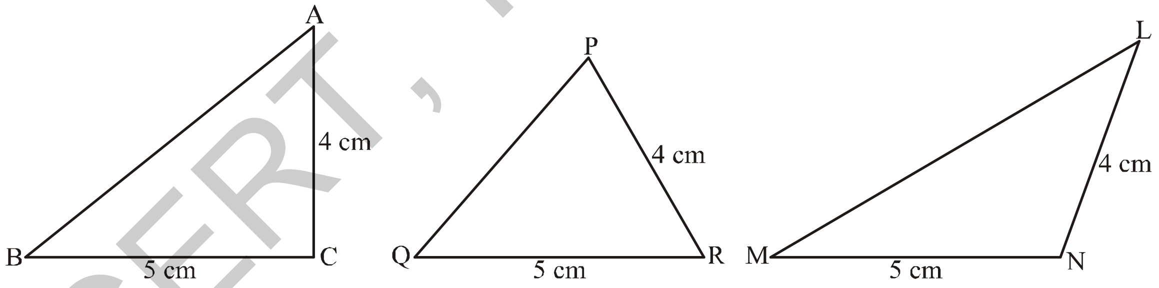
Will all of you draw the same triangle if you only knew that the measure of one side of the triangle is 5 cm? Kamal, Namrata and Sushma have drawn them like this.



Kamal Namrata Sushma

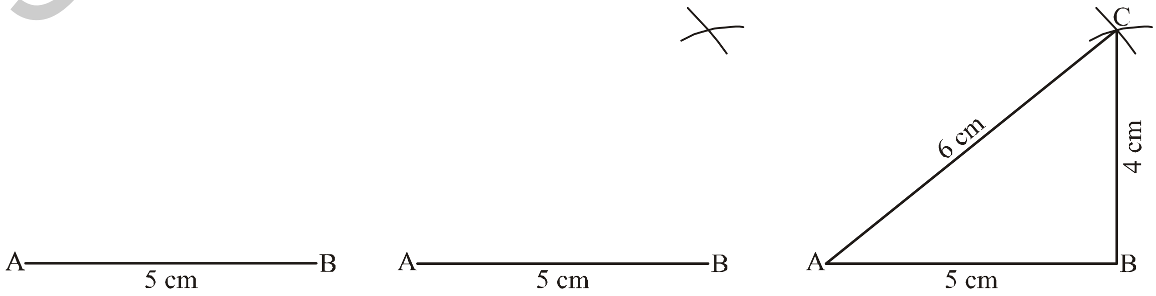
As you can see all the triangles are different. Kamal drew an equilateral triangle, Namrata drew a right-angled triangle and Sushma drew an obtuse-angled triangle.

Now can all of you draw the same triangle, if you knew the measures of only two sides of a triangle say, 4 cm and 5 cm. Again Kamal, Namrata and Sushma drew different triangles.



Kamal Namrata Sushma

If three sides are given, say 4 cm, 5 cm and 6 cm. Can you all of you draw same triangle? Yes. Kamal, Namrata and Sushma all drew the same triangle with the given sides.



SCERT, TELANGANA

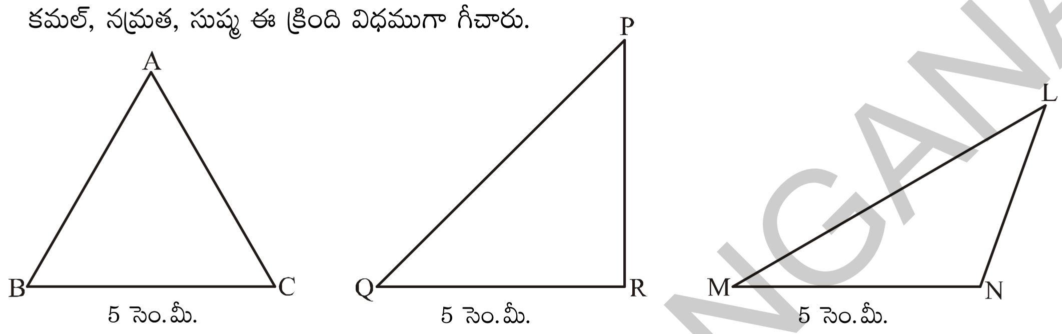
8.3 త్రిభుజాల సర్వసమానత్వమునకు నియమాలు

రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానాలో కాదో నిర్ధారించడానికి ఆ అన్ని అనురూప భాగాల యొక్క సమానత్వం సరిచూడడం అవసరమా? కనీసం ఎన్ని భాగాలను ఉపయోగించి త్రిభుజాల సర్వ సమానత్వాన్ని నిర్ధారించగలం? వీటి గురించి అన్వేషిద్దాం.

8.3.1 భుజము - భుజము - భుజము సర్వసమానత (భు.భు.భు. నియమం)

ఒక భుజము కొలత 5 సెం.మీ. గల త్రిభుజమును మీరందరూ ఒకేలా గీయగలరా?

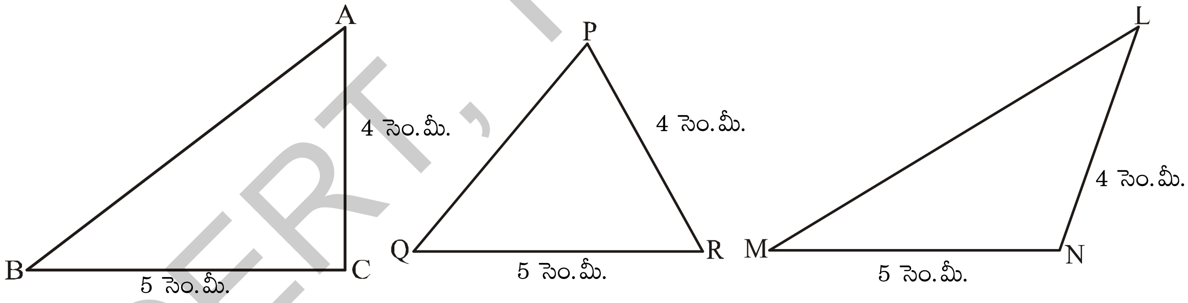
కమల్, నమ్రత, సుష్మ ఈ క్రింది విధముగా గీచారు.



కమల్ నమ్రత సుష్మ

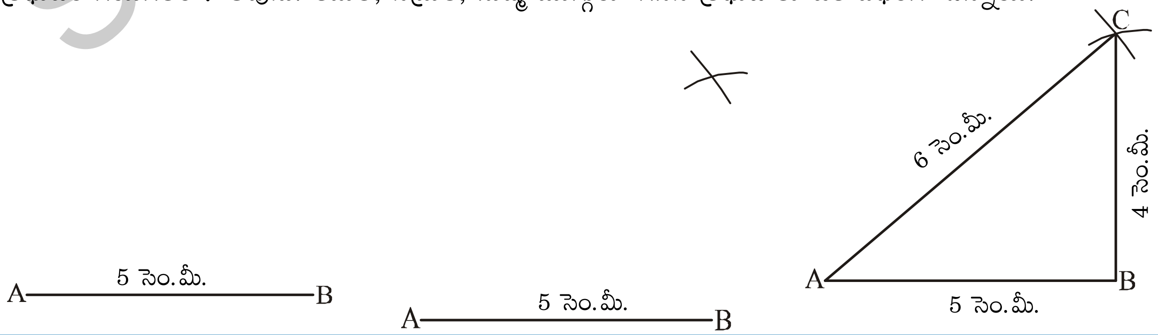
ముగ్గురు గీచిన త్రిభుజాలు విభిన్నంగా ఉన్నాయని గమనించడంతో కమల్ సమబాహు త్రిభుజాన్ని, నమ్రత లంబకోణ త్రిభుజాన్ని, సుష్మ అధిక కోణ త్రిభుజాన్ని గీశారు.

ఇప్పుడు త్రిభుజము యొక్క రెండు భుజాల కొలతలు 4 సెం.మీ. మరియు 5 సెం.మీ.లతో త్రిభుజాలు ఒకే రకంగా ఉంటాయా? మరలా కమల్, నమ్రత, సుష్మ భిన్నముగా ఉన్న త్రిభుజాలను గీశారు. పరిశీలించండి.



కమల్ నమ్రత సుష్మ

మనకు మూడు భుజాల కొలతలు 4 సెం.మీ., 5 సెం.మీ. మరియు 6 సెం.మీ. ఇచ్చినట్లయితే మీరందరూ ఒకే విధమైన త్రిభుజం గీయగలరా? అవును. కమల్, నమ్రత, సుష్మ ముగ్గురూ గీసిన త్రిభుజాలు ఒకే విధంగా ఉన్నాయి.



SCERT, TELANGANA

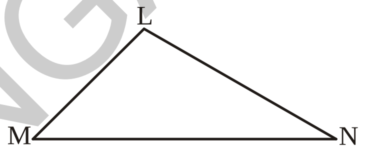
Thus, if we want to draw a triangle congruent to ΔABC, the lengths of the three sides are sufficient. This is referred to as the Side-Side-Side(SSS) criterion for congruency of triangles.

If two triangles are congruent because the lengths of their corresponding sides are equal, then will their angles also be equal?

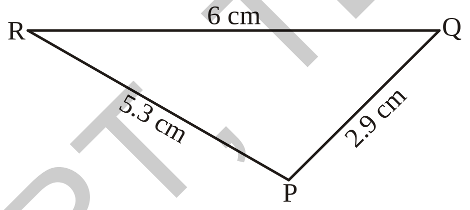
Side-Side-Side (SSS) criterion for congruence of triangles: If three sides of a triangle are equal to the corresponding three sides of another triangle, then the triangles are congruent.

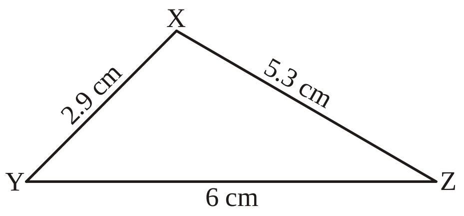
Try This

Measure the lengths of ΔLMN. Now, construct a triangle with these measurements on a sheet of paper. Place this triangle over ΔLMN. Are the triangles congruent? What criterion of congruency applies over here?



Example 1 : Is $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$? Also, write the corresponding angles of the two triangles.





Solution : According to the given figure of ΔPQR and ΔXYZ, we have

PQ = XY = 2.9 cm

QR = YZ = 6 cm

RP = ZX = 5.3 cm

Therefore, by Side-Side-Side congruence criterion, $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

Clearly, the point P corresponds to point X, point Q corresponds to point Y and the point R corresponds to point Z.

So, $\angle P, \angle X$; $\angle Q, \angle Y$; $\angle R, \angle Z$ are pairs of corresponding angles.

SCERT, TELANGANA

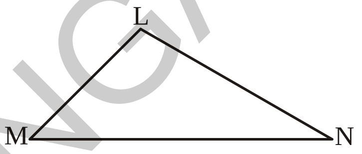
ABC త్రిభుజమునకు సర్వసమానము అయిన మరో త్రిభుజమును గీయాలి అంటే మనకు ABC త్రిభుజము యొక్క మూడు భుజాల కొలతలు సరిపోతాయి. దీనిని మనము త్రిభుజాల సర్వసమానత్వమునకు భుజము. భుజము. భుజము. నియమము అంటారు.

రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాల యొక్క సదృశ భుజాల కొలతలు సమానం అయినపుడు సదృశ కోణాల కొలతలు కూడా సమానము అవుతాయా? పరిశీలించండి.

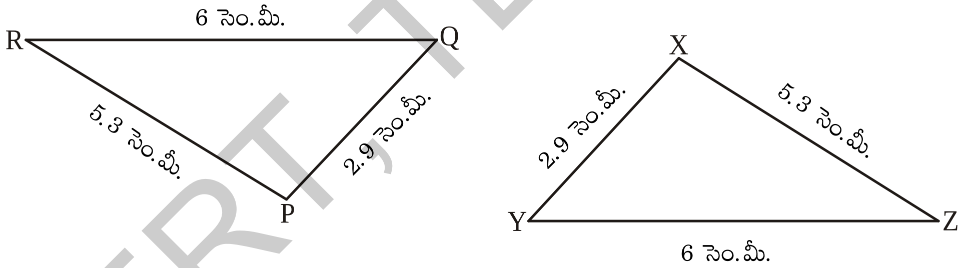
భుజము – భుజము – భుజము సర్వసమానత్వ నియమము : "రెండు త్రిభుజాలలో మొదటి త్రిభుజములోని మూడు భుజాలు వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భుజాలకు సమానము అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానము"

ప్రయత్నించండి

ΔLMN యొక్క భుజాల కొలతలను కొలవండి. ఒక కాగితముపై ఆ కొలతలతో త్రిభుజమును నిర్మించండి. ఈ త్రిభుజమును ΔLMN పై ఉంచండి. రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానమేనా? ఈ సందర్భములో త్రిభుజాల సర్వసమానత్వమునకు ఏ నియమాన్ని ఉపయోగించాము?



ఉదాహరణ 1 : $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ సత్యమేనా? రెండు త్రిభుజాల యొక్క సదృశ కోణాలను గుర్తించండి.



సాధన : ఇచ్చిన ΔPQR, ΔXYZ త్రిభుజాల నుండి

$PQ = XY = 2.9$ సెం.మీ.

$QR = YZ = 6$ సెం.మీ.

$RP = ZX = 5.3$ సెం.మీ.

అందుచే భుజము–భుజము–భుజము సర్వసమానత ఆధారముగా $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

P యొక్క సదృశ శీర్షము X, Q యొక్క సదృశ శీర్షము Y, R యొక్క సదృశ శీర్షము Z.

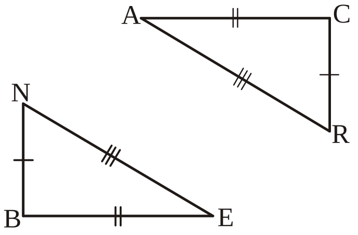
కావున, $\angle P, \angle X$; $\angle Q, \angle Y$; $\angle R, \angle Z$ లు సదృశ కోణాల జతలు.

SCERT TELANGANA

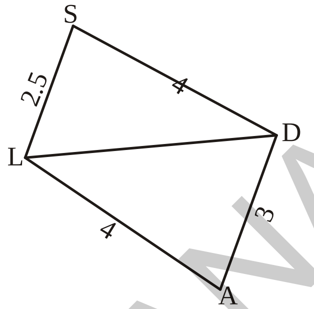
Exercise - 8.1

1. Decide whether the SSS congruence is true with the following figures. Give reasons

(i)

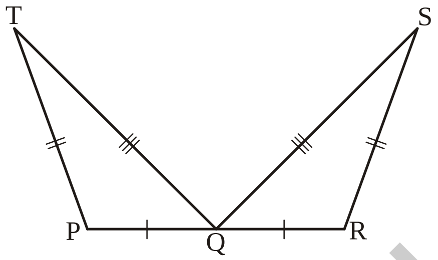


(ii)

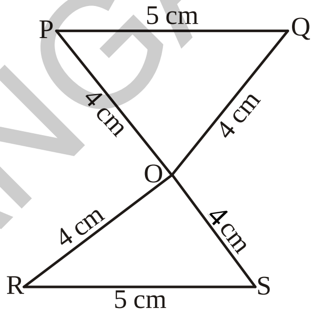


2. For the following congruent triangles, find the pairs of corresponding angles.

(i)



(ii)



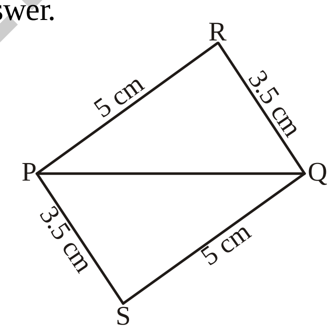
3. In adjacent figure, choose the correct answer.

(i) $\Delta PQR \cong \Delta PQS$

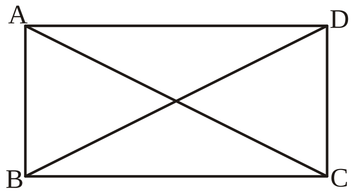
(ii) $\Delta PQR \cong \Delta QPS$

(iii) $\Delta PQR \cong \Delta SQP$

(iv) $\Delta PQR \cong \Delta SPQ$



4. In the figure given below, AB = DC and AC = DB. Is $\Delta ABC \cong \Delta DCB$.



8.3.2 Side-Angle-Side Congruence (SAS)

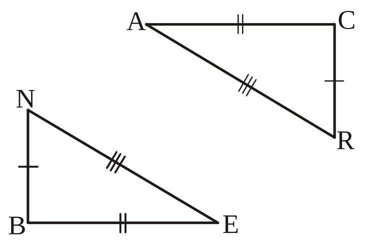
We have seen that it is not possible to draw congruent triangles, if we are given only the measurements of one side. Now, what if you were given one angle and one side? Kamal, Namrata and Sushma were told to draw triangles with one side equal to 5 cm and one angle equal to 65°. They drew the following dissimilar triangles.

SCERT, TELANGANA

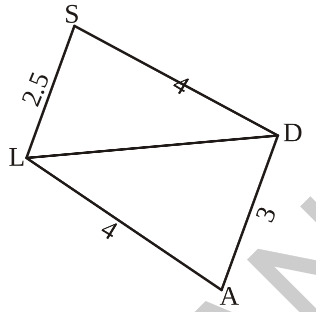
అభ్యాసం - 8.1

1. ఈ కింది ఇవ్వబడిన త్రిభుజాలు భుజము-భుజము-భుజము సర్వసమానత ఆధారముగా సర్వసమానమేనా? కారణములు చెప్పండి.

(i)

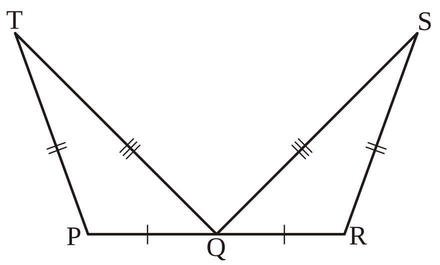


(ii)

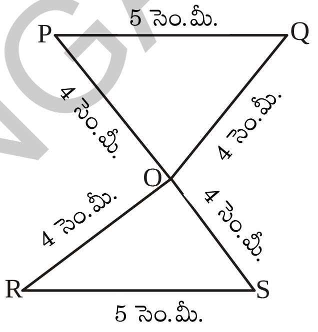


2. ఈ కింది ఇవ్వబడిన సర్వసమాన త్రిభుజాలలో సదృశ కోణాలను తెలపండి.

(i)



(ii)



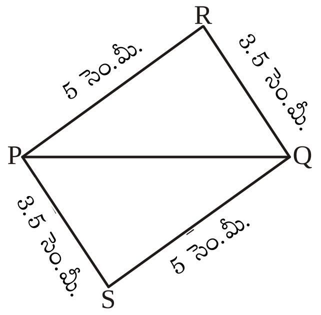
3. క్రింది వానిలో ఏది సరైనది? ఎందుకు?

(i) $\Delta PQR \cong \Delta PQS$

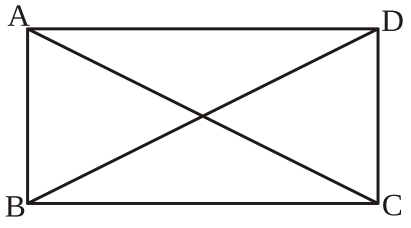
(ii) $\Delta PQR \cong \Delta QPS$

(iii) $\Delta PQR \cong \Delta SQP$

(iv) $\Delta PQR \cong \Delta SPQ$



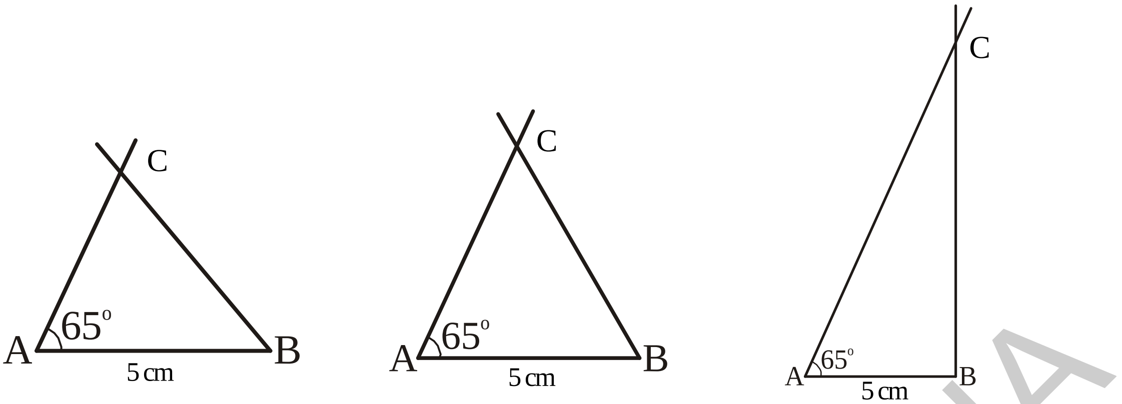
4. ఈ కింది ఇవ్వబడిన పటములో AB = DC మరియు AC = DB అయితే $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ అవుతుందా?



8.3.2 భుజము-కోణము-భుజము సర్వసమానత (భు.కో.భు. నియమం)

త్రిభుజము యొక్క ఒక భుజము కొలత ఇస్తే ఒకే రకమైన త్రిభుజాలు సాధ్యం కాదు అని నేర్చుకున్నాం. ఇప్పుడు త్రిభుజము యొక్క ఒక కోణము కొలత, భుజము కొలతలిస్తే గీయగల త్రిభుజాలు ఏకైకమో కాదో తెలుసుకొందాం.
5 సెం.మీ., 65^0 కోణము కొలతలనిస్తే గీసిన త్రిభుజాలను ఈ కింది విధముగా గీశారు.

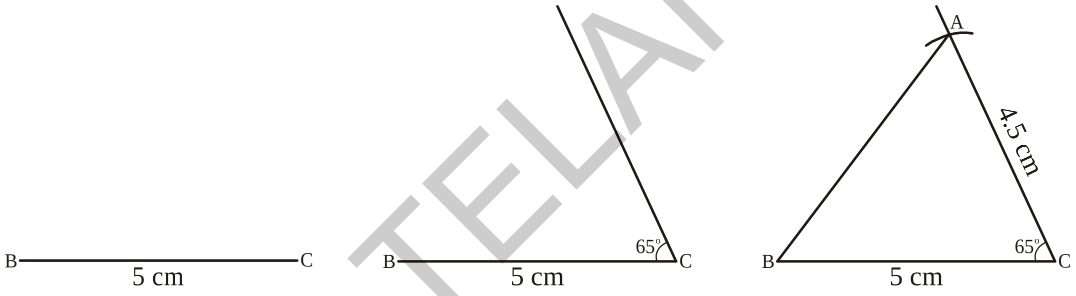
SCERT, TELANGANA



Kamal Namrata Sushma

Now, what if the three of them knew the two sides of the triangle and the angle included between these sides. The three children decided to draw triangles with sides 5 cm and 4.5 cm and the included angle of 65°.

Kamal drew ΔABC. He drew BC as the base= 5 cm. He then made $\angle$C= 65° using a protractor and then marked point A at a length of 4.5 cm on the angular line. He then joined points A and B.



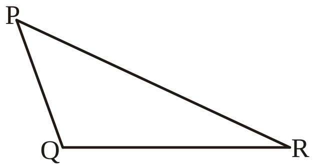
Can you draw the 65° angle at point B with side AB = 4.5 cm. Will the triangle that is formed be congruent to Kamal's triangle? Can you take the base to be 4.5 cm, side = 5 cm and included angle = 65°? Will the triangle that is formed be congruent to Kamal's triangle? You will find that the triangles formed in all these situations are congruent triangles.

Therefore, if we want to make a copy of ΔABC or a triangle congruent to ΔABC, we need the lengths of the two sides and the measure of the angle between the two sides. This is referred to as the Side-Angle-Side(SAS) criterion for congruence of triangles.

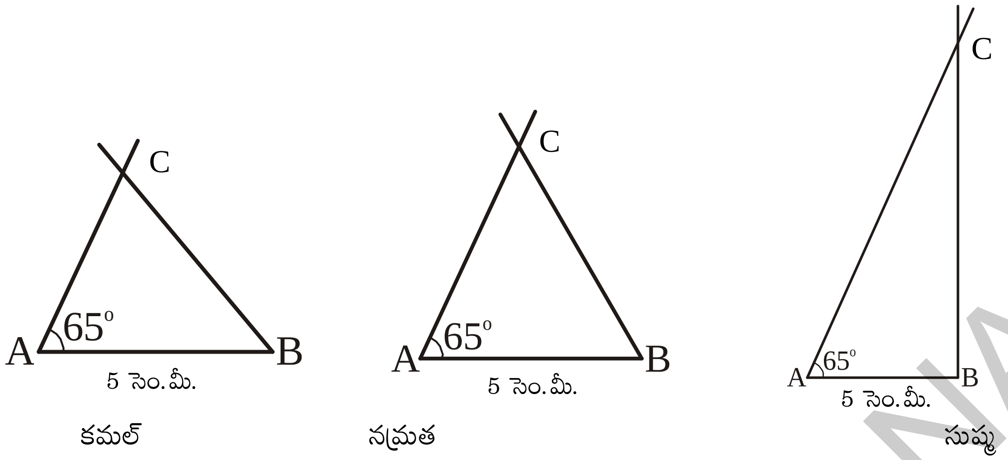
Side-Angle-Side(SAS) criterion for congruence of triangles: If two sides and the angle included between the two sides of a triangle are congruent to the corresponding two sides and the included angle of another triangle, then the triangles are congruent.

Try This

In ΔPQR measure the lengths PQ and QR as well as $\angle$Q. Now, construct a triangle with these three measurements on a sheet of paper. Place this triangle over ΔPQR. Are the triangles congruent? What criterion of congruency applies over here?

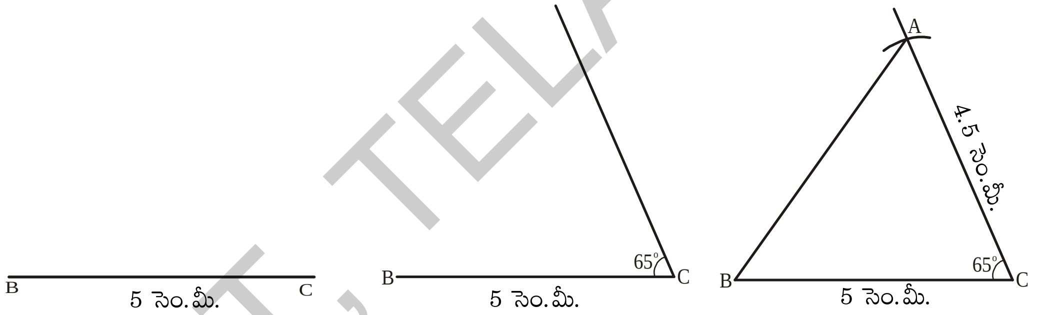


SCERT, TELANGANA



ఇప్పుడు ఇవి వేరువేరుగా ఉన్నాయి కదా! త్రిభుజము యొక్క రెండు భుజాల కొలతలు, వాటి ఉమ్మడి కోణాన్ని ఇస్తే గీయగల త్రిభుజాలు ఏకైకమో కాదో చూద్దాం. వారు 5 సెం.మీ., 4.5 సెం.మీ. కొలతలుగా రెండు భుజములు, వాటి మధ్యకోణము 65^0 గా తీసుకొని త్రిభుజమును నిర్మించారు.

కమల్ 5 సెం.మీ. కొలత గల రేఖాఖండంను స్కేలు సహాయతో నిర్మించి BC గా పేరు పెట్టాడు. కోణమానిని ఉపయోగించి C వద్ద 65^0 కోణమును నిర్మించాడు. C ను కేంద్రంగా చేసుకొని 4.5 సెం.మీ. కొలత వ్యాసార్ధంగా వృత్తలేఖిని సహాయంతో ఒక చాపమును గీశాడు. ఖండిత బిందువుకు A గా పేరు పెట్టాడు. A, B లను కలిపి ΔABC త్రిభుజమును నిర్మించాడు.



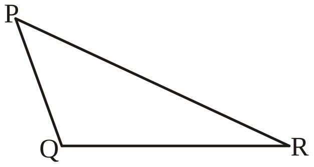
AB = 5సెం.మీ. BC= 4.5సెం.మీ. గా తీసుకొని B బిందువు వద్ద 65^0 కోణముతో త్రిభుజమును నిర్మించగలమా? ఈ త్రిభుజము కమల్ గీచిన త్రిభుజముతో సర్వసమానత్వమును కలిగి ఉంటుందా? ఇలాంటి సందర్భములో ఏర్పడిన త్రిభుజములు సర్వసమానములుగా గుర్తించవచ్చు.

ΔABC త్రిభుజమునకు సర్వసమానమైన త్రిభుజాన్ని గీయాలంటే రెండు భుజాల కొలతలు, వాటి మధ్య కోణము తెలిసియుండాలి దీనిని భుజము-కోణము-భుజము సర్వసమానత్వ నియమము అందురు.

భుజము-కోణం-భుజము సర్వసమానత్వ నియమం : (భు.కో.భు. నియమం) “రెండు త్రిభుజాలలో మొదటి త్రిభుజములోని రెండు భుజాలు, వాటిమధ్యకోణము రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భుజాలు, వాటి మధ్యకోణమునకు సమానము అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.”

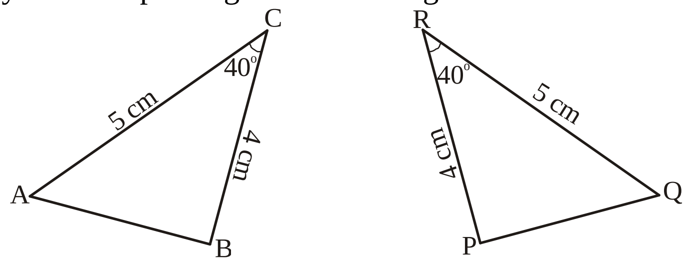
ప్రయత్నించండి

ΔPQR లో భుజాలు PQ, QR మరియు ∠Q ను కొలవండి. ఒక కాగితంపై ఈ కొలతలతో త్రిభుజంను గీయండి. ఈ త్రిభుజంను ΔPQR పై ఉంచండి. రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానమేనా? ఏ నియమం ఆధారంగా రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు?



SCERT, TELANGANA

Example 2 : Observe the measurements of the triangles given below. Are the triangles congruent? Identify the corresponding vertices and angles in them.



Solution : In ΔABC and ΔPQR,

AC = QR and BC = PR and included angle ∠C = ∠R

So, ΔABC ≅ ΔQPR (by SAS rule).

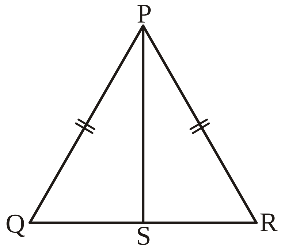
The correspondending parts are as follows:

A ↔ Q, B ↔ P and C ↔ R

Therefore, ∠A = ∠Q, ∠B = ∠P and ∠C = ∠R

Example 3 : In ΔPQR, PQ = PR and PS is angle bisector of ∠P.

Are ΔPQS and ΔPRS congruent? If yes, give reasons.



Solution : In ΔPQS and ΔPRS

PQ = PR (given)

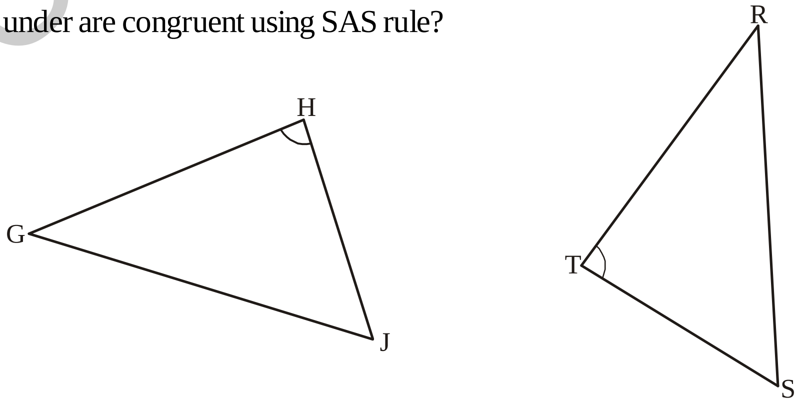
PS = PS (common side)

∠QPS = ∠RPS (PS is the angle bisector)

Therefore, ΔPQS ≅ ΔPRS (by SAS rule)

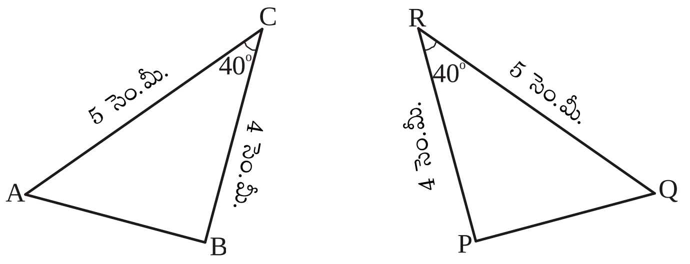
Exercise - 8.2

1. What additional information do you need to conclude that the two triangles given here under are congruent using SAS rule?



SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 2 : ఈ కింద ఇవ్వబడిన త్రిభుజముల యొక్క కొలతలను పరిశీలించండి. ఆ త్రిభుజములు సర్వసమానములేనా? వాటియొక్క సదృశ శీర్షాలు, సదృశ కోణాలు తెలపండి.



సాధన : ΔABC, ΔPQR త్రిభుజములలో

$AC = QR$, $BC = PR$ మరియు ఉమ్మడి కోణము $\angle C = \angle R$

అందుచే $\Delta ABC \cong \Delta QPR$ (భు.కో.భు. సర్వసమానతా నియమం)

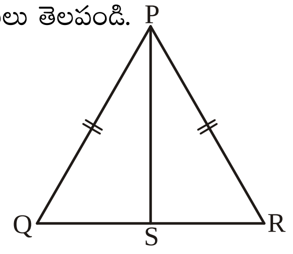
రెండు త్రిభుజాలలోని సదృశ శీర్షాలు

$A \leftrightarrow Q$, $B \leftrightarrow P$ మరియు $C \leftrightarrow R$

సదృశ కోణాలు $\angle A = \angle Q$, $\angle B = \angle P$ మరియు $\angle C = \angle R$

ఉదాహరణ 3 : ΔPQR త్రిభుజములో, $PQ = PR$ మరియు $\angle P$ యొక్క కోణసమద్విఖండన రేఖ PS.

ΔPQS మరియు ΔPRS లు సర్వసమానములేనా? అయితే కారణములు తెలపండి.



సాధన : ΔPQS మరియు PRS లలో

$PQ = PR$ (దత్తాంశము)

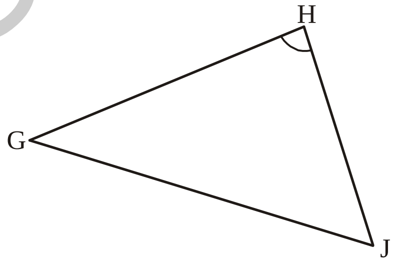
$PS = PS$ (ఉమ్మడి భుజము)

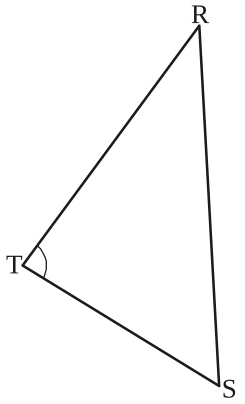
$\angle QPS = \angle RPS$ (PS, $\angle P$ యొక్క కోణ సమద్విఖండనరేఖ)

అందుచే $\Delta PQS \cong \Delta PRS$ (భు.కో.భు. సర్వసమానత్వ నియమం)

అభ్యాసం - 8.2

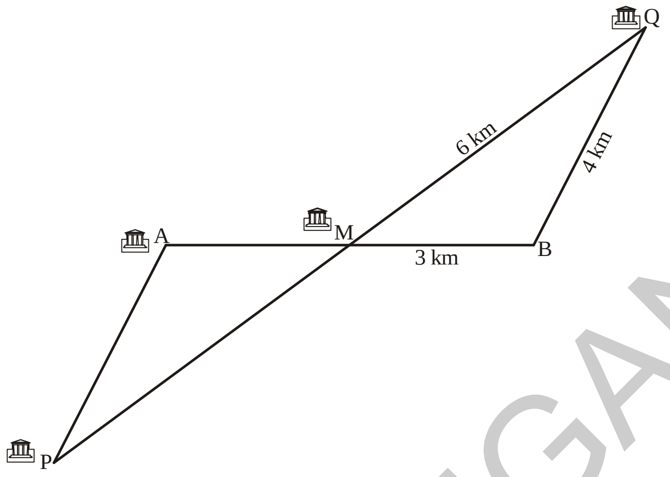
1. ఈ కింది ఇవ్వబడిన త్రిభుజము భు.కో.భు. నియమము ఆధారముగా సర్వసమానము అని చూపుటకు కావలసిన అదనపు సమాచారమును తెలపండి.





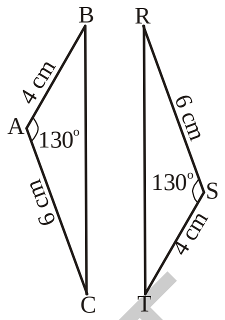
SCERT TELANGANA

2. The map given below shows five different villages. Village M lies exactly halfway between the two pairs of villages A and B as well as and P and Q. What is the distance between village A and village P. (Hint: check if $\Delta PAM \cong \Delta QBM$)

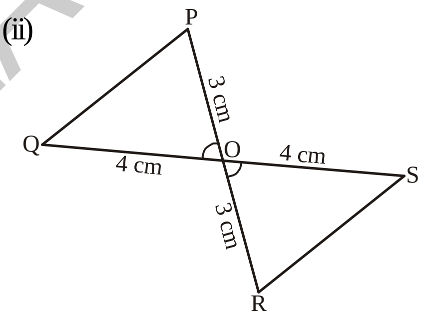


3. Look at the pairs of triangles given below. Are they congruent? If congruent write the corresponding parts.

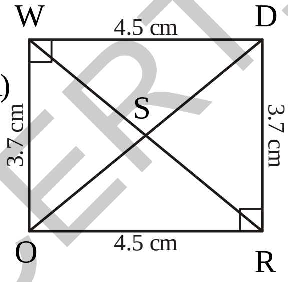
(i)



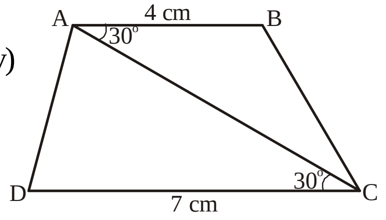
(ii)



(iii)

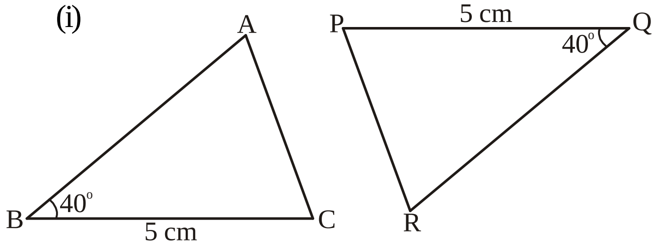


(iv)

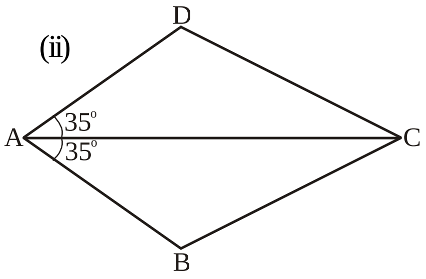


4. Which corresponding sides do we need to know to prove that the triangles are congruent using the SAS criterion?

(i)

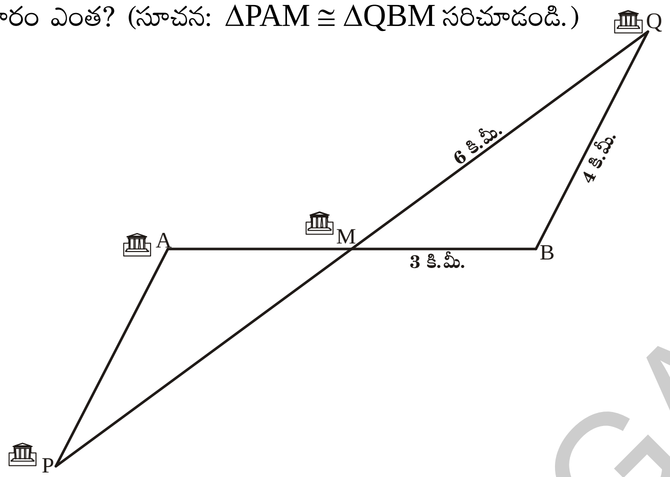


(ii)



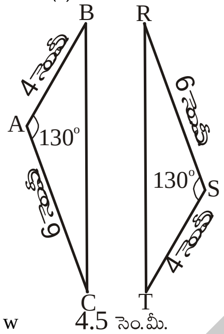
SCERT, TELANGANA

2. క్రింది పటంలో ఐదు విభిన్న గ్రామాలను చూపించడం జరిగింది. A, B అను గ్రామాలను కలిపే రేఖాఖండానికి మరియు P, Q అను గ్రామాలను కలిపే రేఖా ఖండానికి మధ్య బిందువు వద్ద M అనే గ్రామం ఉంది. అయిన A, P ల మధ్య దూరం ఎంత? (సూచన: $\Delta PAM \cong \Delta QBM$ సరిచూడండి.)

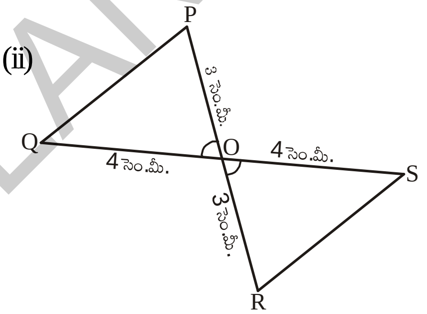


3. ఇక్కడ కొన్ని త్రిభుజాల జతలు ఇవ్వబడ్డాయి. అవి సర్వసమానములేనా? సర్వసమానములు అయితే సదృశ భాగాల పేర్లు రాయండి.

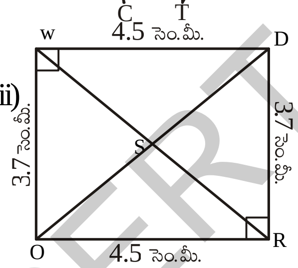
(i)



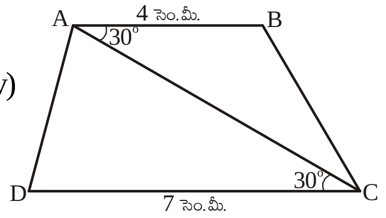
(ii)



(iii)

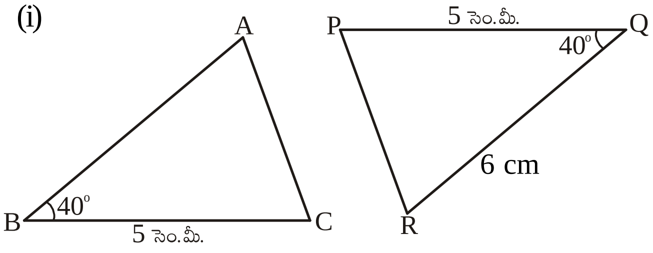


(iv)

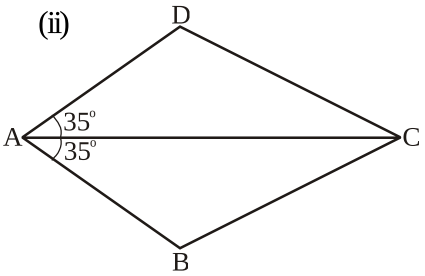


4. భు.కో.భు. నియమము ద్వారా ఇచ్చిన త్రిభుజాలు సర్వసమానము అని నిరూపించుటకు ఏ భుజాలను సదృశ భుజాలుగా తీసుకోవాలి.

(i)



(ii)

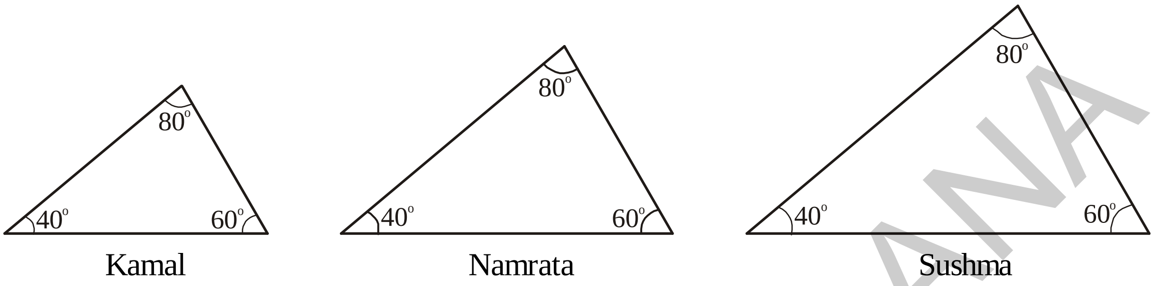


SCERT, TELANGANA

8.3.3 Angle-Side-Angle congruency (ASA)

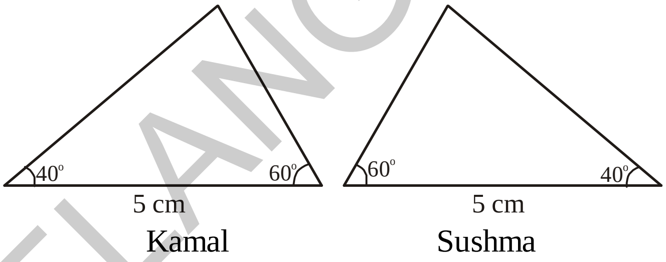
Can the children construct a triangle if they know only one angle of the triangle? What if they know two angles? Will children be able to draw congruent triangles if they know all the angles of the triangle?

Kamal, Namrata and Sushma drew the following triangles of angles 40°, 60° and 80°.



The angles of all the triangles are equal, whereas the lengths of their sides are not equal. So, they are not congruent.

Thus, we need to know the length of the sides to draw congruent triangles. What if we have two angles and one side? Kamal and Namrata drew the following triangles with angles 60° and 40° and side 5 cm. When both the children constructed their triangles they made the given side, the included side.

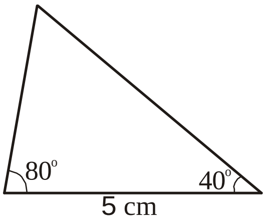


We can conclude that if we want to make a copy of a triangle or a triangle congruent to another triangle, then we need to know two angles and the length of the side included between the two angles. This is referred to as the Angle-Side-Angle criterion of congruence.

Angle-Side-Angle criterion of congruence: If two angles and the included side of a triangle are congruent to the two corresponding angles and included side of another triangle then the triangles are congruent.

Try This

Teacher has asked the children to construct a triangle with angles 60°, 40° and with a side 5 cm. Sushma calculated the third angle of the triangle as 80° using angle - sum property of triangle. Then Kamal, Sushma and Namrata constructed triangles differently using the following measurements.



Kamal: 60°, 40° and 5cm side (as teacher said)

Sushma: 80°, 40°, and 5 cm side

Namrata: 60°, 80° and 5 cm side.

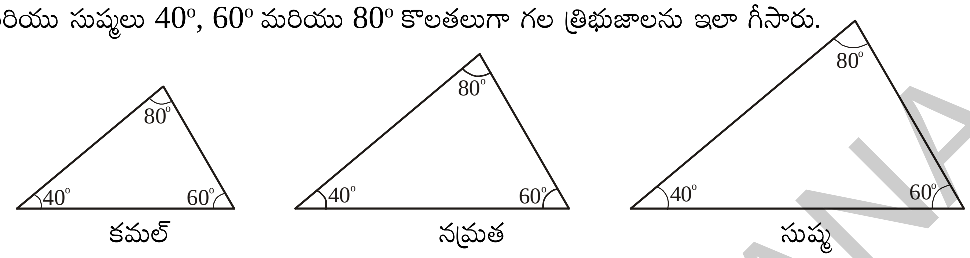
They cut these triangles and place them one upon the other. Are all of them congruent? You also try this.

SCERT, TELANGANA

8.3.3 కోణము-భుజము-కోణము సర్వసమానత (కో.భు.కో. నియమం)

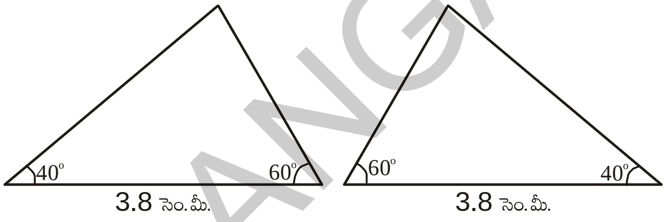
పిల్లలూ! మీరు త్రిభుజములోని ఒక కోణము కొలతనిస్తే త్రిభుజమును నిర్మించగలరా? రెండు కోణముల కొలతలు తెలిసిన సందర్భములోనైనా త్రిభుజము నిర్మించగలరా? త్రిభుజము యొక్క మూడు కోణముల కొలతలు తెలిస్తే సర్వసమాన త్రిభుజములను నిర్మించగలరా?

కమల్, నమ్రత మరియు సుష్మలు 40°, 60° మరియు 80° కొలతలుగా గల త్రిభుజాలను ఇలా గీసారు.



ఇచ్చుట త్రిభుజముల యొక్క కోణముల కొలతలు సమానము కాని భుజముల కొలతలు సమానము కాదు. అందుచే త్రిభుజములు సర్వసమానములు కావు.

అందుచే సర్వసమాన త్రిభుజములు నిర్మించడానికి త్రిభుజ భుజాల కొలతలు అవసరము. మనకు త్రిభుజము యొక్క రెండుకోణముల కొలతలు, ఒక భుజము కొలత తెలిస్తే సర్వసమాన త్రిభుజాలను నిర్మించగలమా?



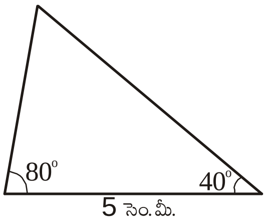
కమల్ మరియు నమ్రత 60^0, 40^0 మరియు భుజము కొలత 3.8 సెం.మీ. గా గల త్రిభుజములను గీశారు. కమల్ మరియు నమ్రత త్రిభుజములను నిర్మించినపుడు భుజమును 60^0, 40^0 లకు ఉమ్మడి భుజముగా తీసుకొని నిర్మించారు.

అందుచేత మనము రెండుకోణముల కొలతలు, ఒక భుజముకొలత తెలిసినప్పుడు సర్వసమాన త్రిభుజాలను నిర్మించగలం అంటే రెండు కోణముల కొలతలు, ఆ కోణముల యొక్క ఉమ్మడి భుజము కొలత అవసరము.

దీనిని మనము కోణము భుజము కోణము సర్వసమానత్వ నియమము అంటాం

కోణము-భుజము-కోణము సర్వసమానత్వ నియమం : (కో.భు.కో. నియమం) రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజము యొక్క రెండుకోణములు వాటి ఉమ్మడి భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ కోణములు, మరియు సదృశ భుజమునకు సమానము అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.

ప్రయత్నించండి



ఉపాధ్యాయుడు 60^0, 40^0 మరియు 5 సెం.మీ. కొలతలుగా గల త్రిభుజాన్ని నిర్మించమని విద్యార్థులను కోరాడు. త్రిభుజంలో మూడు కోణాల మొత్తం 180^0 కావున మూడవ కోణం 80^0గా సుష్మ లెక్కించింది. తరగతిలో కమల్, సుష్మ, నమ్రత త్రిభుజాలను విభిన్నంగా దిగువ కొలతలతో గీచారు.

కమల్ : 60^0, 40^0 మరియు 5 సెం.మీ. (ఉపాధ్యాయుడు ఇచ్చిన కొలతలు)

సుష్మ : 80^0, 40^0 మరియు 5 సెం.మీ.

నమ్రత : 60^0, 80^0 మరియు 5 సెం.మీ.

ఈ మూడు త్రిభుజాలను కత్తిరించి ఒక దానిపై మరొకటి పెట్టి సరిపోల్చారు. ఇవి సర్వ సమానాలగునా? మీరూ ప్రయత్నించండి.

SCERT, TELANGANA

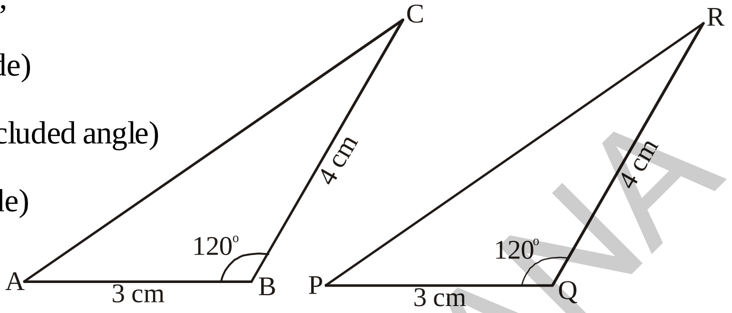
Example 4 : Two triangles ΔCAB and ΔRPQ are given below. Check whether the two are congruent? If they are congruent, what can you say about the measures of the remaining elements of the triangles.

Solution : In ΔCAB and ΔRPQ,

$BC = QR = 4$ cm (side)

$\angle B = \angle Q = 120°$ (included angle)

$AB = PQ = 3$ cm (side)



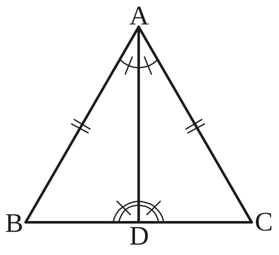
Therefore, $\Delta CAB \cong \Delta RPQ$ (SAS criterion of congruency)

Thus, in the two triangles

$AC = PR$

$\angle C = \angle R$ and $\angle A = \angle P$

Example-5 : In the following figure, the equal angles in the two triangles are shown. Are the triangles congruent?



Solution : In ΔABD and ΔACD

$\angle BAD = \angle CAD$ (given)

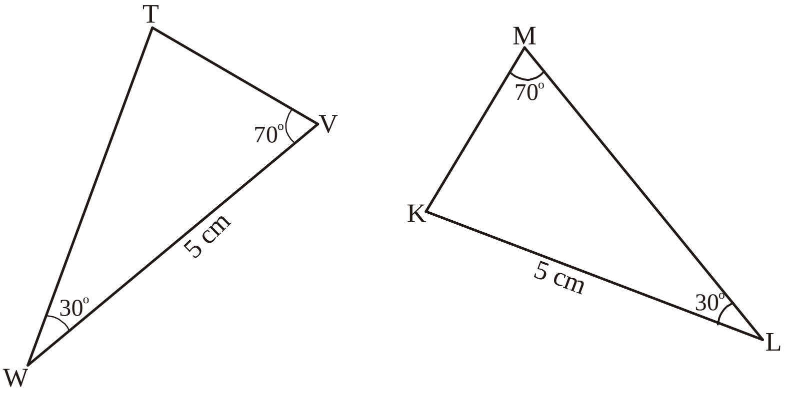
$\angle ADB = \angle ADC$ (given)

$AD = AD$ (common side)

Therefore, $\Delta ABD = \Delta ACD$ (ASA criterion of congruency)

Try This

Is the following pair of triangles congruent? Give reason to support your answer.



SCERT, TELANGANA

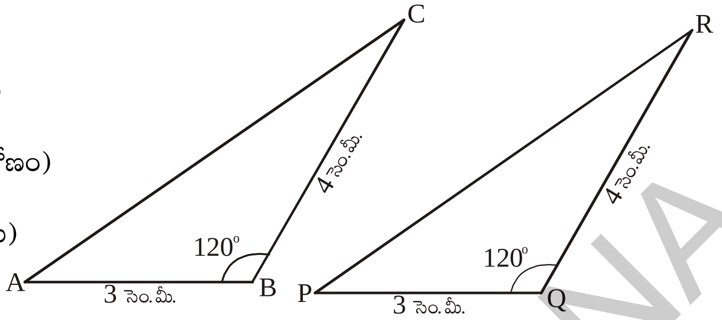
ఉదా 4 : త్రిభుజములు CAB మరియు RPQ ఇవ్వబడ్డాయి. ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానములేనా? పరిశీలించండి. సర్వసమానములు అయితే మిగిలిన త్రిభుజ భాగాల యొక్క కొలతలను గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలుగుతారు?

సాధన : ΔCAB, ΔRPQ లలో

$BC = QR = 4$ సెం.మీ (భుజం)

$\angle B = \angle Q = 120^\circ$ (ఉమ్మడి కోణం)

$AB = PQ = 3$ సెం.మీ (భుజము)



$\Delta CAB \cong \Delta RPQ$ (భు.కో.భు. సర్వసమానత నియమం ప్రకారం)

అందుచే రెండు త్రిభుజాలలో

$AC = PR$

$\angle C = \angle R$ మరియు $\angle A = \angle P$.

ఉదాహరణ 5 : ప్రక్క పటంలో ఇవ్వబడిన త్రిభుజాలు సర్వసమానమేనా? సమాన భాగాలు సూచించబడినవి.

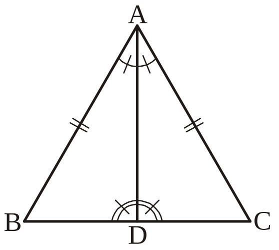
సాధన : ΔABD, ΔACD త్రిభుజాలలో

$\angle BAD = \angle CAD$ (దత్తాంశము) కోణము

$\angle ADB = \angle ADC$ (దత్తాంశము) కోణము

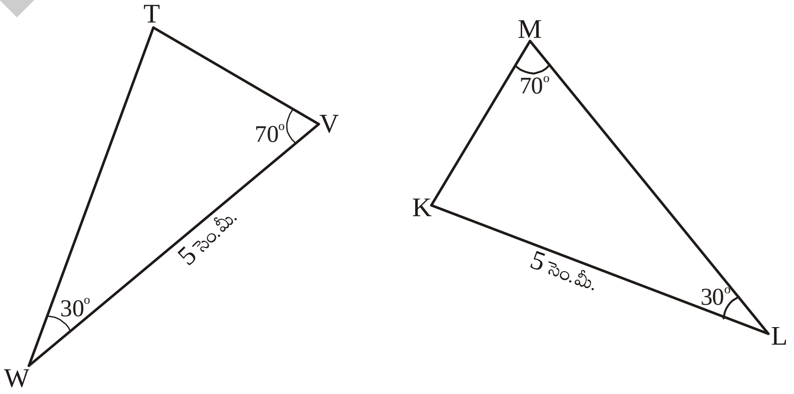
$AD = AD$ (ఉమ్మడి భుజము) భుజము

$\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (కో.భు.కో. సర్వ సమానత్వ నియమం ప్రకారం)



ప్రయత్నించండి

ఇచ్చట ఇవ్వబడిన త్రిభుజములు సర్వసమానములేనా? మీ సమాధానమును సమర్థిస్తూ కారణములు తెలపండి.

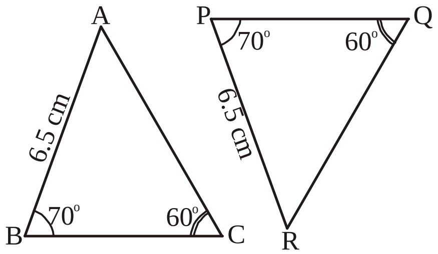


SCERT, TELANGANA

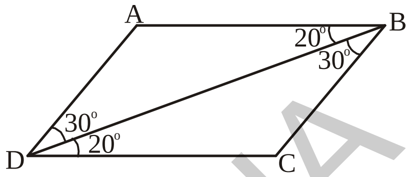
Exercise - 8.3

1. In following pairs of triangles, find the pairs which are congruent? Also, write the criterion of congruence.

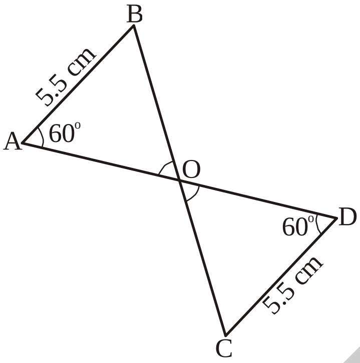
(i)



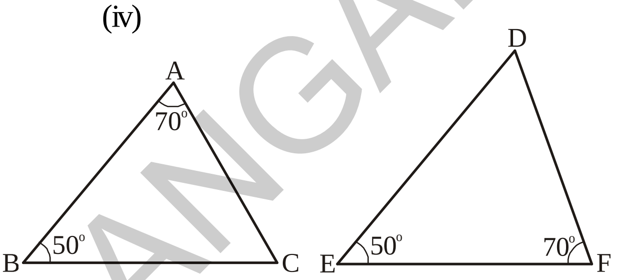
(ii)



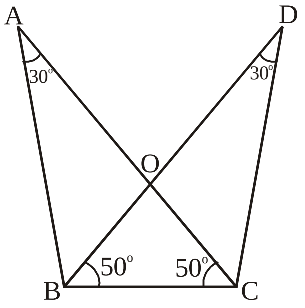
(iii)



(iv)



2. In the adjacent figure.



(i) Are ΔABC and ΔDCB congruent?

(ii) Are ΔAOB and ΔDOC congruent?

Identify the corresponding sides. Write the criterion of congruence.

8.3.4 Right-Angle Hypotenuse Side congruence (RHS criterion)

In right-angled triangles we already know that one of the angles is a right angle. So what else do we need to prove that the two triangles are congruent?

Let us take the example of ΔABC with $\angle B = 90$. Can we draw a triangle congruent to this triangle, if,

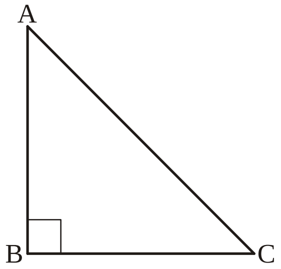
(i) only BC is known

(ii) only $\angle C$ is known

(iii) $\angle A$ and $\angle C$ are known

(iv) AB and BC are known

(v) $\angle C$ and BC are known

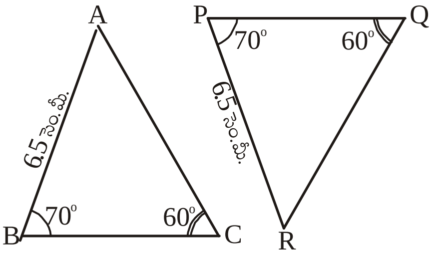


SCERT, TELANGANA

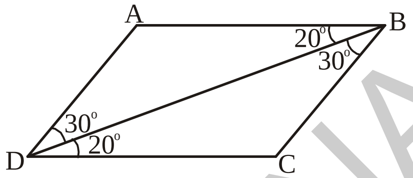
అభ్యాసం - 8.3

1. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన త్రిభుజాల జతలలో ఏ త్రిభుజాలు సర్వసమానములు? సర్వసమానత్వమునకు కారణమైన నియమమును తెలుపుము.

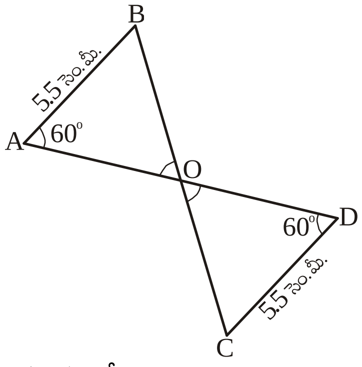
(i)



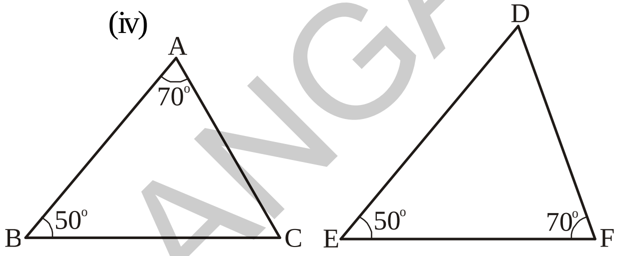
(ii)



(iii)



(iv)

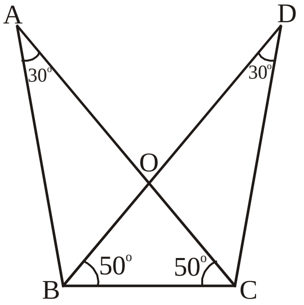


2. ప్రక్క పటములో

(i) ΔABC మరియు ΔDCB సర్వసమానములేనా?

(ii) ΔAOB మరియు ΔDOC సర్వసమానములేనా?

సదృశ భుజాలను గుర్తించండి. సర్వసమానత్వమును తెలుపుటకు కావలసిన నియమము పేరు తెలుపుము.



8.3.4 లంబకోణము – కర్ణము – భుజము సర్వసమానత (లం.క.భు నియమం)

లంబకోణ త్రిభుజాలలో ఒక కోణము లంబకోణము. అందుచే లంబకోణ త్రిభుజాలు సర్వసమానములు అని చెప్పడానికి మనకు కావలసిన అంశాలను పరిశీలిద్దాం.

ఒక ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం. ABC త్రిభుజములో $\angle B = 90$ మనము త్రిభుజమును ఏ సందర్భములో గీయగలము?

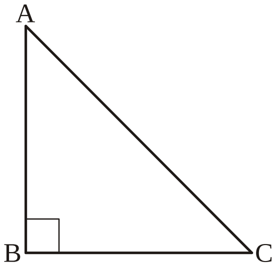
(i) కేవలము BC కొలత తెలిసినపుడు

(ii) కేవలము $\angle C$ తెలిసినపుడు

(iii) $\angle A$ మరియు $\angle C$ కొలత తెలిసినపుడు

(iv) AB మరియు BC కొలతలు తెలిసినపుడు

(v) $\angle C$ మరియు BC కొలతలు తెలిసినపుడు.



SCERT, TELANGANA

(vi) BC and the hypotenuse AC are known

(vii) When you try to draw the rough sketches of these triangles, you will find it is possible only in cases (iv), (v) and (vi).

The last of the situations is new to us and it is called the Right-Angle Hypotenuse Congruence Criterion.

Right-Angle Hypotenuse Congruence Criterion

If the hypotenuse and one side of a right angled triangle are equal to the corresponding hypotenuse and side of the other right angled triangle, then the triangles are congruent.

Example 6 : Given below are measurements of some parts of two triangles. Examine whether the two triangles are congruent or not, using RHS congruence rule. In case of congruent triangles, write the result in symbolic form :

	ΔABC	ΔPQR
(i)	$\angle B = 90^o$, AC = 8 cm, AB = 3 cm	$\angle P = 90^o$, PR = 3 cm, QR = 8 cm
(ii)	$\angle A = 90^o$, AC = 5 cm, BC= 9 cm	$\angle Q = 90^o$, PR = 8 cm, PQ = 5 cm

Solution :

(i) Here, $\angle B = \angle P = 90^o$

hypotenuse, AC = hypotenuse, RQ (= 8 cm)

side AB = side RP (= 3 cm)

So, $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

(By RHS Congruence rule).

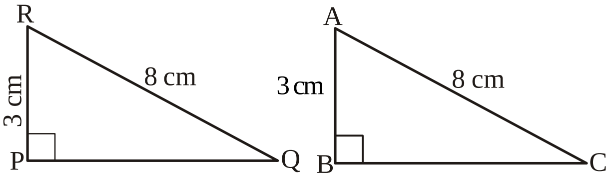


Figure 1

(ii) Here, $\angle A = \angle Q = 90^o$ and

side AC = side PQ (= 5 cm).

hypotenuse, BC $\neq$ hypotenuse, PR

So, the triangles are not congruent.

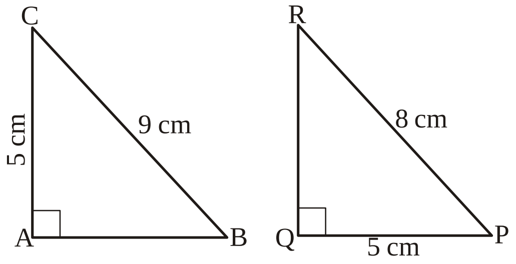


Figure 2

SCERT, TELANGANA

(vi) BC మరియు కర్ణము AC కొలతలు తెలిసినపుడు.

(vii) AB మరియు కర్ణము AC కొలతలు తెలిసినప్పుడు మనము త్రిభుజాలను గీయడానికి ప్రయత్నిస్తే (iv) (v) (vi) మరియు (vii) సందర్భాలలో గీసే త్రిభుజాలు ఏకైకంగా ఉంటాయి.

(vi) మరియు (vi) సందర్భాలు లంబకోణము – కర్ణము – భుజము సర్వసమానత్వ నియమమును ఇస్తాయి.

లంబకోణము – కర్ణము – భుజము సర్వసమానత్వ నియమము (లం.క.భు. నియమము)

రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలు సర్వసమానము కావడానికి ఒక త్రిభుజములోని కర్ణము, భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజంలోని సదృశ కర్ణము మరియు సదృశ భుజమునకు సమానం కావాలి.

ఉదాహరణ 6 : కింద రెండు త్రిభుజముల యొక్క భాగాల కొలతల ఇవ్వబడినవి. లం.క.భు. నియమం ఆధారంగా త్రిభుజాలు సర్వసమానాలో, కావో పరిశీలించండి. సర్వసమానములు అయితే ఫలితాన్ని వాటిని గుర్తులతో సూచించుము.

ΔABC	ΔPQR
(i) $\angle B = 90^o$, AC = 8 సెం.మీ, AB = 3 సెం.మీ	$\angle P = 90^o$, PR = 3 సెం.మీ, QR = 8 సెం.మీ
(ii) $\angle A = 90^o$, AC = 5 సెం.మీ, BC= 9 సెం.మీ	$\angle Q = 90^o$, PR = 8 సెం.మీ, PQ = 5 సెం.మీ

సాధన :

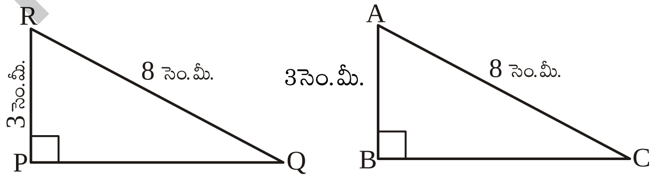
(i) ఇక్కడ $\angle B = \angle P = 90^o$

కర్ణము AC = కర్ణము RQ (8 సెం.మీ)

భుజము AB = భుజము RP (3 సెం.మీ)

అందుచే $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

(లం.క.భు. నియమం)



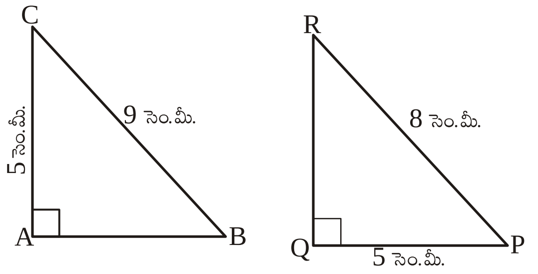
పటం 1

(ii) ఇచ్చుట $\angle A = \angle Q = 90^o$

భుజము AC = భుజము PQ (5 సెం.మీ).

కర్ణము BC $\neq$ కర్ణము PR

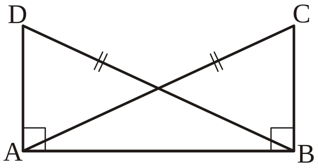
అందుచే రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానము కావు.



పటం 2

SCERT, TELANGANA

Example 7 : In the adjacent figure, $\overline{DA} \perp \overline{AB}$, $\overline{CB} \perp \overline{AB}$ and AC = BD.



State the three pairs of equal parts in ΔABC and ΔDAB.

Which of the following statements are correct?

(i) ΔABC ≅ ΔBAD (ii) ΔABC ≅ ΔABD

Solution : The three pairs of equal parts are :

∠ABC = ∠BAD (= 90°)

AC = BD (Given)

AB = BA (Common side)

ΔABC ≅ ΔBAD (By RHS congruence rule).

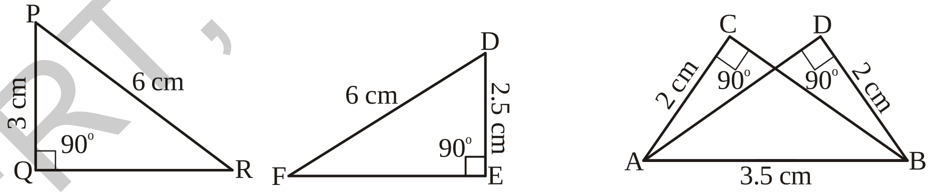
Therefore, from the above,

statement (i) is true; and

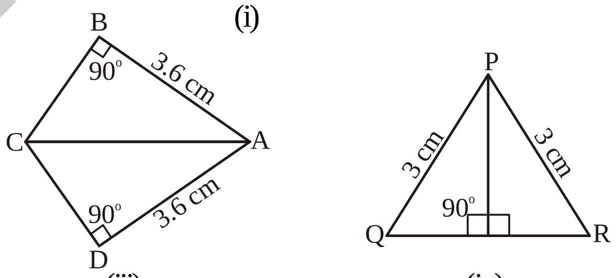
statement (ii) is not correct, in the sense that the correspondence among the vertices is not staisfied.

Try This

1. In the figures given below, measures of some parts of triangles are given. By applying RHS congruence rule, state which pairs of triangles are congruent. In case of congruent triangles, write the result in symbolic form.



(i) (ii)

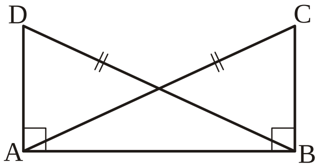


(iii) (iv)

2. It is to be established by RHS congruence rule that ΔABC ≅ ΔRPQ. What additional information is needed, if it is given that ∠B = ∠P = 90° and AB = RP?

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 7 : ప్రక్కపటములో DA ⊥ AB, CB ⊥ AB మరియు AC = BD. ΔABC మరియు ΔDAB త్రిభుజాలలో సమాన భాగాల జతలను రాయుము.



ఈ క్రింది వాటిలో ఏ వాక్యం సరియైనది?

(i) ΔABC ≅ ΔBAD (ii) ΔABC ≅ ΔABD

సాధన : మూడు జతల సమాన భాగాలు:

∠ABC = ∠BAD (= 90°)

AC = BD (దత్తాంశం)

AB = BA (ఉమ్మడి భుజం)

ΔABC ≅ ΔBAD (లం.క.భు. సర్వసమానత్వ నియమం ప్రకారం).

అందుచే పై వాటి నుండి,

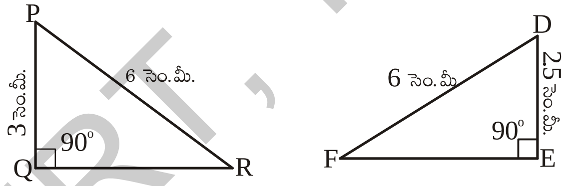
వాక్యం (i) సత్యం మరియు

వాక్యం (ii) సరియైనది కాదు. ΔABC, ΔBAD లలో శీర్షాలు సదృశ్యాలు కావు.

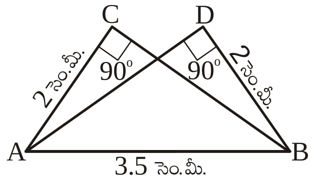
SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

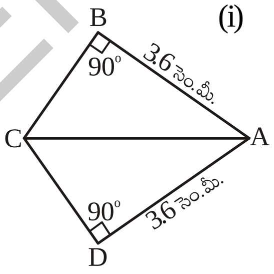
1. కింద ఇచ్చిన త్రిభుజాల జతలలో కొలతలు ఇవ్వబడ్డాయి. లం.క.భు. నియమము ఆధారంగా సర్వసమానమైన జతలను తెలపండి. సర్వ సమాన త్రిభుజాల జతలను సంజ్ఞలలో రాయండి.



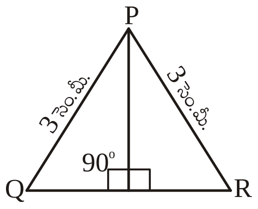
(i)



(ii)



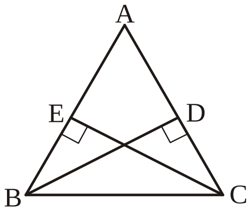
(iii)



(iv)

2. ΔABC ≅ ΔRPQ (లం.క.భు. నియమం ఆధారంగా) అయితే ∠B = ∠P = 90° మరియు AB = RP అన్న సమాచారం సరిపోతుందా? అదనంగా ఏ సమాచారం కావాలి?

3. In the adjacent figure, BD and CE are altitudes of ΔABC such that BD = CE.

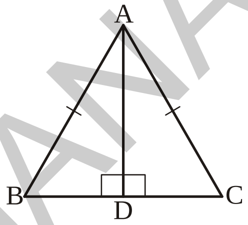


(i) State the three pairs of equal parts in ΔCBD and ΔBCE.

(ii) Is ΔCBD ≅ ΔBCE? Give reasons.

(iii) Is ∠DBC = ∠EBC? Why?

4. ABC is an isosceles triangle with AB = AC and AD is one of its altitudes (fig ...).



(i) State the three pairs of equal parts in ΔADB and ΔADC.

(ii) Is ΔADB ≅ ΔADC? Why?

(iii) Is ∠B = ∠C? Why?

(iv) Is BD = CD? Why?

Exercise - 8.4

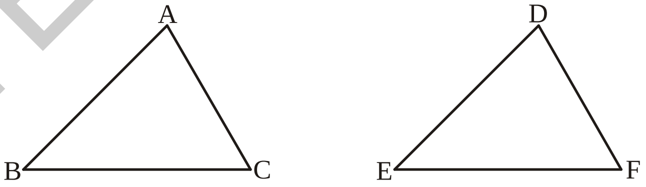
1. Which congruence criterion do you use in the following?

(i) Given : AC = DF

AB = DE

BC = EF

So, ΔABC ≅ ΔDEF (SSS)

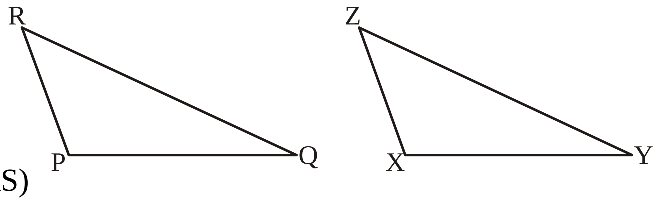


(ii) Given : ZX = RP

ZY = RQ

∠XZY = ∠PRQ

So, ΔPQR ≅ ΔXYZ (SAS)

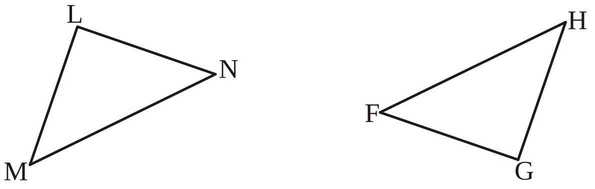


(iii) Given : ∠MLN ≅ ∠FGH

∠NML ≅ ∠GFH

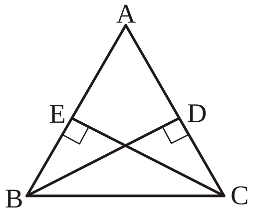
ML = FG

So, ΔLMN ≅ ΔGFH (ASA)



SCERT, TELANGANA

3. ప్రక్కపటము ΔABC లో BD, CE లు ఉన్నతులు. BD = CE.

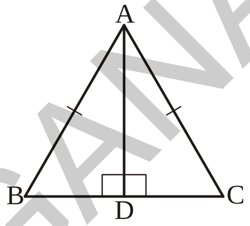


(i) ΔCBD మరియు ΔBCE లలో సమాన భాగాల జతలు తెలపండి.

(ii) $\Delta CBD \cong \Delta BCE$ అవుతుందా? కారణాలు తెలపండి.

(iii) $\angle DBC = \angle EBC$ అవుతుందా? ఎందుచేత?

4. ABC ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజము. AB = AC మరియు AD ,BC పై గీచిన ఉన్నతి..



(i) ΔADB మరియు ΔADC లో సమాన భాగాల జతలను రాయుము.

(ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ అవుతుందా? ఎందుచేత?

(iii) $\angle B = \angle C$ అవుతుందా? ఎందుచేత?

(iv) BD = CD అవుతుందా? ఎందుచేత?

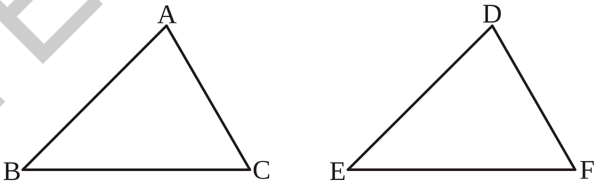
అభ్యాసం - 8.4

1. ఏ సర్వసమానత్వ నియమం ఆధారంగా త్రిభుజాలు సర్వసమానములో తెలపండి.

(i) AC = DF

AB = DE

BC = EF

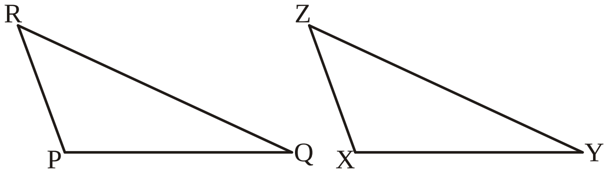


అందుచే $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (భు.భు.భు.)

(ii) ZX = RP

ZY = RQ

$\angle XZY = \angle PRQ$

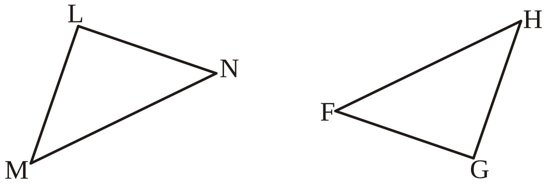


అందుచే $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ (భు.కో.భు.)

(iii) $\angle MLN = \angle FGH$

$\angle NML = \angle GFH$

ML = FG



అందుచే $\Delta LMN \cong \Delta GFH$ (కో.భు.కో.)

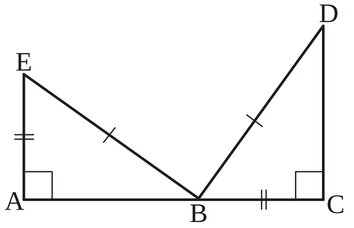
SCERT, TELANGANA

(iv) Given : EB = DB

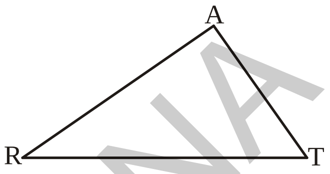
AE = BC

$\angle A = \angle C = 90^o$

So, $\Delta ABE \cong \Delta CDB$ (RHS)



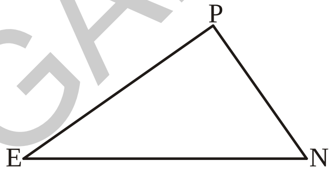
2. You want to show that $\Delta ART \cong \Delta PEN$,



(i) If you have to use SSS criterion, then you need to show

(a) AR = (b) RT = (c) AT =

(ii) If it is given that $\angle T = \angle N$ and you are to use SAS criterion, you need to have



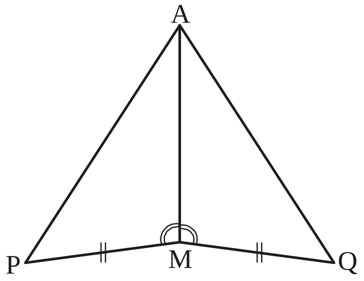
(a) RT = and (ii) PN =

(iii) If it is given that AT = PN and you are to use ASA criterion, you need to have

(a) ? (b) ?

3. To show $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ in the following proof, state the missing reasons.

Steps	Reasons
(i) PM = QM	(i) ....
(ii) $\angle PMA \cong \angle QMA$	(ii) ....
(iii) AM = AM	(iii) ....
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	(iv) ....

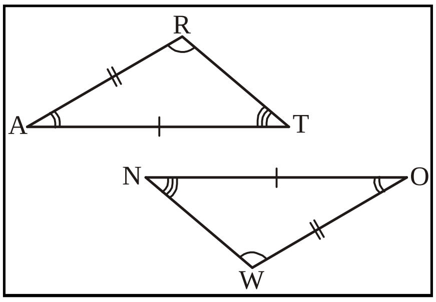


4. In ΔABC, $\angle A = 30^o$, $\angle B = 40^o$ and $\angle C = 110^o$

In ΔPQR, $\angle P = 30^o$, $\angle Q = 40^o$ and $\angle R = 110^o$

A student says that $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ by AAA congruence criterion. Is he justified? Give reasons.

5. In the adjacent figure, the two triangles are congruent. The corresponding parts are marked. $\Delta RAT \cong$?



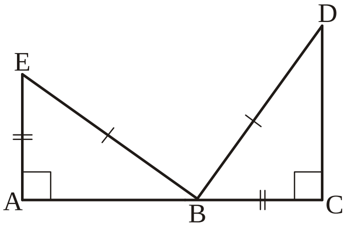
SCERT, TELANGANA

(iv) EB = DB

AE = BC

$\angle A = \angle C = 90^o$

అందుచే $\Delta ABE \cong \Delta CDB$ (లం.క.భు.)



2. $\Delta ART \cong \Delta PEN$ అని చూపడానికి

(i) భు.భు.భు. సర్వసమానత్వ నియమము ప్రకారము సర్వసమానము కావలెను అంటే

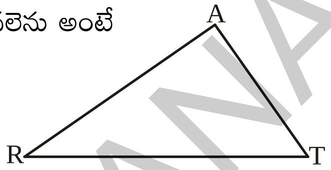
(a) AR = (b) RT = (c) AT =

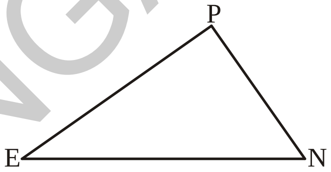
(ii) $\angle T = \angle N$ అని ఇస్తే భు.కో.భు. నియమము ను వర్తింపచేయాలంటే

(a) RT = (ii) PN =

(iii) AT = PN అని ఇస్తే కో.భు.కో.నియమం వర్తింపచేయాలంటే

(a) ? (b) ?

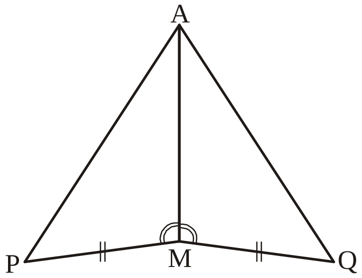




3. $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ గా చూపాలి అంటే

ఈ క్రింది ఇవ్వబడిన నిరూపణలో సోపానముల కారణములు ఇవ్వలేదు. వాటిని తెలపండి.

సోపానం	కారణం
(i) PM = QM	(i) ....
(ii) $\angle PMA \cong \angle QMA$	(ii) ....
(iii) AM = AM	(iii) ....
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	(iv) ....

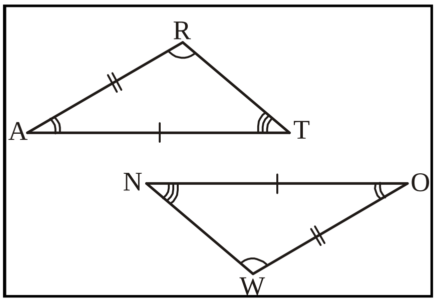


4. ΔABC, $\angle A = 30^o$, $\angle B = 40^o$ మరియు $\angle C = 110^o$

ΔPQR, $\angle P = 30^o$, $\angle Q = 40^o$ మరియు $\angle R = 110^0$

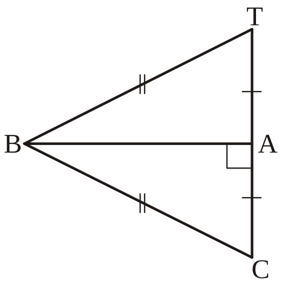
పై కొలతల ఆధారంగా ఒక విద్యార్థి కోణం, కోణం, కోణం, నియమం ఉపయోగించి $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ అని చెప్పాడు. సత్యమేనా? కారణం చెప్పండి.

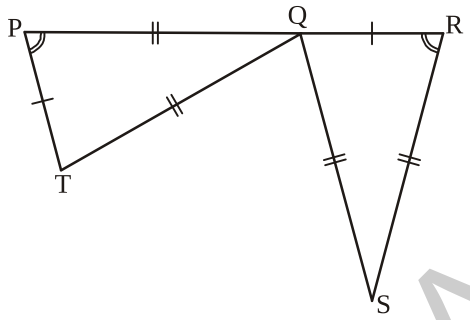
5. ప్రక్క పటంలో రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలు ఇవ్వబడ్డాయి. సదృశ్య భాగాలు గుర్తించబడ్డాయి. $\Delta RAT \cong$?



SCERT TELANGANA

6. Complete the congruence statement.





$\Delta ABC \cong$?

$\Delta QRS \cong$?

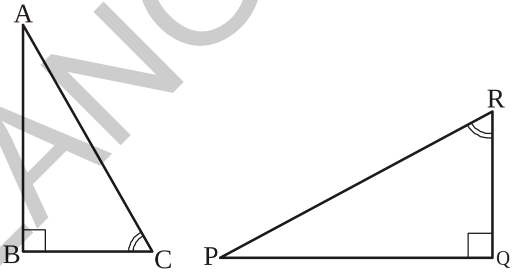
7. In a squared sheet, draw two triangles of equal areas such that

(i) the triangles are congruent.

(ii) the triangles are not congruent.

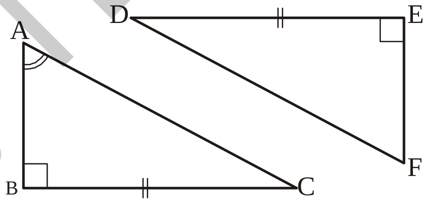
What can you say about their perimeters?

8. If ΔABC and ΔPQR are to be congruent, name one additional pair of corresponding parts. What criterion did you use?



9. Is $\Delta ABC \cong \Delta FED$?

Why?



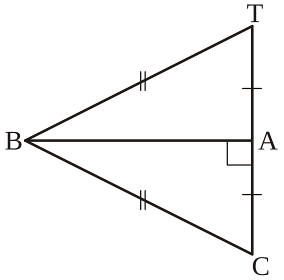
Looking Back

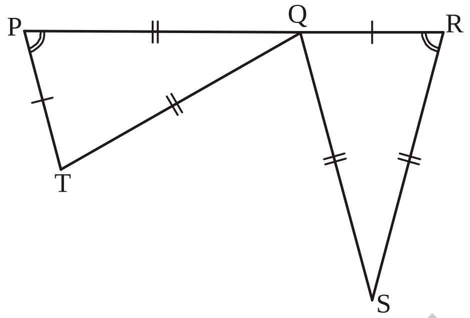
1. Congruent objects are objects having the same shape and size.
2. The method of superimposition examines the congruence of plane figures.
3. Two line segments say, $\overline{AB}$ and $\overline{CD}$ are congruent if they have equal lengths. We write this as $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. However, it is common to write it as AB = CD.
4. If all the parts of one triangle are equal to the corresponding parts of other triangle, then the triangles are congruent.

N4L9B6

SCERT, TELANGANA

6. సర్వసమానత్వమును పూరింపుము.





$\Delta ABC \cong ?$ $\qquad\qquad$ $\Delta QRS \cong ?$

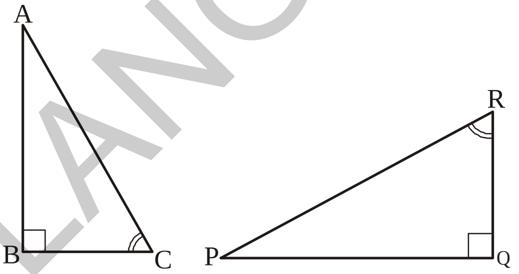
7. కింది సందర్భాలకు తగినట్లు, సమాన వైశాల్యాలు గల రెండు త్రిభుజాలను ఒక గళ్ళ కాగితములో గీయండి.

(i) త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.

(ii) త్రిభుజాలు సర్వసమానములుకావు.

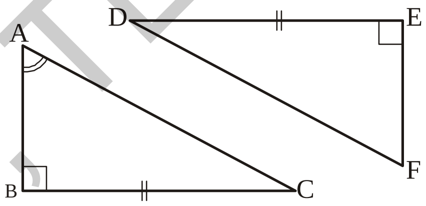
త్రిభుజముల యొక్క చుట్టుకొలతలును గూర్చి నీవేమి చెప్పగలవు?

8. ΔABC మరియు ΔPQR లు సర్వసమానం కావడానికి అదనపు సదృశ్య భాగాల జతను తెలపండి. ఏ నియమం ఆధారంగా అవి సర్వసమానం?



9. $\Delta ABC \cong \Delta FED$ సత్యమేనా?

ఎందుచేత?



మనం నేర్చుకున్నవి

R9B4V2

1. సర్వసమాన పటములు ఒకే ఆకారము, ఒకే పరిమాణము కలిగియుంటాయి.
2. రెండు పటాలను ఒక దానిపై మరొకటిని పెట్టినపుడు పూర్తిగా ఏకీభవిస్తే ఆ పటాలు సర్వసమాన పటాలు అంటాము.
3. $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ లు ఒకే పొడవును కల్గియున్నచో అవి సర్వసమానములు. దీనిని $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ గా వ్రాస్తాము. సాధారణంగా $AB = CD$ గా కూడా వ్రాస్తాము.
4. రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని భాగాలు వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భాగాలకు సమానము అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానం.

SCERT, TELANGANA

5. The necessary and sufficient conditions for two triangles to be congruent are as follows:

   (i) Side-Side-Side (SSS) criterion for congruence: If three sides of a triangle are equal to the corresponding three sides of another triangle, then the triangles are congruent.

   (ii) Side-Angle-Side(SAS) criterion for congruence: If two sides and the angle included between the two sides of a triangle are equal to the corresponding two sides and the included angle of another triangle, then the triangles are congruent.

   (iii) Angle-Side-Angle criterion of congruence: If two angles and the included side of a triangle are equal to the corresponding two angles and included side of another triangle then the triangles are congruent.

   (iv) Right-Angle Hypotenuse criterion of congruence: If the hypotenuse and one side of a right-angled triangle are equal to the corresponding hypotenuse and side of the other right-angled triangle, then the triangles are congruent.

SCERT, TELANGANA

5. రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానము కావటానికి కావలసిన ఆవశ్యక-పర్యాప్త నియమాలు

(i) భుజము-భుజము-భుజము సర్వసమానత్వ నియమం :

రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని మూడు భుజాల కొలతలు వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భుజాల కొలతలకు సమానము అయితే ఆరెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానం.

(ii) భుజము-కోణము-భుజము సర్వసమానత్వ నియమం.

రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని రెండుభుజాలు వాటి మధ్య కోణము వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ భుజాలు వాటి మధ్య కోణమునకు సమానము అయితే ఆ త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.

(iii) కోణము-భుజము-కోణము సర్వసమానత్వ నియమము.

రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని రెండు కోణాలు, వాటి ఉమ్మడి భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజములోని సదృశ కోణాలు, వాటి ఉమ్మడి భుజమునకు సమానము అయితే ఆ త్రిభుజాలు సర్వసమానాలు.

(iv) లంబకోణము-కర్ణము-భుజము సర్వసమానత్వ నియమం

రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజములోని కర్ణము, ఒక భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజములో కర్ణము, సదృశ భుజానికి సమానము అయితే ఆ త్రిభుజాలు సర్వసమానములు.

SCERT TELANGANA

ANSWERS

01- Integers

Exercise - 1.1

(1)Biggest number =2, smallest number = -3

(2) (i) −9, −8, −7, −6 ; biggest number = −6 ; smallest number = −9

(ii) −1, 0 +1, +2, ; biggest number = +2 ; smallest number = −1

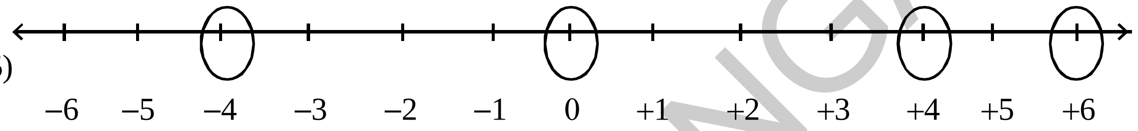
(iii) −7, −6, −5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4

biggest number = +4 ; smallest number = −7

(3) (i) −8, −5, 1, 2 (ii) −5, −4, −3, 2 (iii) −15, −10, −7

(4) (i) −2, −3, −5 (ii) −1, −2, −8 (iii) 8, 5, −2

(5)



6. −8, −7, −6, −4, −3, −2, −1, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9

(7) i)

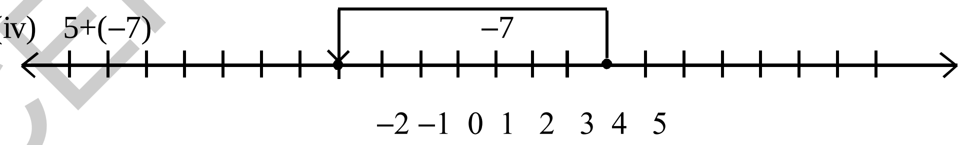
No.	Name of the City	Temperature
1	Bangalore	20°C
2	Ooty	15°C
3	Nainital	−3°C
4	Manali	−7°C
5	Kasauli	−9°C

(ii) Bangalore (20°C) (iii) Kasauli (−9°C)

(iv) Nainital (−3°C) Manali (−7°C) Kasauli (−9°C) (v) Ooty (15°C) Bangalore (20°C)

Exercise - 1.2

(1) (iv) 5+(−7)



(2) (i) 11 (ii) 5 (iii) 14 (iv) 8 (v) 2 (vi) 4 (vii) −2 (viii) 0

(ix) 8 (x) 20 (xi) 80 (xii) 2 (xiii) −16 (xiv) −8

Exercise - 1.3

(1) (i) 5 (ii) 15 (iii) -4 (iv) 1 (v) 13 (vi) -1

(2) (i) 31 (ii) 21 (iii) 24 (iv) −13 (v) −8

(vi) 130 (vii) 75 (viii) 50 (ix) −5

SCERT, TELANGANA

జవాబులు

01 - పూర్ణ సంఖ్యలు

అభ్యాసం - 1.1

(1) పెద్ద సంఖ్య = 2 ; చిన్న సంఖ్య = –3

(2) (i) –9, –8, –7, –6 ; గరిష్ఠ సంఖ్య = –6 ; కనిష్ఠ సంఖ్య = –9

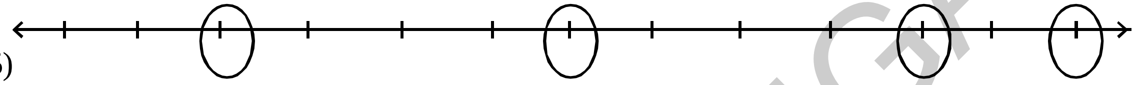
(ii) –1, 0 +1, +2 ; గరిష్ఠ సంఖ్య = +2 ; కనిష్ఠ సంఖ్య = –1

(iii) –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4 గరిష్ఠ సంఖ్య = +4 ; కనిష్ఠ సంఖ్య = –7

(3) (i) –8, –5, 1, 2 (ii) –5, –4, –3, 2 (iii) –15, –10, –7

(4) (i) –2, –3, –5 (ii) –1, –2, –8 (iii) 8, 5, –2

(5)



(6) –8, –7, –6, –4, –3, –2, –1, 1, 2, 3, 5, 6,7, 9

(7)i)

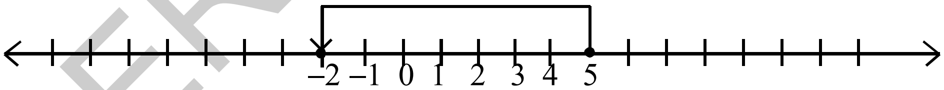
క్ర.సం.	పట్టణం	ఉష్ణోగ్రత
1	బెంగుళూరు	20°C
2	ఊటీ	15°C
3	నైనితాల్	–3°C
4	మనాలి	–7°C
5	కసౌలి	–9°C

(ii) బెంగుళూరు (20°C) (iii) కసౌలి (–9°C)

(iv) నైనితాల్ (–3°C) మనాలి (–7°C) కసౌలి (–9°C) (v) ఊటీ (15°C) బెంగుళూరు (20°C)

అభ్యాసం - 1.2

(1) (iv) 5+(–7)



i, ii, iii లను పై విధంగా గుర్తించాలి.

(2) (i) 11 (ii) 5 (iii) 14 (iv) 8 (v) 2 (vi) 4 (vii) –2 (viii) 0

(ix) 8 (x) 20 (xi) 80 (xii) 2 (xiii) –16 (xiv) –8

అభ్యాసం - 1.3

(1) (i) 5 (ii) 15 (iii) –4 (iv) 1 (v) 13 (vi) -1

(2) (i) 31 (ii) 21 (iii) 24 (iv) –13 (v) –8

(vi) 130 (vii) 75 (viii) 50 (ix) –5

SCERT, TELANGANA

(3)

Sl.No	Negative integer	+	Whole No.	=	−6
1	(−6)	+	0	=	−6
2	(−7)	+	1	=	−6
3	(−8)	+	2	=	−6
4	(−9)	+	3	=	−6 etc.,

Exercise - 1.4

(1) (i) +600 (ii) −1 (iii) −600 (iv) +200 (v) −45

(2) (i) −3 (ii) −225 (iii) 630 (iv) 316 (v) 0
(vi) 1320 (vii) 162 (viii) −360 (ix) −24 (x) 36

(3) −10° (4) (i) 10 (ii) 18 (iii) 5 (5) (i) ` 5,000 profit (ii) 3200

(6) (i) −9 (ii) −7 (iii) +7 (iv) −11

Exercise - 1.5

(1) (i) True (72 = 126 − 54 = 72) (ii) True (210 = 84 + 126 = 210) (2) (i) −a (ii) −5

(3) (i) 480 (ii) −53,000 (iii) −15000 (iv) −4182
(v) −62500 (vi) 336 (vii) 493 (viii) 1140

Exercise - 1.6

(1) (i) −1 (ii) −49 (iii) not defined (iv) 0

Exercise - 1.7

(1) (i) 24 (ii) 20 (2) (i) Profit 33,000 (ii) 3000

(3) 9 PM ; Temperature at Midnight = −14°C

(4) (i) 8 questions (ii) 13 question (5) 1 hour

02- Fractions, Decimals and Rational Numbers

Exercise - 2.1

(1) (i) $2\frac{3}{4}$ (ii) $1\frac{1}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}$ (iv) $3\frac{1}{6}$ (v) $\frac{11}{24}$ (vi) $6\frac{1}{6}$

(2) (i) $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

(3) Sum in row = $\frac{21}{13}$, Sum in column = $\frac{21}{13}$, Sum in diagonal = $\frac{21}{13}$ All the sums are equal.

(4) $17\frac{11}{15}$ cm (5) $1\frac{7}{8}$ (6) $\frac{7}{12}$

SCERT, TELANGANA

(3) క్ర.సం.	ఋణపూర్ణసంఖ్య	+	పూర్ణాంకం	=	–6
1	(–6)	+	0	=	–6
2	(–7)	+	1	=	–6
3	(–8)	+	2	=	–6
4	(–9)	+	3	=	–6 మొదలగునవి

అభ్యాసం - 1.4

(1) (i) +600 (ii) –1 (iii) –600 (iv) +200 (v) –45

(2) (i) –3 (ii) –225 (iii) 630 (iv) 316 (v) 0
(vi) 1320 (vii) 162 (viii) –360 (ix) –24 (x) 36

(3) –10° (4) (i) 10 (ii) 18 (iii) 5 (5) (i) ₹.5000 లాభం (ii) 3200

(6) (i) –9 (ii) –7 (iii) +7 (iv) –11

అభ్యాసం - 1.5

(1) (i) సత్యం (72 = 126 – 54 = 72) (ii) సత్యం (210 = 84 + 126 = 210) (2) (i) –a (ii) –5

(3) (i) 480 (ii) –53,000 (iii) –15000 (iv) –4182
(v) –62500 (vi) 336 (vii) 493 (viii) 1140

అభ్యాసం - 1.6

(1) (i) –1 (ii) –49 (iii) నిర్వచింప లేము (iv) 0

అభ్యాసం - 1.7

(1) (i) 24 (ii) 20 (2) (i) లాభం ₹33,000 (ii) 3000

(3) రాత్రి 9 గం|| ; అర్ధరాత్రి 12 గంట సమయంలో ఉష్ణోగ్రత = –14°C

(4) (i) 8 ప్రశ్నలు (ii) 13 ప్రశ్నలు (5) 1 గంట

02- భిన్నాలు, దశాంశాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు

అభ్యాసం - 2.1

(1) (i) $2\frac{3}{4}$ (ii) $1\frac{1}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}$ (iv) $3\frac{1}{6}$ (v) $\frac{11}{24}$ (vi) $6\frac{1}{6}$

(2) (i) $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

(3) అడ్డువరుసలలో మొత్తం = $\frac{21}{13}$, నిలువు వరుసలలో మొత్తం = $\frac{21}{13}$, కర్ణాల వరసలలో మొత్తం = $\frac{21}{13}$ అన్ని వరుసలలోని మొత్తాలు సమానం.

(4) $17\frac{11}{15}$ సెం.మీ (5) $1\frac{7}{8}$ (6) $\frac{7}{12}$

SCERT TELANGANA

(7) Perimeter of Δ ABE = $10\frac{1}{5}$ cm; BCDE perimeter = $7\frac{11}{15}$ cm ;

Δ ABE is greater ; difference = $2\frac{7}{15}$

Exercise - 2.2

(1) (i) $5\frac{0}{6}$ or 5 (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) (iv) $1\frac{1}{9}$ (v) $6\frac{0}{5}$ or 6

(2) (i) 6 (ii) 6 (iii) 9 (iv) 15

(3) (i) 4 (ii) 6

Exercise - 2.3

(1) (i) $\frac{35}{66}$ (ii) $1\frac{1}{5}$ (iii) $7\frac{7}{15}$ (2) (i) $3\frac{7}{15}$ (ii) $\frac{2}{21}$ (iii) 3 (iv) 3

(3) (i) $\frac{3}{8} = \frac{3}{4}$ of $\frac{1}{2}$ (ii) Both are euqal (4) $17\frac{1}{2}$ hrs. (5) $85\frac{1}{3}$ km. (6) 1350 m.

(7) (i) $\frac{10}{7}$ (ii) $\frac{3}{5}$, 35 or 3, 7

Exercise - 2.4

(1) (i) $\frac{8}{5}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{7}{13}$ (iv) $\frac{4}{3}$ (2) (i) 24 (ii) $3\frac{3}{7}$ (iii) $1\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$

(3) (i) $\frac{2}{15}$ (ii) $\frac{7}{40}$ (iii) $\frac{5}{9}$ (5) $2\frac{1}{2}$ days

Exercise - 2.5

(1) (i) 0.7 (ii) 8.5 (iii) 1.51 (iv) 6 (2) (i) ₹. 0-09 (ii) ₹. 77-07 (iii) ₹. 2-35

(3) (i) 0.1 m, 0.0001 km (ii) 4.5 cm, 0.045 m, 0.000045 km.

(4) (i) 0.19 kg (ii) 0.247 kg (iii) 44.08 kg

(5) (i) $50+5+\frac{5}{10}$ (ii) $5+\frac{5}{10}+\frac{5}{100}$ (iii) $300+3+\frac{3}{100}$

(iv) $30+\frac{3}{10}+\frac{3}{1000}$ (v) $1000 + 200 + 30 + 4 + \frac{5}{10}+\frac{6}{100}$

(6) (i) 3 (ii) 30 (iii) $\frac{3}{100}$ (iv) $\frac{3}{10}$ (v) $\frac{3}{100}$

(7) Radha walked 100 m. more than Aruna (8) 5.625 kg.

SCERT, TELANGANA

(7) చుట్టుకొలత Δ ABE $= 10\frac{1}{5}$ సెం.మీ; BCDE చుట్టుకొలత $= 7\frac{11}{15}$ సెం.మీ;

Δ ABE చుట్టుకొలత పెద్దది; భేదం $= 2\frac{7}{15}$

అభ్యాసం - 2.2

(1) (i) $5\frac{0}{6}$ లేక 5 (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) $1\frac{5}{7}$ (iv) $1\frac{1}{9}$ (v) $6\frac{0}{5}$ లేక 6

(2) (i) 6 (ii) 6 (iii) 9 (iv) 15

(3) (i) 4 (ii) 6

అభ్యాసం - 2.3

(1) (i) $\frac{35}{66}$ (ii) $1\frac{1}{5}$ (iii) $7\frac{7}{15}$ (2) (i) $3\frac{7}{15}$ (ii) $\frac{2}{21}$ (iii) 3

(3) (i) $\frac{3}{8} = \frac{1}{2}$ లో $\frac{3}{4}$ (ii) రెండు సమానమే (4) $17\frac{1}{2}$ గంటలు (5) $85\frac{1}{3}$ కి.మీ (6) 1350మీ.

(7) (i) $\frac{10}{7}$ (ii) $\frac{3}{5}$, 35 లేక 3,7

అభ్యాసం - 2.4

(1) (i) $\frac{8}{5}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{7}{13}$ (iv) $\frac{4}{3}$ (2) (i) 24 (ii) $3\frac{3}{7}$ (iii) $1\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$

(3) (i) $\frac{2}{15}$ (ii) $\frac{7}{40}$ (iii) $\frac{5}{9}$ (5) $2\frac{1}{2}$ రోజులు

అభ్యాసం - 2.5

(1) (i) 0.7 (ii) 8.5 (iii) 1.51 (iv) 6 (2) (i) ₹. 0-09 (ii) ₹. 77-07 (iii) ₹. 2-35

(3) (i) 0.1 మీ, 0.0001 కి.మీ (ii) 4.5 సెం.మీ, 0.045 మీ 0.000045 కి.మీ

(4) (i) 0.19 కి.గ్రా (ii) 0.247 కి.గ్రా (iii) 44.08 కి.గ్రా

(5) (i) $50 + 5 + \frac{5}{10}$ (ii) $5 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100}$ (iii) $300 + 3 + \frac{3}{100}$

(iv) $30 + \frac{3}{10} + \frac{3}{1000}$ (v) $1000 + 200 + 30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$

(6) (i) 3 (ii) 30 (iii) $\frac{3}{100}$ (iv) $\frac{3}{10}$ (v) $\frac{3}{100}$ (7) రాధ, 100 మీ. (8) 5.625 కి.గ్రా.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 2.6

(1) (i) 1.8 (ii) 18.9 (iii) 13.55 (iv) 78.8 (v) 0.35
(vi) 1050.05 (vii) 1.72 (2) 24.8 cm^2

(3) (i) 213 (ii) 368 (iii) 537 (iv) 1680.7 (v) 13110
(vi) 15610 (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8
(xi) 90 (xii) 30

(4) 625 Km (5) (i) 0.45 (ii) 4.75 (iii) 42.16 (iv) 14.62 (v) 0.025
(vi) 1.12 (vii) 0.0214 (viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 77.011

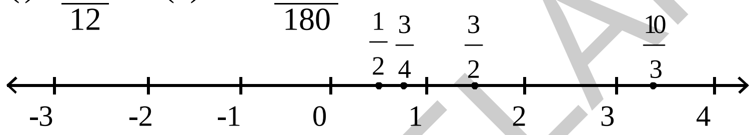
(6) (i) 0.023 (ii) 0.09 (iii) 4.43 (iv) 0.1271 (v) 2 (vi) 590 (vii) 0.02

(7) 5 (8) 0.128 cm

Exercise - 2.7

(2) (i) $\frac{-5}{12}$ (ii) $\frac{-75}{180}$

(3)



(4) (i) false (ii) true (iii) false (iv) true

03 - Simple Equations

Exercise - 3.1

(1) (i) L.H.S = 2x, R.H.S = 10 (ii) L.H.S = 2x–3, R.H.S = 9 (iii) L.H.S = 4z+1, R.H.S = 8 (iv) L.H.S = 5p+3, R.H.S = 2p+9
(v) L.H.S = 14, R.H.S = 27–y (vi) L.H.S = 2a–3, R.H.S = 5 (vii) L.H.S = 7m, R.H.S = 14 (viii) L.H.S = 8, R.H.S = q+5

(2) (i) y = 5 (ii) a = 8 (iii) m = 3 (iv) n = 7

Exercise - 3.2

(1) (i) x = 4 (ii) y = 7 (iii) x = 5 (iv) z = 9 (v) x = 3 (vi) y = –20

(2) (i) y = 5 (ii) a = 4 (iii) q = 4 (iv) t = 4 (v) x = 13
(vi) x = 3 (vii) x = –5 (viii) x = –1 (ix) y = 4 (x) x = –2

Exercise - 3.3

(1) 4 cm (2) 5 cm (3) 21 (4) 30 (5) 8 (6) 46, 49 (7) 7, 8, 9
(8) l = 34m, b = 2m (9) l=23m, b=19m (10) 5 years (11) 19, 44
(12) 40; 25, 15 (13) 2 (14) 40 (15) 30°, 60°, 90° (16) 30

SCERT TELANGANA

అభ్యాసం - 2.6

(1) (i) 1.8 (ii) 18.9 (iii) 13.55 (iv) 78.8 (v) 0.35

(vi) 1050.05 (vii) 1.72 (2) 24.8 సెం.మీ^{2}

(3) (i) 213 (ii) 368 (iii) 537 (iv) 1680.7 (v) 13110

(vi) 15610 (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8

(xi) 90 (xii) 30 (4) 625 కి.మీ (5) (i) 0.45 (ii) 4.75

(iii) 42.16 (iv) 14.62 (v) 0.025 (vi) 1.12 (vii) 0.0214

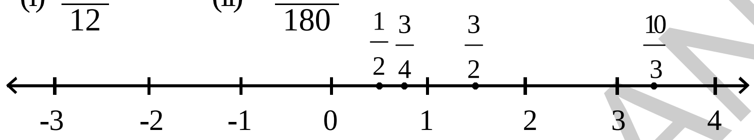
(viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 77.011 (6) (i) 0.023 (ii) 0.09 (iii) 4.43

(iv) 0.1271 (v) 2 (vi) 590 (vii) 0.02 (7) 5 (8) 0.128 సెం.మీ

అభ్యాసం - 2.7

(2) (i) $\frac{-5}{12}$ (ii) $\frac{-75}{180}$

(3)



(4) (i) అసత్యం (ii) సత్యం (iii) అసత్యం (iv) సత్యం

03 - సామాన్య సమీకరణాలు

అభ్యాసం - 3.1

(1) (i) L.H.S = 2x, R.H.S = 10 (ii) L.H.S = 2x–3, R.H.S = 9 (iii) L.H.S = 4z+1, R.H.S = 18 (iv) L.H.S = 5p+3, R.H.S = 2p+9

(v) L.H.S = 14, R.H.S = 27–y (vi) L.H.S = 2a–3, R.H.S = 5 (vii) L.H.S = 7 m, R.H.S = 14 (viii) L.H.S = 8, R.H.S = q + 5

(2) (i) y = 5 (ii) a = 8 (iii) m = 3 (iv) n = 7

అభ్యాసం - 3.2

(1) (i) x = 4 (ii) y = 7 (iii) x = 5 (iv) z = 9 (v) x = 3 (vi) y = –20

(2) (i) y = 5 (ii) a = 4 (iii) q = 4 (iv) t = 4 (v) x = 13

(vi) x = 3 (vii) x = –5 (viii) x = –1 (ix) y = 4 (x) x = –2

అభ్యాసం - 3.3

(1) 4 సెం.మీ (2) 5 సెం.మీ (3) 21 (4) 30 (5) 8 (6) 46, 49 (7) 7, 8, 9

(8) l = 34 మీ, b = 2 మీ (9) l=23 మీ, b=19 మీ (10) 5 సంవత్సరాలు (11) 19, 44 (12) 40;25,15

13) 2 (14) 40 (15) 30°, 60°, 90° (16) 30

SCERT, TELANGANA

04 - Lines and Angles

Exercise - 4.1

(1) (i) Line segment AB (ii) Ray CD (iii) Line XY (iv) Point 'P'

(2) (i) O P (ii) X (iii) R S (iv) C D

(3) $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$

(5) (i) acute (ii) obtuse (iii) Right (iv) acute (v) obtuse

(6) ∠FOA, ∠EOF, ∠DOE, ∠COD, ∠BOC, ∠DOF, ∠EOF, ∠BOD - Acute angles.

∠AOE, ∠BOE, ∠COF - Right angles ; ∠DOA, ∠COA, ∠BOF - Obtuse angles.

∠BOA - Straight angle (7) (i) and (iv) are parallel ; (ii) and (iii) non parallel

(8) (i),(ii) and (iv) are intersecting lines and (iii) non-intersecting lines.

Exercise - 4.2

(1) iii (2) (i) 65° (ii) 50° (iii) 1° (iv) 35° (3) 45°, 45°

(4) Yes. Because the sum of the angles must be 90°

Exercise - 4.3

(1) (i), (ii) (2) (i) 75° (ii) 85° (iii) 30° (iv) 160°

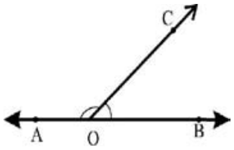
(3) The sum of two acute angles is always less than 180° (4) 90°, 90°

Exercise - 4.4

(1) (i) a, b (ii) c, d (2) (i) ∠AOD, ∠DOB (ii) ∠DOB, ∠BOC

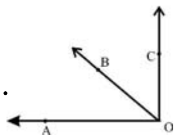
(iii) ∠BOC, ∠COA (iv) ∠COA, ∠AOD

(3) Yes.



because ∠AOC + ∠BOC = 180°

(4) Yes .



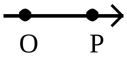
. because ∠BOA + ∠COB = 90°

SCERT, TELANGANA

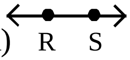
04 - రేఖలు – కోణాలు

అభ్యాసం – 4.1

(1) (i) రేఖా ఖండంAB (ii) కిరణం CD (iii) రేఖ XY (iv) బిందువు 'P'

(2) (i) 

(ii)

(iii) 

(iv)

(3) $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$

(5) (i) అల్పకోణం (ii) అధిక కోణం (iii) లంబ కోణం (iv) అల్పకోణం (v) అధిక కోణం

(6) ∠FOA, ∠EOF, ∠DOE, ∠COD, ∠BOC, ∠DOF, ∠EOF, ∠BOD - అల్పకోణాలు

∠AOE, ∠BOE, ∠COF - లంబ కోణం ; ∠DOA, ∠COA, ∠BOF - అధిక కోణాలు

∠BOA - సరళ కోణం (7) (i) మరియు (iv) సమాంతరాలు; (ii) మరియు (iii) సమాంతరాలు కావు

(8) (i) (ii) మరియు (iv) ఖండన రేఖలు మరియు (iii) ఖండన రేఖలు కావు.

అభ్యాసం – 4.2

(1) iii (2) (i) 65° (ii) 50° (iii) 1° (iv) 35° (3) 45°, 45°

(4) అవును. ఎందుకనగా కోణాలు మొత్తం 90°

అభ్యాసం – 4.3

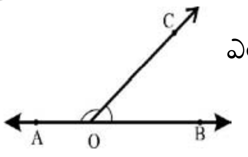
(1) (i), (ii) (2) (i) 75° (ii) 85° (iii) 30° (iv) 160°

(3) రెండు అల్పకోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడు 180° కన్నా తక్కువ (4) 90°, 90°

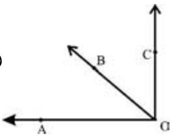
అభ్యాసం – 4.4

(1) (i) a, b (ii) c, d (2) (i) ∠AOD, ∠DOB (ii) ∠DOB, ∠BOC

(iii) ∠BOC, ∠COA (iv) ∠COA, ∠AOD

(3) అవును 

ఎందుకనగా ∠COA + ∠BOC = 180°

(4) అవును 

. ఎందుకనగా ∠BOA + ∠COB = 90°

SCERT, TELANGANA

Exercise - 4.5

(1) i, ii (2) No. Because there is no common arm.

Exercise - 4.6

(1) (i) $\angle AOD, \angle BOC$ (ii) $\angle AOD, \angle DOB$

(2) $y = 160°$ (Vertically opposite angles) $x + 160° = 180°$ $\therefore x = 20°$

$\angle x = \angle z$ Vertically opposite angles $\therefore z = 20°$

Exercise - 4.7

(1) (i) Transversal (ii) Parallel (iii) Parallel (iv) one

(2) (i) 100° (ii) 45° (iii) 90° (iv) 100°

(3) $\angle x = 180 - (75+45) = 60°$; $\angle y = 75°$; $z = 45°$

(4) $b + 50° = 180°$ $\therefore b = 130°$

$b + c = 180° \Rightarrow 130° + c = 180° \Rightarrow c = 50°$

$d + 50° = 180° \Rightarrow d = 130°$

(5) $l \parallel m$

(6) $\angle a = 50°$ (Alternate angles)

$\angle b = 50°$ (Alternate angles)

$\angle c = \angle d = \angle e = 50°$

(all are Alternate angles)

05 - Triangle and its Properties

Exercise - 5.1

(1) (i) Possible (ii) Possible (iii) Not possible (iv) Possible

Exercise - 5.2

(1) (i) Median (ii) Altitude (Height) (2) Right angle triangle (3) Yes

(4) No, in some cases it lies in the exterior of the triangel (5) (i) XZ (ii) $\angle R$ (iii) B

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 4.5

(1) i, ii (2) లేదు, ఎందుకనగా రెండింటికి ఉమ్మడి భుజం లేదు

అభ్యాసం - 4.6

(1) (i) $\angle AOD, \angle BOC$ (ii) $\angle AOC, \angle BOD$

(2) y = 160° (నిలువు శీర్షాభిముఖ కోణాలు) $x + 160° = 180°$ $\therefore x = 20°$

$\angle x = \angle z$ అడ్డు శీర్షాభిముఖ కోణాలు $\therefore z = 20°$

అభ్యాసం - 4.7

(1) (i) తిర్యగ్రేఖ (ii) సమాంతరం (iii) సమాంతరం (iv) ఒకటి

(2) (i) 100° (ii) 45° (iii) 90° (iv) 100°

(3) $\angle x = 180 - (75+45) = 60°$; $\angle y = 75°$; z = 45°

(4) $b + 50° = 180°$ $\therefore b = 130°$

$b + c = 180° \Rightarrow 130° + c = 180° \Rightarrow c = 50°$

$d + 50° = 180° \Rightarrow d = 130°$

(5) $\therefore l \parallel m$ అగును

(6) $\angle a = 50°$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$\angle b = 50°$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$\angle c = \angle d = \angle e = 50°$

(అన్నియు ఏకాంతర కోణాలు)

05 - త్రిభుజము - ధర్మాలు

అభ్యాసం - 5.1

(1) (i) సంభవము (ii) సంభవము (iii) సంభవము కాదు (iv) సంభవము

అభ్యాసం - 5.2

(1) (i) మధ్యగతం (ii) ఉన్నతి (ఎత్తు) (2) లంబకోణ త్రిభుజము (3) అవును

(4) కాదు, కొన్ని సందర్భాలలో త్రిభుజం బాహ్య ప్రదేశంలో ఉంటాయి. (5) (i) XZ (ii) $\angle R$ (iii) B

SCERT, TELANGANA

Exercise - 5.3

(1) (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (2) (i) x = 70° ; y = 60° (ii) x = 80° ; y = 50° (iii) x = 110° ; y = 70° (iv) x = 60° ; y = 90° (v) x = 45° ; y = 90° (iv) x = 60°

(3) (i) 40° (ii) 34° (iii) 60° (4) 60° (5) (i) False (ii) True (iii) False (iv) False

(6) (i) 30° ; 60° ; 90° (7) x = 100° ; y = 50° ; z = 100° (8) 72°

(9) ∠P = 80°; ∠Q = 40° ; ∠R = 60° (10) 18° ; 72° ; 90° (11) 36°, 54°

(12) ∠LPM = 40° ; ∠LMP = 50° ; ∠QRP = 50° (13) 540°

Exercise - 5.4

(1) Interior angles : ∠CBA, ∠ACB, ∠BAC ; Exterior angles : ∠CBX , ∠ACZ , ∠BAY

(2) ∠ACD = 111° (3) x = 115° ; y = 35° (4) (i) x = 50° (ii) x = 33° ; y = 82°

(5) ∠CDB = 76° ; ∠CBD = 39° ; ∠CBA = 58°

(6) (i) x=55°, y=55° (ii) x=100°, y =50° (iii) x=120°, y=30° (iv) x=40°, y=70° (v) x = 60° ; y = 150° ; (vi) x = 50° ; y = 130°

(7) 50° ; 75° ; 55° (8) ∠P=35°,yes (9) 70°

(10) 30° ; 75° ; 75° (11) x = 135° ; y = 80°

06 - Ratio - Applications

Exercise - 6.1

(1) 100 : 10 , 10 : 1
(2) ₹ 15 (i) 15 : 5 or 3 : 1 (Radha : Sudha) (ii) 5 : 15 or 1 : 3 (Sudha : Radha)
(3) 40 : 20 or 2: 1 (4) 1 : 2400

(5) Raju's share = 40 ; Ravi's share = 56 (6) $\overline{AX}$ = 18 cm ; $\overline{XB}$ = 20 cm.
(7) ₹ 60,000 (8) 8 liters

(9) (i) Count no. of boys and girls in your class and write inthe form of ratio. If boys or girls will be zero, can you write it in the form of ratio? We can not compare such ratios.
(ii) Count of doors and number of windows of your classroom and number write in the form of ratios.
(iii) Count all textbooks and note books with you and write in ratio form.

Exercise - 6.2

(1) (i) 8, 8 (ii) 450, 450 (iii) 96, 96 (iv) 6, 30 (v) 24, 72

(2) (i) False (ii) True (iii) True (iv) True (v) False

(3) ₹.90 (4) 10 kg (5) a) 45 b) 26 (6) i) 540° ii) 21°

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 5.3

(1) (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (2) (i) $x = 70°$; y = 60° (ii) $x = 80°$; y = 50°
(iii) $x = 110°$; y = 70° (iv) $x = 60°$; y = 90° (v) $x = 45°$; y = 90° (iv) $x = 60°$

(3) (i) 40° (ii) 34° (iii) 60° (4) 60° (5) (i) అసత్యం (ii) సత్యం (iii) అసత్యం (iv) అసత్యం

(6) (i) 30° ; 60° ; 90° (7) $x = 100°$; y = 50° ; z = 100° (8) 72°

(9) ∠P = 80°; ∠Q = 40° ; ∠R = 60° (10) 18° ; 72° ; 90° (11) 36°, 54°

(12) ∠LPM = 40° ; ∠LMP = 50° ; ∠QRP = 50° (13) 540°

అభ్యాసం - 5.4

(1) అంతర కోణాలు : ∠CBA, ∠ACB, ∠BAC ; బాహ్యకోణాలు : ∠CBX, ∠ACZ, ∠BAY

(2) ∠ACD = 111° (3) x = 115° ; y = 35° (4) (i) $x = 50°$ (ii) $x = 33°$; y = 82°

(5) ∠CDB = 76° ; ∠CBD = 39° ; ∠CBA = 58°

(6) (i) x=55°, y=55° (ii) x=100°, y=50° (iii) x=120°, y=30° (iv) x=40°, y=70°
(v) $x = 60°$; $y = 150°$; (vi) $x = 50°$; $y = 130°$ (7) 50° ; 75° ; 55°

(8) ∠P =35° ; అవును (9) 70° (10) 30° ; 75° ; 75° (11) $x = 135°$; y = 80°

06 - నిష్పత్తి - ఉపయోగాలు

అభ్యాసం - 6.1

(1) 100 : 10 , 10:1 (2) ₹15 (i) 15 : 5 లేక 3 : 1 (రాధ : సుధ)
(ii) 5 : 15 or 1 : 3 (సుధ:రాధ) (3) 40 : 20 లేక 2: 1 (4) 1:2400
(5) రాజు యొక్క వాటా = 40 ; రవి యొక్క వాటా = 56
(6) $\overline{AX}$ =18 సెం.మీ; $\overline{XB}$ =20 సెం.మీ. (7) ₹60,000 (8) 8 లీటర్లు

(9) (i) నీ తరగతిలోని బాలురు, బాలికలను లెక్కించి నిష్పత్తి రూపంలో తెలుపాలి. ఒకవేళ బాలురు లేక బాలికల సంఖ్య సున్న అయితే నిష్పత్తి దానిని రూపంలో తెల్పగలవా? ఇలాంటి నిష్పత్తులను పోల్చలేము.
(ii) నీ తరగతి గది తలుపులు, కిటికీలు లెక్కించి దీనిని నిష్పత్తి రూపంలో తెలపాలి.
(iii) నీ దగ్గరి పాఠ్యపుస్తకాలు, నోటుపుస్తకాలను లెక్కించి దీనిని నిష్పత్తి లో తెలపాలి.

అభ్యాసం - 6.2

(1) (i) 8, 8 (ii) 450, 450 (iii) 96, 96 (iv) 6, 30 (v) 24, 72

(2) (i) అసత్యం (ii) సత్యం (iii) సత్యం (iv) సత్యం (v) అసత్యం

(3) ₹.90 (4) 10 కి.గ్రా (5) a) 45 b) 26 (6) i) 540° ii) 21°

SCERT , TELANGANA

Exercise - 6.3

(1) 0.0001 cm ; 2cm (2) (i) Yes (ii) No (iii) No. (3) 4 cm

(4)
- Draw 5 different squares, measure their lengths and fill the table.
- 4 times of side will be perimeter of square find and fill the table.
- Square the side of each and fill the table.

(i) Yes, lenght of side is in direct proportion to perimeters of the squares.

(ii) No, length of side is not indirect proportion to area of the square.

Exercise - 6.4

(1) School Y (2) 20% decrease (3) Mangoes = 35% (4) 16%

(5) Abscent = $16\frac{2}{3}\%$ or 16.66% Present = $83\frac{1}{3}\%$ or 83.33% (6) 7200

(7) 15 (8) gold 70% ; silver 25% ; Copper 5% (9) 2000

Exercise - 6.5

(1) $12\frac{1}{2}\%$ or 12.5% (2) 6% (3) ₹ 2,00,000 (4) ₹ 875

(5) loss = 1200 (2.44%) (6) 561 (7) 202.5 (8) 800 (9) 1100

Exercise - 6.6

(1) 2 years 8 months or $\frac{8}{3}$ years or $2\frac{2}{3}$ years (2) 12%

(3) ₹. 450 (4) ₹. 12958 (5) $1\frac{1}{2}$ years

07 - Data Handling

Exercise - 7.1

(1) (i) 33 ^{0}C (ii)30 ^{0}C (2) 15.9 kg

(3) (i) Ground nuts `:7500 ; Jawar `:4000 ; Millets `:5250 (ii) Ground nuts

(4) 42 (5) (i) 23 (ii) 21, by 3 (iii) 16.5, by 4 (iv) Lekhya

(6) (i) ` 18 (ii) ` 54 (iii) ` 9 (iv) Proportional (7) 5.5 (8) 5.6 (9) 107

Exercise - 7.2

(1) 155 cm, 140cm (2) (i) Mean = 28, Mode = 27 (ii) 2 players of age 25 years each.

(3) 25 (4) (i) Mode (ii) Mean (iii) Mean (iv) Mode

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 6.3

(1) 0.0001 సెం.మీ ; 2సెం.మీ (2) (i) అవును (ii) లేదు (iii) లేదు (3) 4 సెం.మీ

(4)
- వేరువేరు చతురస్రాలను గీయండి. వాటి భుజాల పొడవులను కొలచి పట్టికను పూరించండి.
- చతురస్ర చుట్టుకొలత దాని భుజానికి నాలుగు రెట్లు దీని ఆధారంగా పట్టికను పూరించండి.
- ప్రతి చతురస్రం యొక్క భుజాన్ని వర్గం చేసి దీని ఆధారంగా పట్టికను పూరించాలి.

(i) అవును. చతురస్రంలో భుజం పొడవు దాని చుట్టుకొలతకు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

(ii) అవును. చతరస్రంలో భుజం పొడవు దాని వైశాల్యానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

అభ్యాసం - 6.4

(1) పాఠశాల Y (2) 20% తగ్గింపు (3) మామిడిపండ్లు = 35% (4) 16%

(5) పాఠశాలకు రానివారు $= 16\frac{2}{3}\%$ లేక 16.66% పాఠశాలకు వచ్చినవారు $= 83\frac{1}{3}\%$ లేక 83.33%

(6) 7200 (7) 15 (8) బంగారం 70% ; వెండి 25% ; రాగి 5% (9) 2000

అభ్యాసం - 6.5

(1) $12\frac{1}{2}\%$ లేక 12.5% (2) 6% (3) ₹. 2,00,000 (4) ₹. 875

(5) నష్టం = 1200 (2.44%) (6) 561 (7) 202.5 (8) 800 (9) 1100

అభ్యాసం - 6.6

(1) 2 సంవత్సరాల 8 నెలలు లేక $\frac{8}{3}$ సంవత్సరాలు లేక $2\frac{2}{3}$ సంవత్సరాలు (2) 12%

(3) ₹. 450 (4) ₹. 12958 (5) $1\frac{1}{2}$ సంవత్సరాలు

07 - దత్తాంశ నిర్వహణ

అభ్యాసం - 7.1

(1) (i) 33 ^{0}C (ii)30 ^{0}C (2) 15.9 కి.గ్రా

(3) (i) వేరుశనగ ` 7500 ; జొన్న `4000 ; తృణధాన్యాలు `5250 (ii) వేరుశనగ (4) 42

(5) (i) 23 (ii) 21, 3తో (iii) 16.5, 4తో (iv) లేఖ్య (6) (i) `18 (ii) `54 (iii) `9 (iv) అనుపాతం

(7) 5.5 (8) 5.6 (9) 107

అభ్యాసం - 7.2

(1) 155 సెం.మీ, 140సెం.మీ. (2) (i) అంకగణిత సగటు = 28, బాహుళం= 27

(ii) 25 సం॥ వయస్సు కల్గిన ఆటగాళ్లు ఇద్దరు చొప్పున

(3) 25 (4) (i) బాహుళం (ii) అంకగణిత సగటు (iii) అంకగణిత సగటు (iv) బాహుళం

SCERT, TELANGANA

Exercise - 7.3

(1) (i) F (not mean, it is range) (ii) T (iii) F (not mode, it is mean)

(iv) F (if the numbers are even it is not)

(2) (i) ` 1400 (ii) ` 1450 (3) Mode is correct, but median is wrong.

(4) three 1, 7, 10; 2, 7, 9; 3, 7, 8 (5) 11

Exercise - 7.4

(5) (i) Education (ii) Food (iii) ` 2250 (iv) ` 1500

08 - Congurencey of Triangles

Exercise - 8.1

(1) (i) True (ii) False, LS $\neq$ AD

(2) (i) $\angle P = \angle R$

$\angle TQP = \angle RQS$

$\angle T = \angle S$

(ii) $\angle ROS = \angle QOP$

$\angle R = \angle Q$ or $\angle R = \angle P$

$\angle S = \angle P$ or $\angle S = \angle Q$

(3) (ii) Correct (4) Yes (S.S.S. Congruency)

Exercise - 8.2

(1) It is to be given that GH = TR and HJ = TS (2) AP = 4 km ($\therefore$ AP = BQ c.p.c.t.)

(3) (i) $\Delta ABC \cong \Delta STR$

AB = ST also BC = TR

$\angle A = \angle S$ $\angle B = \angle T$

AC = SR $\angle C = \angle R$

(ii) $\Delta POQ \cong \Delta ROS$

PO = RO also PQ = RS

OQ = OS $\angle P = \angle R$

$\angle POQ = \angle ROS$ $\angle Q = \angle S$

(iii) $\Delta DRO \cong \Delta OWD$, DR = OW also DO = OD

RO = WD $\angle ODR = \angle DOW$

$\angle R = \angle W$ $\angle ROD = \angle WOD$

in the fig $\square$ WORD

$\angle R = 90°$

WD = OR and WO = DR

$\therefore$ $\square$ WORD is a rectangle

$\therefore$ $\Delta WSD \cong \Delta RSO$

$\Delta WSO \cong \Delta RSD$

also $\Delta ORW \cong \Delta DWR$

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 7.3

(1) (i) అసత్యం (ii) సత్యం (iii) అసత్యం (iv) అసత్యం (2) (i) ` 1400 (ii) ` 1450

(3) బాహుళకం సరిగా ఉన్నది. కాని మధ్యగతం తప్పు (4) 1,7,10 లేదా 2,7,9 లేదా 3,7,8 (5) 11

అభ్యాసం - 7.4

(5) (i) విద్య (ii) ఆహారం (iii) ` 2250 (iv) `1500

08 - త్రిభుజాల సర్వసమానత్వం

అభ్యాసం - 8.1

(1) (i) సత్యం (ii) అసత్యం, LS $\neq$ AD, SD = LA

(2) (i) $\angle P = \angle R$ (ii) $\angle ROS = \angle QOP$

$\angle TQP = \angle RQS$ $\angle R = \angle Q$ or $\angle R = \angle P$

$\angle T = \angle S$ $\angle S = \angle P$ or $\angle S = \angle Q$

(3) (ii) సరైనది (4) అవును (భు.భు.భు. సర్వసమానత్వ ధర్మం)

అభ్యాసం - 8.2

(1) సమాచారం ఇవ్వల్సిన అవసరం ఉంది; GH = TR మరియు HJ = TS

(2) AP = 4 కి.మీ ($\therefore$ AP = BQ c.p.c.t.)

(3) (i) $\Delta ABC \cong \Delta STR$

AB = ST అందుచేత BC = TR

$\angle A = \angle S$ $\angle B = \angle T$

AC = SR $\angle C = \angle R$

(ii) $\Delta POQ \cong \Delta ROS$

PO = RO అందుచేత PQ = RS

OQ = OS $\angle P = \angle R$

$\angle POQ = \angle ROS$ $\angle Q = \angle S$

(iii) $\Delta DRO \cong \Delta OWD$ DR = OW అందుచేత DO = OD

RO = WD $\angle ODR = \angle DOW$

$\angle R = \angle W$ $\angle ROD = \angle WOD$

పటం □ WORD లో

$\angle R = 90^0$

WD = OR మరియు WO = DR

$\therefore$ □ WORD ఒక దీర్ఘచతురస్రం

$\therefore$ $\Delta WSD \cong \Delta OSR$

$\therefore$ $\Delta WSO \cong \Delta DSR$

మరియు $\Delta ORW \cong \Delta DWR$.

SCERT, TELANGANA

(iv) ΔABC and ΔCDA not congruent

(4) (i) In ΔABC and ΔRQP we need to know that AB = RQ.

(ii) In ΔABC and ΔADC we need to know that AB = AD.

Exercise - 8.3

(1) (i) By A.A.S. $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (ii) By A.A.S. or ASA $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

(iii) By A.A.S. or A.S.A. $\Delta AOB \cong \Delta DOC$ (iv) not congruent

(2) (i) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ (A.A.S)

(ii) Because $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ (A.A.S.), therefore AB = CD (c.p.c.t.) (Corresponding Parts of Congruent Triangles)

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta DOC$

otherwise ΔAOB and ΔDOC are similar by A.A.A.

in congruent triangles corresponding parts are equal.

Exercise - 8.4

(1) (i) S.S.S. (ii) S.A.S. (iii) A.S.A. (iv) R.H.S. (2) (i) a) AR = PE b) RT = EN c) AT = PN (ii) a) RT = EN b) PN = AT (iii) a) $\angle A = \angle P$ b) $\angle T = \angle N$

(3) (i) Side (ii) Angle (iii) Common side (iv) S.A.S.

(4) We can't say $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ when the corresponding angles are equal, but can say that the triangles are simlar.

(5) $\Delta RAT \cong \Delta WON$ (6) $\Delta ABC \cong \Delta ABT$ and $\Delta QRS \cong \Delta TPQ$

(7) (i) Draw two triangles with same measures. (ii) Draw two triangles of different measures.

(8) BC = QR (A.S.A.) or AB = PQ (A.A.S.) or AC = PR (A.A.S.)

(9) $\angle B = \angle E$; $\angle A = \angle F$ by A.A.S. $\Delta ABC \cong \Delta FED$ are congruent ; BC = ED

SCERT, TELANGANA

(iv) ΔABC మరియు ΔCDA సర్వసమానాలు కావు.

(4) (i) ΔABC మరియు ΔRQP తో తెలుసుకోవాల్సింది $AB = RQ$.

(ii) ΔABC మరియు ΔADC తో తెలుసుకోవాల్సింది $AB = AD$.

అభ్యాసం - 8.3

(1) (i) కో.కో.భు. ధర్మం $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (ii) కో.భు.కో.లేక భు.భు.భు.ధర్మం $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

(iii) కో.భు.కో.ధర్మం $\Delta AOB \cong \Delta DOC$ (iv) సర్వసమానములు కావు

(2) (i) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ (కో.కో.భు.)

(ii) నుండి $AB = CD$ (సర్వసమాన త్రిభుజాల సదృశభాగాలు)

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DCB$ (కో.కో.భు)

అభ్యాసం - 8.4

(1) (i) భు.భు.భు (ii) భు.కో.భు (iii) కో.భు.కో (iv) లం.క.భు.

(2) (i) a) $AR = PE$ b) $RT = EN$ c) $AT = PN$ (ii) a) $RT = EN$ b) $PN = AT$
(iii) a) $\angle A = \angle P$ b) $\angle T = \angle N$

(3) (i) భుజం (ii) కోణం (iii) ఉమ్మడి భుజం (iv) భు.కో.భు.

(4) సదృశకోణాలు సమానమైనంత మాత్రనా సర్వసమానమని చెప్పలేము. $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ కాని త్రిభుజాలు సరూపాలని చెప్పవచ్చు.

(5) $\Delta RAT \cong \Delta WON$ (6) $\Delta ABC \cong \Delta ABT$ మరియు $\Delta QRS \cong \Delta TPQ$

(7) (i) ఒకే కొలతతో కూడిన 2 త్రిభుజాలు నిర్మించాలి.

(ii) వేర్వేరు కొలతలతో కూడిన 2 త్రిభుజాలు నిర్మించాలి.

(8) $BC = QR$ (కో.భు.కో) or $AB = PQ$ (కో.కో.భు.) లేక $AC = PR$ (కో.కో.భు)

(9) $\angle B = \angle E$; $\angle A = \angle F$ కో.కో.భు. ఆధారంగా $\Delta ABC \cong \Delta FED$ సర్వసమానం ; $BC = ED$

SCERT, TELANGANA

LEARNING OUTCOMES

MATHEMATICS

CLASS 7

The learner....

- Solves problems involving four fundamental operations on integers.
- Solves problems related to daily life situations involving fractions, rational numbers and decimals.
- Uses exponential form of the numbers to simplify problems involving multiplication and division of large numbers.
- Solves problems in daily life related to profit-loss, interest by using percentage and ratio.
- Solves problems in daily life involving linear equations in one variable.
- Demonstrates the types of angles formed by intersections of any two lines.
- Explains the properties of angles formed in and outside of a triangle.
- Explains congruency of triangles on the basis of the information given about them(like SSS, SAS, ASA, RHS).
- Using ruler and a pair of compasses constructs triangles with given measurements.
- Finds the areas of parallelogram, triangle, and rhombus. Estimates the value of pi.
- Calculates mean, median and mode of the ungrouped data of daily life.
- Identifies 3D shapes like sphere, cube, cuboids, cylinder and cone in real life situations and prepares net shapes to them.
- Explains line symmetry, rotational symmetry and point symmetry.

SCERT TELANGANA

ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు

గణితం

7వ తరగతి

విద్యార్థులు ఇవన్నీ నేర్చుకుంటారు.....

- పూర్ణ సంఖ్యలపై చతుర్విధ ప్రక్రియల ఆధారంగా సమస్యలను సాధించగలరు.
- భిన్నాలు మరియు దశాంశ సంఖ్యలపై చతుర్విధ ప్రక్రియల ఆధారంగా నిజజీవితంలోని సమస్యలను సాధించగలరు.
- అతిపెద్ద సంఖ్యల గుణకార, భాగహార ప్రక్రియలను సరళంగా చేసుకొనుటకు ఘాతరూపాలను, ఘాతాంక న్యాయాలను వినియోగించుకొంటారు.
- నిష్పత్తి, శాతాలను ఉపయోగించి నిజజీవితంలో లాభ - నష్టాలు, వడ్డీలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలరు.
- నిజజీవితంలోని సమస్యలను ఏక చరరాశితో కూడిన సమీకరణం ఉపయోగించి సాధించగలరు.
- ఏవైనా రెండు రేఖలు ఖండించుకొన్నప్పుడు ఏర్పడే కోణాల రకాలను వివరించగలరు.
- త్రిభుజం లోని కోణాలు, త్రిభుజానికి చెందిన ఇతర కోణాల గురించి వివరించగలరు. త్రిభుజాల సర్వసమానత్వ నియమాలను వివరించగలరు (భు.భు.భు., భు.కో.భు., కో.భు.కో., లం.క.భు).
- ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజాలను స్కేలు, వృత్తలేఖిని సహాయంతో నిర్మించగలరు.
- సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజం, రాంబస్‌ల వైశాల్యాలను సూత్రాల ఆధారంగా కనుక్కోగలరు. వృత్తపరిధి ఆధారంగా π విలువను అంచనా వేయగలరు.
- నిజజీవితంలోని సందర్భాల నుండి సేకరించిన అవర్గీకృత దత్తాంశానికి సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకంలను కనుక్కోగలరు. కమ్మీ రేఖా చిత్రాలను నిర్మించి దత్తాంశాన్ని వ్యాఖ్యానించగలరు.
- నిజజీవితంలోని వస్తువులలో త్రిమితీయ వస్తువులైన గోళం, ఘనం, దీర్ఘఘనం, స్థూపం, శంకువు వలరూపాలను తయారుచేయగలరు.
- వస్తువులను / ఆకారాలను సౌష్టవంగా ఉన్నాయో లేవో సౌష్ఠవ రేఖ, భ్రమణ సౌష్ఠవం,బిందు సౌష్టవం ఆధారంగా తెలుపగలరు.

విద్య మా హక్కు
సర్వశిక్షా అభియాన్
అందరూ చదవాలి - అందరూ ఎదగాలి

పాఠశాల విద్యా శాఖ,
తెలంగాణ ప్రభుత్వం

विद्यया ऽमृतमश्नुते
एन सी ई आर टी
NCERT

SCERT TELANGANA

INSTRUCTIONS TO TEACHERS

Dear Teachers!!

Greetings and a hearty welcome to the newly developed textbook Mathematics for class VII.

- The present textbook is developed as per the syllabus and Academic standards conceived by the mathematics position paper prepared based on SCF – 2011 and RTE – 2009 for Upper Primary stage of education.

- The new textbook constitutes 15 chapters with concepts from the main branches of mathematics like Arithemetics, Algebra, Geometry, Mensuration and Statistics.

- These chapters emphasize the prescribed academic standards in achieving the skills like Problem Solving, Reasoning-proof, Communication, Connectivity and representation. The staratagies in building a chapter are observation of patterns, making generalization through deductive, inductive and logical thinking, exploring different methods for problem solving, questioning, interaction and the utilization of the same in daily life.

- The situations, examples and activities given in the textbook are based on the competencies acquired by the child at Primary Stage. So the child participates actively in all the classroom interactions and enjoys learning of Mathematics.

- Primary objective of a teacher is to achieve the "Academic standards" by involving students in the discussions and activities suggested in the textbook and making them to learn the concepts.

- Mere completion of a chapter by the teacher doesn't make any sense. The exhibition of prescribed academic standards by the student only ensures the completion of the chapter.

- Students are to be encouraged to answer the questions given in the chapters. These questions help to improve logical, inductive and deductive thinking of the child.

- Understanding and generalization of properties are essential. Student first finds the need and then proceeds to understand, followed by solving similar problems on his own and then generalises the facts. The strategy in the presentation of concepts followed.

SCERT, TELANGANA

ఉపాధ్యాయులకు సూచనలు

ప్రియమైన ఉపాధ్యాయినీ, ఉపాధ్యాయులకు,

విద్యాభివందనాలు మరియు నూతనంగా అభివృద్ధి పరచిన నూతన గణిత పాఠ్యపుస్తకాలలోకి స్వాగతం .

- ప్రాథమికోన్నత స్థాయి విద్యకోసం SCF - 2011 మౌళిక సూత్రాలు, గణిత ఆధార పత్రం, నిర్బంధ ఉచిత విద్యహక్కు చట్టం – 2009 ఆధారంగా సిలబస్‌ను తయారుచేసుకొని ప్రస్తుత పాఠ్యపుస్తకాలను రూపొందించారు.

- గణితంలోని వివిధ శాఖలైన అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి మరియు సాంఖ్యక శాస్త్రాలకు సంబంధించిన విషయాలను 15 అధ్యాయాల్లో పొందుపరచారు.

- ఈ అధ్యాయాలు గణితంలో నిర్ధారించిన విషయ నైపుణ్యాలు, సమస్యా పరిష్కారం, హేతుకీకరణ, నిరూపణలు, వివిధ విషయాల మధ్య సంబంధాలను ఏర్పరచడం, ప్రాతినిధ్యం వంటి విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలు సాధించడానికి దోహదపడుతాయి.

- అమరికల పరిశీలన (observation of patterns), ఆగమనం ద్వారా సాధారణీకరించడం, అనుగమన ఆలోచనలు, తార్కిక ఆలోచనలు, వివిధ పద్ధతులలో సమస్యలను పరిష్కరించడం, ప్రశ్నించడం, పరస్పర చర్చలు, వంటి నైపుణ్యాలను విద్యార్థులలో అభివృద్ధిపరచే దిశగా అధ్యాయాలు రూపొందించారు.

- ప్రాథమిక స్థాయిలో పిల్లలు అభ్యసించిన సామర్థ్యాలను ఆధారంగా చేసుకొని ఉదాహరణలు, కృత్యాలు, సన్నివేశాలను ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచారు. దీని వల్ల పిల్లలు ఉత్సాహంగా కృత్యాల్లో పాల్గొని గణిత అధ్యయనంలో ఆనందాన్ని పొందుతారు.

- ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచిన విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలందరూ సాధించడానికి అధ్యాయాలలో సూచించిన విధంగా చర్చల్లో, కృత్యాలలో విద్యార్థులు నిరంతరం పాల్గొనేలా ఉపాధ్యాయులు కృషి చేయాలి.

- ప్రతీ అధ్యాయంలోని ప్రశ్నల గురించి పిల్లలందరూ ఆలోచించడానికి, సమాధానాలు కనుక్కోడానికి తగు ప్రోత్సాహం ఇవ్వాలి. ఇటువంటి ప్రశ్నలు విద్యార్థుల్లో తార్కిక, ఆగమన, నిగమన విధానాలలో ఆలోచించే విధంగా దోహదపడతాయి.

- గణిత విషయాలను నేర్చుకోవడంలో అర్థంచేసుకోవడం, వాటిని సాధారణీకరించడం ప్రధానమైనవి. విద్యార్థులు మొదట నేర్చుకొనే విషయం ఆవశ్యకతను గుర్తించడం, తర్వాత అవగాహన చేసుకోవడం ద్వారా సమస్యలను తమకు తాముగా పరిష్కరించి అందులోని సత్యాలను సాధారణీకరించుకొంటారు. ప్రతీ అధ్యాయంలో పిల్లలు భావనలు ఏర్పరచుకొనేలా, వాటిని అర్థం చేసుకుని తదుపరి అభ్యసనంలో వినియోగించేలా ప్రతి అధ్యాయంలో దృష్టి పెట్టాలి.

SCERT, TELANGANA

- Clear illustrations and suitable pictures are given wherever it was found connection and corrects the misconnection necessary.

- Exercises of 'Do This' and 'Try This' are given extensively after completion of each concept. Exercises given under 'Do This' are based on the concept taught. After teaching of two or three concepts some exercises are given based on them. Questions given under 'Try This' are intended to test the skills of generalization of facts, ensuring correctness of statements, questioning etc., 'Do This' exercise and other exercises given are supposed to be done by students on their own. This process helps the teacher to know how far the students can fare with the concepts they have learnt. Teacher may assist in solving problem given in 'Try This' sections.

- Students should be made to digest the concepts given in "looking back" completely. The next chapter is to be taken up by the teacher only after satisfactory performance by the students in accordance with the academic standards designated for them (given at the end).

- Teacher may prepare his own problems related to the concepts besides solving the problems given in the exercises. Moreover students should be encouraged to identify problems from day- to-day life or create their own.

- Above all the teacher should first study the textbook completely thoroughly and critically. All the given problems should be solved by the teacher well before the classroom teaching.

- Teaching learning strategies and the expected learning outcomes, have been developed class wise and subject-wise based on the syllabus and compiled in the form of a Hand book to guide the teachers and were supplied to all the schools. With the help of this Hand book the teachers are expected to conduct effective teaching learning processes and ensure that all the students attain the expected learning outcomes.

SCERT TELANGANA

- సందర్భానుసారంగా వివరణలు, పొందుపరిచిన చిత్రాలు సరైన అవగాహన కల్పించి అపోహలను తొలగించడానికి దోహదపడుతాయి.

- భావనలపై అవగాహన కల్పించిన తర్వాత వాటికి సంబంధించిన **"ఇవి చేయండి", "ప్రయత్నించండి"** లాంటి అభ్యాసాలను విస్తృతంగా ఇచ్చారు. **"ఇవి చేయండి"** అనేది రెండు మూడు భావనలు నేర్పించిన తర్వాత వెనువెంటనే అభ్యాసం కోసం ఉద్దేశించినది. వీటిని పిల్లలతో తమకు తాముగా గాని, జట్లలో గాని చేయించాలి. **"ప్రయత్నించండి"** అనే అభ్యాసాలు పిల్లల్లో సత్యాలకు సంబంధించిన సాధరణీకరణలు చేసుకోవడానికి, సరిచూసుకోవడానికి దోహదం చేస్తాయి. ఈ క్రమంలో అవసరం మేరకు సహాయ సహకారాలను ఉపాధ్యాయులు పిల్లలకు అందించాలి. ఇలా చేయడం వల్ల పిల్లలు ఏ మేరకు నేర్చుకున్నారో తెలుసుకోవచ్చు.

- అధ్యాయాల్లో చివరగా పొందపరచిన **"మనం నేర్చుకొన్నవి"** అనే శీర్షిక కింద ఉన్న అంశాలు విద్యా ప్రమాణాలను దృష్టిలో పెట్టుకొని రూపొందించారు. కాబట్టి వీటిని పిల్లలందరూ సంపూర్ణంగా సాధించాలి. ఇలా నేర్చుకొన్న నైపుణ్యాలన్నింటిని పిల్లలందరూ ప్రదర్శించగలరని నిర్ధారించుకొన్న తర్వాతనే తదుపరి అధ్యాయం ప్రారంభించాలి.

- అధ్యాయాల్లో ఇచ్చిన అభ్యాసాలతోబాటు ఉపాధ్యాయుడు కూడా మరికొన్ని సమస్యలను సొంతంగా తయారుచేసుకోవాలి. అలాగే పిల్లలు కూడా నిత్య జీవితంలో ఎదురయ్యే సమస్యలను గణితాన్ని ఉపయోగించి సాధించేట్లు, సొంతంగా సమస్యలు తయారు చేసేట్లు ప్రోత్సహించాలి.

- పై అంశాల్ని విజయవంతంగా అమలు చేయడానికి ఉపాధ్యాయులు తప్పని సరిగా గణిత పుస్తకాన్ని సమూలంగా, సమగ్రంగా, విమర్శనాత్మకంగా అధ్యయనం చేయాలి. ఇందుకోసం పుస్తకంలోని అభ్యాసాలలోని అన్ని సమస్యలను తాను చేసిచూడాలి. ఆ తర్వాతనే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించాలి.

- ఉపాధ్యాయుల మార్గదర్శనం కోసం బోధనాభ్యసన వ్యూహాలను, ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలను, తరగతి వారీగా, విషయం వారీగా, సిలబస్ వారీగా కరదీపిక రూపంలో తయారుచేసి పాఠశాలలకు అందివ్వడం జరిగింది. ఈ కరదీపిక సహాయంతో ఉపాధ్యాయులు ఉత్తమ బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించి తద్వారా విద్యార్థులందరూ ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు సాధించేలా కృషి చేయాలి.

SCERT, TELANGANA

Syllabus

Number System: (50 hrs) **1. Integers** **2. Fractions, Decimals & Rational Numbers**	**(i) Integers** • Multiplication and division of integers (through patterns). • Properties of integers (including identities for addition & multiplication, (closure, commutative, associative, inverse, distributive) (through patterns). (examples from whole numbers as well). Expressing properties in a general form. Construction of counter examples, (eg. subtraction is not commutative). • Word problems involvingintegers (all operations) **(ii) Fractions, Decimals and rationalnumbers:** • Multiplication of fractions • Fraction as an operator "of" • Reciprocal of a fraction and its use • Division of fractions • Word problems involving mixed fractions (related to daily life) • Introduction to rational numbers (with representation on number line) • Difference between fraction and rational numbers. • Representation of rationalnumber as a decimal. • Word problems on rationalnumbers (all operations) • Multiplication and division of decimal fractions • Conversion of units (length & mass) • Word problems (including all operations)
Algebra (20 hrs) **11. Exponents** **10. Algebraic Expressions** **3. Simple Equations**	**Exponents and powersIntroduction** Meaning of x in a^x where a έ Z • Laws of exponents (throughobserving patterns to arrive at5 generalization.)whereM, n ∈N(i) a^m a^n = $a^{m?+n}$(ii)? $(a^m)^{?n}$ = a^{mn}(iii) a^m/a^n = a^{m-n}, where (m-n)∈ N(iv) $a^m.b^m$ = $(ab)^m$(v) number with exponent zerovi)Decimal number in exponential notation vii) Expressing large number in standard form (Scientific Notation) **ALGEBRAIC EXPRESSIONS**Introduction Generate algebraic expressions(simple) involving one or two variables • Identifying constants, coefficient, powers • Like and unlike terms, degree of expressions e.g., x^2y etc.(exponentd≤ 3, number of variables d≤ 2) • Addition, subtraction of algebraic expressions (coefficients should be integers). **Simple equations** • Simple linear equations in one variable (in contextual problems) with two operations (integers as coefficients)

SCERT, TELANGANA

సిలబస్

సంఖ్యా వ్యవస్థ (50 గంటలు) **1. పూర్ణ సంఖ్యలు** **2. భిన్నాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు**	• మన సంఖ్యలను తెలుసుకోవడం. అమరికలు, క్రమాల ద్వారా పూర్ణ సంఖ్యల గుణకార, భాగాహారాలు • పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలు, సంవృత, సహచర, స్థిత్యంతర ధర్మాలు, విభాగన్యాయం - సంకలన, గుణకార తత్సమాంశాలు, విలోమము. (పైవన్నీ అమరికలు, క్రమాలు మరియు పూర్ణాంకాల ఉదాహరణల ద్వారా). సంఖ్య ధర్మాలను సాధారణ రూపంలో వ్యక్తపరచటం. ప్రత్యుదాహరణలు (ఉదా : వ్యవకలనం వినిమయం కాదు) • పూర్ణ సంఖ్యల చతుర్విధ ప్రక్రియలపై పద సమస్యలు **భిన్నాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు** • భిన్నాల పోలిక • భిన్నాల గుణకారం • Of (రాశిలో) ప్రక్రియలో భిన్నం. • ఒక భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమము మరియు దాని ఉపయోగం • భిన్నాల భాగాహారం • మిశ్రమ భిన్నాలపై పదసమస్యలు (నిత్య జీవిత ఉదాహరణలు) • అకరణీయ సంఖ్యల పరిచయం (సంఖ్యారేఖపై సూచించడం) • భిన్నానికి, అకరణీయ సంఖ్యకు గల తేడా • అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశ రూపంలో సూచించడం • అకరణీయ సంఖ్యలపై పద సమస్యలు (చతుర్విధ ప్రక్రియలపై) • దశాంశ భిన్నాల గుణకార, భాగాహారాలు • ప్రమాణాల మార్పిడి (మితి, ద్రవ్యరాశి) • పదసమస్యలు (అన్ని ప్రక్రియలు)
బీజ గణితం (20 గంటలు) **ఫలితాలు** **11. ఘాతాంకాలు పరిచయం** **10. బీజీయ సమాసాలు** **3. సామాన్య సమీకరణాలు**	**ఘాతాలు - ఘాతాంకాలు పరిచయం** • a^x లో x నిర్వచనం ($a \in Z$ అయిన) ఘాతాంక న్యాయాలు. అమరికలు, క్రమాలను పరిశీలించుట ద్వారా సాధారణీకరించడం ఘాతాంక న్యాయాలు. $m, n \in Z$ అయినప్పుడు (i) $a^m . a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m/a^n = a^{m-n}$ $(m-n) \in N$ (iv) $a^m.b^m = (ab)^m$ (v) సున్న ఘాతాంకం గల సంఖ్యలు; దశాంశ సంఖ్యలు ఘాత రూపంలో; పెద్ద సంఖ్యల శాస్త్రీయ రూపం. **బీజీయ సమాసాలు** • పరిచయం, సామాన్య బీజీయ సమాసాల తయారీ (ఒకటి లేదా రెండు చరరాశులలో) • స్థిరపదము, గుణకము, ఘాతాంకాలను గుర్తించటం • సజాతి, విజాతి పదాలు పదాల పరిమాణము (ఉదా : x^2y మొ॥నవి. ఘాతము ≤ 3 ;చరరాశుల సంఖ్య ≤ 2) • బీజీయ సమాసాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం (గుణకాలు కేవలం పూర్ణసంఖ్యలే) **సామాన్య సమీకరణాలు** • సామాన్య రేఖీయ సమీకరణాలు ఏకచరరాశితో (సందర్భ సహిత సమస్యలు). కేవలం +, - ప్రక్రియలు మరియు గుణకాలు పూర్ణసంఖ్యలు.

SCERT, TELANGANA

6. Ratio - Applications (20 hrs)	• Ratio and proportion (revision) • Unitary method continued,consolidation, generalexpression. • Compound ratio : simple word problems • Percentage- an introduction • Understanding percentage as a fraction with denominator 100 • Converting fractions anddecimals into percentage andvice-versa. • Application to profit and loss (single transaction only) • Application to simple interest (time period in complete years).
Understanding shapes / Geometry **4. Lines and Angles** **5. Triangle and Its Properties** **8.Congurencey of Triangles** **9.Construction of Triangles** **12.Quadrilaterals** **15. Symmetry** **14.Understand-ing 3D and 2D Shapes**	**Lines and Angles:** • Pairs of angles (linear,supplementary, complementary,adjacent, vertically opposite)(verification and simple proofof vertically opposite angles) • Properties of parallel lines withtransversal (alternate,corresponding, interior, exteriorangles) **Triangles:** • Definition of triangle. • Types of triangles acc. To sides and angles • Properties of triangles • Sum of the sides, difference of two sides. • Angle sum property (with notion of proof and verification through paper folding, proofs , using property of parallel lines , difference between proof and verification • Exterior angle property of triangle **Congruence**: • congruence through superposition **ex**. Blades, stamps etc.. • Extend congruence to simple geometrical shapes ex. Triange , circles, • criteria of congruence (by verification only) • property of congruencies of triangles SAS, SSS, ASA, RHS Properties with figures• **Construction of triangles** (all models) • Constructing a triangles when the lengths of its 3 sides are known (SSS criterion) • Constructing a triangle when the lengths of 2 sides and the measure of the angle between them are known (SAS criterion) • Constructing a triangle when the measures of 2 of its angles and length of the side included between them is given (ASA criterion) • Constructing a right angled triangle when the length of one leg and its hypotenuse are given (RHS criterion) **Quadrilaterals**Quadrilateral-definition. • Quadrilateral, sides, angles, diagonals. • Interior, exterior of quadrilateral • Convex, concave quadrilateral differences with diagrams • Sum angles property (By verification) , problems • Types of quadrilaterals • Properties of parallelogram, trapezium, rhombus, rectangle, square and kite.

SCERT, TELANGANA

అంక గణితం నిష్పత్తి - ఉపయోగాలు	**నిష్పత్తి - అనుపాతం** • నిష్పత్తి - అనుపాతం (పునర్విమర్శ) • ఏకవస్తుమార్గం, అనులోమానుపాతం (సాధారణీకరించడం) • శాతాలు - పరిచయం • శాతాలను 100 హారంగా గల భిన్నాలుగా అవగాహన చేసుకొనడం • దశాంశాలను, భిన్నాలను శాతాలుగా మార్చడం. శాతాలను దశాంశాలు మరియు భిన్నాలుగా మార్చడం • లాభనష్టాలలో శాతాల అనుప్రయోగం • బారువడ్డీ (కాలము పూర్తిగా సం॥లలో మాత్రమే) లోశాతాల అనుప్రయోగం
4. రేఖలు - కోణములు **5. త్రిభుజము ధర్మాలు** **8. త్రిభుజాల సర్వసమానత్వం** **9. త్రిభుజాల నిర్మాణాలు** **12. చతుర్భుజాలు** **15. సౌష్ఠవం** **14. ద్విమితీయ, త్రిమితీయ ఆకారాల అవగాహన**	**రేఖలు - కోణాలు** • కోణాల జతలు. (రేఖీయ, సంపూరక, పూరక, ఆసన్న, శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలు) • సమాంతర రేఖను తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ధర్మాలు (ఏకాంతర, సంగత, అంతర, బాహ్య కోణాల జతలు) **త్రిభుజాలు** • త్రిభుజ నిర్వచనం • భుజాల, కోణాల ఆధారంగా త్రిభుజ రకాలు • త్రిభుజ ధర్మాలు • త్రిభుజంలో రెండు భుజాల మొత్తం మరియు బేధం. అంతర కోణాల మొత్తం (నిరూపణ భావనతో). కాగితపు మడతలతో సరిచూడటం. • సమాంతర రేఖల ధర్మాలతో నిరూపించడం (సరిచూచుట, నిరూపణల బేధం) • త్రిభుజాల బాహ్యకోణ ధర్మం **త్రిభుజ సర్వసమానత్వము** • అంచులు ఏకీభవించుట ద్వారా సర్వసమానత్వము (తపాలా బిళ్ళలు, బ్లేడులు ఒకదానిపై ఒకటి బోర్లించడం ద్వారా) • సర్వసమానత్వ భావనను త్రిభుజం, వృత్తం వంటి జ్యామితీయ ఆకారాలకు విస్తరించడం • సర్వసమానత్వ నియమాలు (సరిచూచుట ద్వారా) • కో.భు.కో., భు.భు.భు., భు.కో.భు., లం.క.భు సర్వసమాన ధర్మాలు పటాలతో **త్రిభుజాల నిర్మాణం (అన్ని రకాలు)** • త్రిభుజం యొక్క మూడు భుజాల కొలతలు ఇచ్చినపుడు • త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు, వాటి మధ్య కోణము ఇచ్చినపుడు • రెండు కోణములు మరియు వాటి మధ్య భుజం కొలతలు ఇచ్చినపుడు • ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణము, ఒక భుజం ఇచ్చినపుడు • ఆ రెండు భుజాలు, వాటి మధ్య లేని కోణం ఇచ్చినపుడు • **చతుర్భుజాలు చతుర్భుజం - నిర్వచనం** • చతుర్భుజం - భుజాలు, కోణాలు, కర్ణాలు • చతుర్భుజ అంతరం, బాహ్యం • కుంభాకార, పుటాకార బహుభుజులు, వాటి భేదం (పటాల సహాయంతో) • అంతరకోణాల ధర్మం (సరిచూడటం ద్వారా), సమస్యలు • చతుర్భుజాల రకాలు • సమాంతర చతుర్భుజం, సమలంబ చతుర్భుజం, రాంబస్, దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం మరియు గాలిపట ఆకారాల ధర్మాలు

SCERT TELANGANA

	Symmetry • Recalling reflection symmetry • Idea of rotational symmetry,observations of rotationalsymmetry of 2-D objects. (900,1200, 1800) • Operation of rotation through900 and 1800 of simple figures. • Examples of figures with bothrotation and reflection symmetry(both operations) • Examples of figures that havereflection and rotation symmetryand viceversa **Understanding 3-D and 2-D Shapes:** • Drawing 3-D figures in 2-Dshowing hidden faces. • Identification and counting ofvertices, edges, faces, nets (forcubes cuboids, and cylinders,cones). • Matching pictures with objects(Identifying names)
Mensuration *(15 hrs)* **13. Area and Perimeter**	**Area and Perimeter** • Revision of perimeter and Area of Rectangle, Square. • Idea of Circumference of Circle. • Area of a triangle, parallelogram, rhombus and rectangular paths.
7. Data Handling (15 hrs)	**Data Handling** • Collection and organisation ofdata • Mean, median and mode ofungrouped data – understandingwhat they represent.Reading bar-graphs • Constructing double bar graphs • Simple pie charts with reasonable data numbers

SCERT, TELANGANA

క్షేత్రగణితం (15 గంటలు) 13. వైశాల్యము మరియు చుట్టుకొలత 7. దత్తాంశ నిర్వహణ (15 గంటలు)	**సౌష్ఠవం** • పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోవటం • భ్రమణ సౌష్ఠవం భావన, ద్విమితీయ పటాల భ్రమణ సౌష్ఠవాన్ని పరిశీలించడం (90^0, 180^0, 120^0) • సాధారణ పటాలపై 90^0, 180^0 భ్రమణ ప్రక్రియలు • పరావర్తన, భ్రమణ సౌష్ఠవాలు కలిగిన పటాలకు ఉదాహరణలు. • పరావర్తన, భ్రమణ సౌష్ఠవాలలో కేవలం ఒక సౌష్ఠవము కల్గిన పటాలు **త్రిమితీయ ఆకృతులను ద్విమితీయ పటాలుగా చూపటం** • త్రిమితీయ ఆకృతులకు ద్విమితీయ పటాలు గీయడం, దాగివున్న ముఖాలను సూచించడం • సమఘనం, దీర్ఘఘనం, స్థూపం మరియు శంఖువులలో శీర్షాలు, అంచులు, ముఖాలు వల చిత్రాలను గుర్తించడం, వాటి వాటి సంఖ్యలను లెక్కించడం • పటాలను, ఆకృతులతో జతపరచడం, పేర్లు గుర్తించడం **వైశాల్యము మరియు చుట్టుకొలత** • చతురస్రం, దీర్ఘ చతురస్రాల వైశాల్యం మరియు చుట్టుకొలతల పునర్విమర్శ, వృత్త పరిధి భావన • వైశాల్యం : వైశాల్యాలను ప్రాథమిక ప్రమాణాలలో కొలిచే భావన • త్రిభుజం, సమాంతర చతుర్భుజం మరియు సమ చతుర్భుజ వైశాల్యాలు • దీర్ఘ చతురస్రాకార బాటల వైశాల్యాలు **దత్తాంశం సేకరణ మరియు నిర్వహణ** • అవర్గీకృత దత్తాంశానికి అంక మధ్యమం, మధ్యగతం మరియు బాహుళకం మరియు అవి సూచించే విషయాల అవగాహన • కమ్మీరేఖా చిత్రాలు • జంట దిమ్మె చిత్రాల నిర్మాణం • రేఖాచిత్రాలు తగు సమాచారంతో

SCERT, TELANGANA

Academic Standards

CONTENT	ACADEMIC STANDARDS	
Number system 1. Integers	**Problem Solving:**	• Solves the problems involving four fundamental operations of integers • Solves the word problems involving the integers. • Used brackets for solving problems to simplify numerical statements.
	Reasoning Proof:	• Explains why the division by zero is meaning less. • Differentiates and compares the set of Natural numbers with integers. • Gives examples and counter examples to the number properties such as closure, Commutative, Associative etc.
	Communication:	• Expressing the number properties of integers in general form. • Uses the negative symbol in different contexts.
	Connections:	• Finds the usage of integers from their daily life situations • Understands the relation among N, W and Z.
	Representation:	• Represents the integers on number line. • Performs the operations of integers on the number line.
2. Fractions, Decimals and Rational numbers	**Problem Solving:**	• Solves the problems in all operation of fractions. • Solves the word problems of all operations of rational numbers. • Solves the problems of all operations of decimal fractions • Converts the small units into large units and vice versa.
	Reasoning and Proof:	• Differentiates rational numbers with fractions. • Justifies density property in rational numbers
	Communication:	• Expresses the need of set of rational numbers • Expresses the properties of rational numbers in general form
	Connections:	• Finds the usage of / inter relation among fractions, rational numbers, and decimal numbers.
	Representation:	• Represents rational numbers on the number line. • Represents the rational numbers in decimal form.
Algebra: 11. Exponents and powers	**Problem Solving:**	• Writes the large numbers in exponential form by using prime factorization
	Reasoning : and Proof	• Generalizes the exponential laws through the observation of patterns
	Communication:	• Understands the meaning of x in a^x where a € z. • Uses of exponential form when using large numbers

SCERT, TELANGANA

విద్యా ప్రమాణాలు

అధ్యాయాలు	విషయ వివరణ	
సంఖ్యా వ్యవస్థ 1. పూర్ణ సంఖ్యలు	సమస్యా సాధన:	• పూర్ణసంఖ్యలపై చతుర్విధ ప్రక్రియలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించును. • పూర్ణసంఖ్యలపై పద సమస్యలనుసాధించును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• సున్నతో భాగాహారం ఎందుకు అర్థరహితమో వివరించును. • పూర్ణసంఖ్యలను, సహజ సంఖ్యలతో పోల్చును, తేడాలు చెప్పును. • సంఖ్యాధర్మాలైన సంవృత, సహచర, స్థిత్యంతర మొదలైన వాటికి ఉదాహరణలు, ప్రత్యుదాహరణలు ఇచ్చును.
	వ్యక్తపరచడం:	• పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలను సాధారణ రూపంలో వ్యక్తపరచును. • ఋణ గుర్తును వివిధ సందర్భాలలో వినియోగించును.
	సంధానం చేయడం:	• నిత్య జీవిత సందర్భాలలో పూర్ణ సంఖ్యల వినియోగాన్ని కనుగొంటారు. • N, W మరియు Z ల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం:	• పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖపై సూచించును.
2.భిన్నాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు	సమస్యా సాధన:	• భిన్నాలపై చతుర్విధ ప్రకియలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించును. • అకరణీయ సంఖ్యలపై చతుర్విధ (ప్రాథమిక) ప్రక్రియలకు సంబంధించిన పద సమస్యలను సాధించును. • దశాంశ సంఖ్యలకు సంబంధించి అన్ని ప్రక్రియల పై గల సమస్యలను సాధించును. • ప్రమాణాల పరస్పర మార్పిడి చేస్తారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• అకరణీయ సంఖ్యల, భిన్నాల తేడాలు చెప్పును. • అకరణీయ సంఖ్యలలో సాంద్రత ధర్మాన్ని సమర్థించును.
	వ్యక్తపరచడం:	• అకరణీయ సంఖ్యల అవశ్యకతను వ్యక్తపరచును. • అకరణీయ సంఖ్యల ధర్మాలను సాధారణ రూపంలో వ్యక్తపరచును.
	సంధానం చేయడం:	• భిన్నాలు, అకరణీయ సంఖ్యలు, దశాంశ సంఖ్యల మధ్యగల సహసంబంధ వినియోగాన్ని కనుగొనును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం:	• అకరణీయ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ పై సూచించును • అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశ రూపంలో సూచించును.
బీజ గణితం 11. ఘాతాలు - ఘాతాంకాలు	సమస్యా సాధన:	• పెద్ద సంఖ్యలను ప్రధాన కారణాంక విభజన చేసి ఘాత రూపంలో వ్రాయును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• సంఖ్యా అమరికలు, క్రమాలు, పరిశీలనల ద్వారా ఘాతాంక న్యాయాలను సాధారణీకరించును.
	వ్యక్తపరచడం:	• $a^x; x \in Z$ ను అవగాహన చేసుకొనును. • పెద్ద సంఖ్యల వినియోగంలో ఘాతాంక రూపాలను వాడును.

SCERT, TELANGANA

	Connections:	• Uses prime factorization in expression of large numbers in exponential form
	Representation:	• Expresses the large numbers in standard form
10. Algebraic Expression 3. Simple Equations	**Problem Solving:**	• Finds the degree of algebraic expressions • Doing addition, subtraction of algebraic expressions (Co-efficient should be integers) • Solves the word problems involving two operations (Which can be expressed as simple equation and single variable)
	Reasoning and Proof:	• Generates algebraic expressions involving one or two variables by using the patters
	Communication:	• Writes the standard form of first, second, third order expressions in one or two variables • Converts the daily life problems into simple equations. (Contains one variable only)
	Connections:	• Uses closure, commutative etc. properties in addition and subtraction of algebraic expressions. • Uses solving simple equations in daily life situations.
	Representation:	• Represents algebraic expressions in standard forms
6. Ratio - Applications	**Problem Solving:**	• Finds the compound, inverse ratio of 2 ratios • Solves word problems involving unitary methods • Solves word problems involving percentage concept • Solves word problems to find simple interest (Time period in complete years)
	Reasoning and Proof:	• Compares the decimals, converting into percentages and vice versa. • Formulates the general principles of ratios and proportions
	Communication:	• Expresses the fractions into percentages and decimal forms and their usage.
	Connections:	• Uses profit and loss concepts in daily life situations (Single transactions only) • Understands and uses the solutions for percentage problems in daily life.
	Representation:	• Converts fractions and decimals into percentage form and vice versa.

SCERT, TELANGANA

	సంధాన చేయడం:	• పెద్ద సంఖ్యలను ఘాతరూపంలో వ్రాయుట నందు ప్రధాన కారణాంకాల విభజనను వినియోగించును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం:	• పెద్ద సంఖ్యలను ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్తపరచును.
10. బీజీయ సమాసాలు 3. సామాన్య సమీకరణాలు	సమస్యా సాధన:	• బీజీయ సమాసాల పరిమాణమును కనుగొనును. • పూర్ణాంకాలు గుణకాలుగా గల బీజీయ సమాసాల సంకలన, వ్యవకలనాలను చేయును. • ఏకచరరాశి సామాన్య సమీకరణాలకు సంబంధించిన పదసమస్యలను (కేవలం +, −) సాధించును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• ఏకచరరాశి లేదా రెండు చరరాశుల బీజీయ సమాసాలను క్రమాలను అనుసరించి తయారు చేయును.
	వ్యక్తపరచడం:	• ఏకచరరాశి మరియు రెండు చరరాశులు గల ఏక, ద్వి, మరియు త్రిపరిమాణ బీజీయ సమాసాల సాధారణ రూపాలను వ్రాయును. • నిత్యజీవిత సమస్యలను సామాన్య సమీకరణాల రూపంలోనికి (ఏకచరరాశి గల) మార్చును.
	సంధానం చేయడం:	• బీజీయ సమాసాల సంకలన, వ్యవకలనాలలో సంవృత, సహచర మరియు స్థిత్యంతర ధర్మాలను వినియోగించును. • నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలో సామాన్య సమీకరణాల సాధనను వినియోగించును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం:	• బీజీయ సమాసాలను ప్రామాణిక రూపంలో సూచించును.
6. నిష్పత్తి - ఉపయోగాలు	సమస్యా సాధన:	• ఏకవస్తుమార్గం గల పదసమస్యలను సాధించును. • శాతాల భావనలు గల పద సమస్యలను సాధించును. • కాల పరిధి పూర్తి సం॥లలో తెల్పబడిన బారు వడ్డీ పదసమస్యలను సాధించును
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• శాతాల రూపంలోనికి మారే దశాంశాలను మరియు దశాంశాల రూపంలోనికి మారే శాతాలను పోల్చును. • నిష్పత్తి, అనుపాతాల సామాన్య ధర్మాలను సూత్రీకరించును.
	వ్యక్తపరచడం:	• భిన్నాలను శాతరూపంలో మరియు దశాంశ రూపంలో వ్యక్తపరచును. వాని వినియోగాన్ని వివరించును.
	సంధానం చేయడం:	• లాభ-నష్టాల భావనలను నిజ జీవిత సమస్యల సాధనలో వినియోగించును. • శాతాల సమస్యల సాధనలు అవగాహన చేసుకొని నిజజీవితంలో వినియోగించును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం:	• భిన్నాలు, దశాంశాలను శాతాలలోనికి, శాతాలను భిన్న మరియు దశాంశ రూపాలలోనికి పరస్పరం మార్చు చేయును.

SCERT, TELANGANA

Geometry: **4. Lines and Angles**	**Problem Solving:**	• Solves problems on angles made by transversal intersecting parallel line
	Reasoning and proof:	• Differentiates the types of pair of angles from given angles • Verifies the parallel ness of the given lines with the use of properties of parallel lines. • Proofs and verifies the angle sum property through paper folding and using property of parallel lines.
	Communication:	• Gives examples of pairs of angles.
	Connections:	• Observes the parallelness in surroundings.
	Representation:	• Represents the notation of angle.
5. Triangle and Its Properties	**Problem Solving:**	• Determines whether the given lengths of sides are shapes suitable to make triangle. • Finds the angle which is not given from exterior and other angles of triangle.
	Reasoning and proof:	• Makes relationship between exterior angle to its opposite. • Classifies the given triangles on the basis of sides and angles. • Estimates the kind of triangle by observing the given triangle.
	Communication:	• Explains the different types of triangles according to sides and angles. • Explains the property of exterior angle of triangle.
	Connections:	• Uses the concept of triangle.
	Representation:	• ________________________
8.Congurency of Triangles	**Problem Solving:**	• Identifies the congruent triangles from given triangles suitable to make triangle.
	Reasoning and proof:	• Gives reasons for congruency of given triangles
	Communication:	• Appreciates the congruency in 2-D figures.
	Connections:	• Use fundamental concepts of triangles in finding congruency of triangles.
	Representation:	• Represents the congruent triangles using symbols, notation.

SCERT, TELANGANA

రేఖా గణితం: 4. రేఖలు – కోణములు	సమస్యాధన:	• సమాంతరరేఖలపై తిర్యగ్రేఖ ద్వారా ఏర్పడిన కోణములకు సంబంధంచిన సమస్యలను సాధించును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• సమాంతర రేఖలపై తిర్యగ్రేఖ ద్వారా ఏర్పడిన కోణముల జంటలను గుర్తించి భేదాలను సరైన కారణాలతో వివరిస్తారు. • సమాంతరరేఖల ధర్మాలనుపయోగించి ఇచ్చిన రేఖలు సమాంతర రేఖలు అని చూడగలుగుతారు. • కాగితపు మడతతల పద్ధతి ద్వారా త్రిభుజాల కోణాల మొత్తం ధర్మానికి నిరూపణలు చేయగలుగును మరియు సరిచూడగలరు.
	వ్యక్తపరచడం:	• కోణీయ జతలకు ఉదాహరణలిస్తారు.
	సంధానం చేయడం:	• పరిసరాలలో నుండి సమాంతర రేఖలను పరిశీలిస్తారు.
	ప్రాతినిధ్యపరచడం:	• వివిధ సందర్భాలలో కోణములను ప్రాతినిధ్యపరచగలరు
5. త్రిభుజము ధర్మాలు	సమస్యాసాధన:	• ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజనిర్మాణము సాధ్యమవునో కాదో కనుగొందురు. • బాహ్యకోణము మరియు ఇతర కోణములోని ఇవ్వని కోణములను కనుగొంటారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• బాహ్యకోణము మరియు అంతరాభిముఖ కోణముల మధ్య సంబంధాన్ని కనుగొంటారు. • భుజాలు, కోణాలు ఆధారంగా త్రిభుజాలను వర్గీకరిస్తారు. • ఇచ్చిన త్రిభుజాన్ని పరిశీలించి అది ఏ రకమైన త్రిభుజమో అంచనా వేయగలరు.
	వ్యక్తపరచడం:	• భుజాల, కోణాలు ఆధారంగా త్రిభుజాల రకాలను గుర్తించి వివరిస్తారు. • త్రిభుజ బాహ్యకోణం ధర్మమును వివరిస్తారు.
	సంధానం చేయడం:	• త్రిభుజ భావనలను ఉపయోగిస్తారు.
	ప్రాతినిధ్యపరచడం:	• ______________________________
8. త్రిభుజాల సర్వసమానత్వం	సమస్యాధన:	• త్రిభుజాల సర్వసమానత్వ ధర్మాలను ఉపయోగించి ఇచ్చిన త్రిభుజాలలోని సర్వసమాన త్రిభుజాలను గుర్తిస్తారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• ఇచ్చిన త్రిభుజాల సర్వసమానత్వాన్ని గుర్తించడంలో, తగిన కారణాలు తెలుపగలరు.
	వ్యక్తపరచడం:	• ద్విమితీయ ఆకారాల సర్వసమానత్వమును ప్రశంసిస్తారు.
	సంధానం చేయడం:	• త్రిభుజాల సర్వసమానత్వమును కనుగొనడంలో త్రిభుజాల ప్రాథమిక భావనలను ఉపయోగించగలరు.
	ప్రాతినిధ్యపరచడం:	• గుర్తులు, సంజ్ఞలు ఉపయోగించి త్రిభుజాల సర్వ సమానత్వమును ప్రాతినిధ్య పరచగలరు.

SCERT, TELANGANA

9. Construction of Triangles	**Problem Solving**	• Construct triangles using given measurements.
	Reasoning and proof	• Gives reasons in construction of triangles in different cases.
	Communication:	• Explains and express steps in construction of triangle.
	Connections:	• Use fundamental concepts of triangles in construction of a triangle.
	Representation:	• Shows and represents the required triangle by constructing with given measurements and type of triangle.
12. Quardilateral	**Problem Solving**	• ______________________________
	Reasoning and proof	• Differentiates the convex, concave quadrilaterals. • Verifies and justifies the sum angle property of quadrilaterals.
	Communication:	• Explains the inter relationship between triangle and quadrilateral. • Explains the different types quadrilaterals based on their properties.
	Connections:	• Tries to define the quadrilateral. • Classifies the given quadrilaterals using their properties and their inter relationship.
	Representation:	• ______________________________
15. Symmetry	**Problem Solving**	• Rotate the figure and find its angular symmetry.
	Reasoning and proof	• Can differentiate linear and reflection symmetry using objectives or figures.
	Communication:	• Gives examples that have reflection symmetry.
	Connections:	• Use basic symmetrical concepts in finding rotational symmetry.
	Representation:	• Represents line of symmetry of given symmetrical objects.

SCERT, TELANGANA

9. త్రిభుజాల నిర్మాణాలు	**సమస్యాసాధన:**	• ఇచ్చిన కొలతలలో త్రిభుజాన్ని నిర్మిస్తారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• ఇచ్చిన కొలతలలో త్రిభుజాన్ని నిర్మించు సందర్భములలో తగిన కారణాలు తెలుపగలరు.
	వ్యక్తపరచడం:	• త్రిభుజ నిర్మాణమును సోపానాలను వివరించగలరు.
	సంధానం చేయడం:	• త్రిభుజ నిర్మాణంలో త్రిభుజము మరియు జ్యామితీయ భావనలను ఉపయోగించగలరు.
	ప్రాతినిధ్యపరచడం:	• ఇచ్చిన కొలతల ఆధారంగా లేదా రకమును ఆధారంగా త్రిభుజాన్ని గీసి చూడగలరు.
12. చతుర్భుజాలు	**సమస్యాసాధన:**	• _____________________________________
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• కుంభాకార, పుటాకార, చతుర్భుజాలను వర్గీకరిస్తారు. • చతుర్భుజ కోణాల మొత్తమునకు సంబంధించిన ధర్మాన్ని పరిశీలించి కారణాలు వివరిస్తారు.
	వ్యక్తపరచడం:	• త్రిభుజము, చతుర్భుజముల మధ్య అంతర సంబంధమును వివరిస్తారు.
	సంధానం చేయడం:	• చతుర్భుజాన్ని నిర్వచించడానికి ప్రయత్నిస్తారు. • చతుర్భుజాలను ధర్మాలు మరియు అంతర్గత సంబంధాల ఆధారంగా వర్గీకరిస్తారు.
	ప్రాతినిధ్యపరచడం:	• _____________________________________
15. సౌష్ఠవం	**సమస్యాసాధన:**	• ఇచ్చిన పటమును భ్రమణం చేసి కోణ సౌష్ఠవతను పరిశీలిస్తారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• పటములు, వస్తువులనుపయోగించి రేఖీయ పరావర్తన సౌష్ఠవములను పరిశీలిస్తారు. భేదాలను చెప్పగలుగుతారు.
	వ్యక్తపరచడం:	• పరావర్తన సౌష్ఠవమునకు ఉదాహరణలు ఇస్తారు.
	సంధానం చేయడం:	• భ్రమణ సౌష్ఠవతను అవగాహన చేసుకోవడంలో ప్రాథమిక సౌష్ఠవ భావనలను ఉపయోగిస్తారు.
	ప్రాతినిధ్యపరచడం:	• ఇచ్చిన సౌష్ఠవాకార వస్తువుల ఆకారాలకు సౌష్ఠవ రేఖలను గీసి చూపుతారు.

SCERT, TELANGANA

14. Understanding 3-D and 2-D shapes	**Problem Solving Reasoning and proof**	• Identifying and counting of faces, Edges, Vertices, nets for 3D Fig (Cube, Cuboid, Cone, Cylender). • Matches picture with 3-D objects and visualize fells the Faces, Edges, Vertices etc. • Differentiates various 3-D shapes.
	Communication:	• Explains faces, Edges, Vertices, nets for 3D Fig (Cube, Cuboid, Cone, Cylender).
	Connections:	• Connects the knowledge of 2-D shapes while working with 3-D objects.
	Representation:	• Can draw simple 3-D shapes in to 2-D figures.
Mensuration 13. Area and Perimeter	**Problem Solving**	• Solves the problem of Area and perimeter for square, rectangle, parallelogram, triangle and Rhombus shapes of things.
	Reasoning and Proof	• Understands the relationship between square, Rectangle, Parallelogram with triangle shapes for finding the area of triangle. • Understands the Area of Rhombus by using area of triangles.
	Communication:	• Explains the concept of Measurement using a basic unit.
	Connections:	• Applies the concept of Area perimeter to find the daily life situation problems (Square, Rectangle, Parallelogram, Triangle, Rhombus and Circle) • Applies the concept of area of Rectangle, Circle. • Finds the area of the rectangular paths, Circular paths.
	Representation:	• Represent word problems as figures.
7. Data Handling	**Problem Solving**	• Organization of raw data into classified data. • Solves the problems for finding the Mean, Medium, Mode of ungrouped data
	Reasoning	• Understands the Mean, Mode and Medium of ungrouped data and what they represent.
	Communication:	• Explains the Mean, Mode and Medium for ungrouped data.
	Connections:	• Understands the usage of Mean, Mode and Medium in daily life situation problems. • Understands the usage of double graphs and pie graphs in daily life situation (Year wise population, Budget, Production of crops etc.)
	Representation:	• Representation of Mean, Medium and Mode for ungrouped data. • Representation of the data in to double bar graphs and pie graphs.

SCERT, TELANGANA

14. ద్విమితీయ, త్రిమితీయ ఆకారాల అవగాహన	సమస్యాసాధన:	• త్రిమితీయ ఆకృతుల (ఘనం, దీర్ఘ ఘనం, శంఖువు, స్థూపం) యొక్క అంచులు, ముఖాలు, శీర్షాలు, వల ఆకారాలను లెక్కిస్తారు మరియు గుర్తిస్తారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• త్రిమితీయ ఆకృతుల యొక్క అంచులు, శీర్షాలు, ముఖాలు మొదలగు వాటికి ఊహాచిత్రాలు గీస్తారు. జతపరుస్తారు. • వివిధ త్రిమితీయ ఆకృతుల మధ్య భేదాలను గుర్తిస్తాయి.
	వ్యక్తపరచడం:	• త్రిమితీయ ఆకృతుల యొక్క అంచులు, శీర్షాలు, ముఖాల గురించి వివరిస్తారు.
	సంధానం చేయడం:	• త్రిమితీయ ఆకృతుల గురించి పనిచేయు సందర్భంలో ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహనను ఉపయోగిస్తారు.
	ప్రాతినిధ్యపరచడం:	• త్రిమితీయ ఆకృతులను ద్విమితీయ ఆకారాలుగా (వల రూపాలలో) ప్రాతినిధ్య పరచగలరు.
క్షేత్రగణితం 13. వైశాల్యము మరియు చుట్టుకొలత	సమస్యా సాధన	• చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం, సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యము, పరిధిలపై సమస్యలను సాధిస్తారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం, సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజముల మధ్య సంబంధములను గుర్తించి త్రిభుజ వైశాల్యమును కనుక్కొంటారు. • త్రిభుజ వైశాల్యము నుపయోగించి సమచతుర్భుజము యొక్క వైశాల్యమును కనుగొని అవగాహన చేసుకొంటారు.
	వ్యక్తపరచడం	• ప్రామాణిక కొలత సహాయముతో భావనను వివరిస్తారు.
	సంధానం చేయడం:	• వైశాల్యము, పరిధి భావనలను నిత్య జీవిత సమస్య సాధనలకు ఉపయోగిస్తారు. • దీర్ఘచతురస్రం, బాట వైశాల్యము భావనకు అన్వయిస్తారు. • దీర్ఘచతురస్రాకార బాట వైశాల్యములను కనుగొంటారు.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• వివిధ పదసమస్యలను పటాల రూపంలో గీసి చూపుతారు.
7. దత్తాంశ నిర్వహణ	సమస్యా సాధన	• అవర్గీకృత దత్తాంశమును, వర్గీకృత దత్తాంశముగా వ్రాస్తారు. • అవర్గీకృత దత్తాంశమునకు, అంకమధ్యం, మధ్యగతం, బాహుళకం కనుగొంటారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం:	• అవర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకమును అవగాహన చేసుకొంటారు.
	వ్యక్తపరచడం	• అవర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకములను వివరిస్తారు.
	సంధానం చేయడం:	• నిత్యజీవితములో సగటు, మధ్యగతము, బాహుళకముల ఉపయోగములను అవగాహన చేసుకొందురు. • నిత్యజీవితంలో దిమ్మచిత్రాలు, వృత్తచిత్రాలు, వృత్తచిత్రాల ఉపయోగమును అవగాహన చేసుకొందురు. (బడ్జెట్, జనాభా, పంటల ఉత్పత్తి)
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• అవర్గీకృత దత్తాంశమునకు సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకంను సూచిస్తారు. • ఇచ్చిన దత్తాంశమును దిమ్మెచిత్రాలు, వృత్తచిత్రాల ద్వారా సూచిస్తారు.

SCERT, TELANGANA

Graph paper

SCERT, TELANGANA

Grid paper

SCERT, TELANGANA

NOTES

SCERT, TELANGANA

Textbook Development Committee

Members

Dr. P. Ramesh, Lecturer, Govt. IASE, Nellore
Sri. M. Ramanjaneyulu, Lecturer, DIET, Vikarabad, Ranga Reddy
Sri. T.V. Rama Kumar, HM, ZPPHS, Mulumudi, Nellore
Sri. P. Ashok, HM, ZPHS, Kumari, Adilabad
Sri. P. Anthony Reddy, HM, St. Peter's High School, R.N.Peta, Nellore
Sri. S. Prasada Babu, PGT, APTWR School, Chandrashekarapuram, Nellore
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda
Sri. G. V. B. Suryanarayana Raju, SA, Municipal High School, Kaspa, Vizianagaram
Sri. S. Narasimha Murthy, SA, ZPHS, Mudivarthipalem, Nellore
Sri. P. Suresh Kumar, SA, GHS, Vijayanagar Colony, Hyderabad
Sri. K.V. Sunder Reddy, SA, ZPHS, Thakkasila, Alampur Mdl., Mababoobnagar
Sri. G. Venkateshwarlu, SA, ZPHS, Vemulakota, Prakasham
Sri. Ch. Ramesh, SA, UPS, Nagaram (M), Guntur.
Sri. P.D.L. Ganapathi Sharma, SA, GHS, Jamisthanpur, Manikeshwar Nagar, Hyderabad

Co-ordinators

Sri. K. Bramhaiah, Professor, SCERT, Hyderabad
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda

Editors

Smt.B. Seshu Kumari, Director, SCERT, Hyderabad.
Sri. K. Bramhaiah, Professor, SCERT, Hyderabad
Sri. P. Adinarayana, Retd., Lecturer, New Science College, Ameerpet, Hyderabad

Chairperson for Position Paper and Mathematics Curriculum and Textbook Development

Professor V. Kannan, Dept. of Mathematics and Statistics, University of Hyderabad

Chief Advisor

Dr. H. K. Dewan , Education Advisor, Vidya Bhavan Society, Udaipur, Rajasthan.

Academic Support Group Members

Smt. Namrita Batra, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Inder Mohan Singh, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Yashwanth Kumar Dave, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Smt. Padma Priya Sherali, Community Mathematics Centre, Rishi Vally School, Chittoor
Kumari. M. Archana, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Sharan Gopal, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. P. Chiranjeevi, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Abbaraju Kishore, Teacher, MPUPS, Chemallamudi, Guntur

Illustration & Design Team

Sri. Prashanth Soni, Artist, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri Mohammed Zakiuddin Liaqat, Mumtaz Computers, Shahguj, Hyderabad
Sri. Shakir Ahammed, Operator, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. R. Madhusudhana Rao, Computer Operator, SCERT, T.S., Hyderabad

SCERT, TELANGANA

TEXTBOOK DEVELOPMENT & PUBLISHING COMMITTEE

Chief Production Officer	:	**Smt.B. Seshu Kumari** Director, SCERT, Hyderabad.
Executive Chief Organiser	:	**Sri. B. Sudhakar,** Director, Govt. Text Book Press, Hyderabad.
Organising Incharge	:	**Dr. Nannuru Upender Reddy** Prof. Curriculum & Text Book Department, SCERT, Hyderabad.
Asst. Organising Incharge	:	**Sri. K. Yadagiri** Lecturer, SCERT, Hyderabad.

QR CODE TEAM

K9W2Y7

SCERT, TELANGANA